

DEPARTAMENTO DE INGENIERIA  
FACULTAD DE INGENIERIA  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

# Topografía

ING. Luis Fernando López Herrera  
FACULTAD DE INGENIERIA  
CURSO DE TOPOGRAFIA 1

Por

**ALVARO TORRES NIETO**

Ingeniero Civil,  
Universidad Nacional de Colombia.  
M. S. Ingeniería Industrial,  
Purdue University

y

**EDUARDO VILLATE BONILLA**

Ingeniero Civil,  
Universidad Nacional de Colombia.  
Master of Science,  
The Ohio State University

Los Autores son Profesores de la  
Facultad de Ingeniería de la  
Universidad Nacional de Colombia.

EDITORIAL  
**norma**

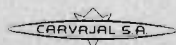
Bogotá, Colombia

© EDITORIAL NORMA  
DERECHOS RESERVADOS

Registro 205 - Libro 2 - Tomo 8

60807806

IMPRESO EN COLOMBIA  
PRINTED IN COLOMBIA



## PREFACIO:

Esta Segunda Edición de TOPOGRAFIA aparece principalmente como una respuesta a la acogida dispensada a la Primera Edición. Es por lo tanto para los autores muy satisfactorio aceptar el compromiso de continuar, actualizar e implementar su obra.

Aun cuando la Primera Edición de TOPOGRAFIA tuvo carácter eminentemente nacional, fueron varios los pedidos recibidos de países vecinos, hecho que ha decidido a Editorial NORMA a patrocinar la presente edición la cual tendrá distribución internacional.

Se ha efectuado una revisión total del texto de TOPOGRAFIA y se han hecho algunas correcciones menores, unas por iniciativa de los autores y otras en atención a observaciones hechas por los lectores las cuales agradecemos sinceramente.

Creemos que en esta edición estamos ofreciendo un libro de texto mejorado al cual se le ha adicionado un nuevo capítulo, el 35, en el que se presenta una introducción a los Computadores Digitales y sus aplicaciones en la TOPOGRAFIA. El contenido de este capítulo, sin lugar a dudas, da a este texto un carácter de gran actualidad y pone al alcance de los lectores ese moderno instrumento de trabajo que ha revolucionado la técnica y la ingeniería en esta segunda mitad del siglo XX.

ALVARO TORRES NIETO

EDUARDO VILLATE BONILLA

Bogotá, 1968.

# CONTENIDO

<b>CAPITULO 1</b>	<b>INTRODUCCION</b> . . . . .	<b>Pág. 9</b>
	Nociones Generales - Definición - Topografía y Geodesia - Planimetría y Altimetría - Unidades empleadas en Topografía	
<b>CAPITULO 2</b>	<b>MEDICIONES CON CINTA</b> . . . . .	<b>Pág. 14</b>
	Elementos necesarios en las mediciones - Medición de una distancia, a) en terreno plano, b) en terreno inclinado - Errores cometidos en las mediciones - Precisión en las mediciones con cinta - Valor más probable de una medición cuando se hacen varias observaciones - Equivocaciones que se pueden presentar al cadenear - Medición de ángulos con la cinta - Trazado de una perpendicular utilizando la cinta - Medición de una distancia cuando se presenta un obstáculo - Problemas relativos a las mediciones con cinta	
<b>CAPITULO 3</b>	<b>LEVANTAMIENTO DE UN LOTÉ POR CINTA ÚNICAMENTE</b> . . . . .	<b>Pág. 29</b>
	Método para hacer el levantamiento - Modelo de cartera - Fórmulas para el cálculo de las áreas - Fórmula de los trapecios - Fórmula de Simpson	
<b>CAPITULO 4</b>	<b>ANGULOS Y DIRECCIONES</b> . . . . .	<b>Pág. 33</b>
	Generalidades - Meridiano Verdadero, Magnético y Arbitrario - Declinación e inclinación Magnética - Rumba y Azimut - Angulo de Deflexión	
<b>CAPITULO 5</b>	<b>LA BRUJULA Y SUS APLICACIONES</b> . . . . .	<b>Pág. 37</b>
	Descripción - Atracción local - Levantamiento de un lote con brújula y cinta - Fuentes de error en un levantamiento con brújula - Correcciones - Problema de aplicación	
<b>CAPITULO 6</b>	<b>DIBUJO TOPOGRAFICO</b> . . . . .	<b>Pág. 43</b>
	Generalidades - Convenciones más usuales - Escalas - Letreros - Coordenadas - La Norte - Sur - Recomendaciones generales	
<b>CAPITULO 7</b>	<b>EL TEODOLITO</b> . . . . .	<b>Pág. 50</b>
	Descripción general del aparato - Nivel de Burbuja - Mecanismo para nivelar el aparato - El anteojo - El ocular y el objetivo - El retículo - Enfoque - Tornillos de fijación, de movimiento lento - Condiciones que debe cumplir un teodolito y las correspondientes correcciones - Centraje y nivelación del aparato	
<b>CAPITULO 8</b>	<b>DIVERSOS USOS DEL TEODOLITO</b> . . . . .	<b>Pág. 66</b>
	Determinación de una distancia cuando se presenta un obstáculo - Determinación de la intersección de dos líneas - Medición de un ángulo cuando el aparato no se puede colocar en el vértice - Prolongación de una línea recta - Trazado de una recta entre dos puntos cuando éstos no son intervisibles - Medición de ángulos cuando se requiere bastante precisión: Método de Reiteración y Método de Repetición	

CONTENIDO

<b>CAPITULO 9</b>	<b>METODOS PARA MEDIR UN TERRENO CON TRANSITO Y CINTA</b> . . . . .	Pág. 71
	Levantamiento por Radiación - Levantamiento por Intersección de visuales - Levantamiento por Poligonales - Cálculo y ajuste de una poligonal - Omisión de datos en una poligonal - Modelos de carterá y cuadro de cálculos	
<b>CAPITULO 10</b>	<b>FORMULAS PARA EL CALCULO DEL AREA</b> . . . . .	Pág. 88
	Cálculo del área de un polígono en función de las coordenadas de sus vértices - Determinación del área de un polígono por el método de las dobles longitudes	
<b>CAPITULO 11</b>	<b>TRIANGULACION TOPOGRAFICA</b> . . . . .	Pág. 92
	Introducción - Concepto general - Trabajo de campo - Ajuste y cálculo de una triangulación - Aplicaciones - Solución trigonométrica al "problema de los tres puntos" - Ejemplo	
<b>CAPITULO 12</b>	<b>GENERALIDADES SOBRE OTRAS CLASES DE LEVANTAMIENTOS</b> . . . . .	Pág. 108
	Levantamiento de: edificaciones, poblaciones, lotes urbanos	
<b>CAPITULO 13</b>	<b>PARTICIONES</b> . . . . .	Pág. 113
	Consideraciones generales en el caso de partición de un terreno. Casos especiales	
<b>CAPITULO 14</b>	<b>URBANIZACIONES</b> . . . . .	Pág. 117
	Reglamentación general sobre urbanizaciones - Zonas de cesión - Vías - Tamaño de los lotes - Trámite a seguir en el Distrito Especial.	
<b>CAPITULO 15</b>	<b>INTRODUCCION A LA ALTIMETRIA</b> . . . . .	Pág. 126
	Diferencia de nivel, altura, cota, datum, B.M., nivelación - Efecto de la curvatura terrestre y la refracción atmosférica	
<b>CAPITULO 16</b>	<b>APARATOS EMPLEADOS EN NIVELACION</b> . . . . .	Pág. 129
	Niveles de precisión: Nivel de Y Y, Nivel Dumpy - Niveles de mano: Nivel Locke, Nivel Abney - Correcciones a los niveles de precisión y a los niveles de mano	
<b>CAPITULO 17</b>	<b>NIVELACION BAROMETRICA</b> . . . . .	Pág. 140
	Concepto general - Nivelación cuando se dispone de un solo altímetro - Nivelación cuando se dispone de dos o más altímetros	
<b>CAPITULO 18</b>	<b>NIVELACION TRIGONOMETRICA</b> . . . . .	Pág. 142
	Concepto general - Observaciones recíprocas y no-recíprocas - Coeficiente de refracción - Corrección por (T - I)	

CONTENIDO

<b>CAPITULO 19</b>	<b>NIVELACION GEOMETRICA (O DIRECTA)</b> . . . . .	Pág. 147
	Nivelación geométrica simple - Nivelación geométrica compuesta; chequeo de la carterá; contranivelación - Anotaciones generales respecto a nivelación	
<b>CAPITULO 20</b>	<b>CURVAS DE NIVEL - PERFIL - NIVELACION</b> . . . . .	Pág. 153
	Características de las curvas de nivel; maneras de dibujarlas - Perfil: Concepto general, manera de obtenerlo - Nivelación de una línea: por "distancias fijas", por "cotas redondas" y por "puntos de quiebre" - Nivelación de un terreno: Sistema Radiación y Sistema Cuadrícula	
<b>CAPITULO 21</b>	<b>AJUSTES EN NIVELACION</b> . . . . .	Pág. 159
	Ajuste de un circuito de nivelación - Ajuste de una red de nivelación - Ejemplos	
<b>CAPITULO 22</b>	<b>TAQUIMETRIA</b> . . . . .	Pág. 164
	Generalidades - Deducción de las fórmulas para el cálculo de $D_H$ y $D_V$ - Cálculo de cotas - Aplicaciones - Posibles causas de error - Recomendaciones - Empleo de tablas Taquimétricas.	
<b>CAPITULO 23</b>	<b>EL AUTOREDUCTOR</b> . . . . .	Pág. 170
	Características principales de este tipo de taquímetro - Modelos DKRM y DKRY de la casa KERN - Modelo RDS de la casa WILD - Observaciones generales	
<b>CAPITULO 24</b>	<b>LA ESTADIA DE INVAR</b> . . . . .	Pág. 176
	Principio de funcionamiento - Fórmula para el cálculo de la distancia horizontal - Precisión obtenida - Manera de medir distancias mayores de 200 mts. - Precauciones al usar la Estadia	
<b>CAPITULO 25</b>	<b>LA PLANCHETA</b> . . . . .	Pág. 180
	Descripción - Manera de operarla - El arco Beaman - Correcciones a la alidada - Levantamientos con la plancheta - Determinación de dos puntos por medio de triangulación gráfica: Intersección y Resección - Problema de los dos puntos - Problema de los tres puntos - Ajuste gráfico de poligonales - Ventajas y desventajas de la plancheta	
<b>CAPITULO 26</b>	<b>NOCIONES DE TRAZADO</b> . . . . .	Pág. 195
	Introducción - Estudios preliminares - Levantamiento topográfico - Dibujo del plano acotado - Consideraciones generales y elementos de diseño de una vía	
<b>CAPITULO 27</b>	<b>FACTORES GEOMETRICOS EN EL DISEÑO DE UNA VIA</b> . . . . .	Pág. 201
	Curvas circulares simples - Curvas circulares compuestas - Nociones de estabilidad en la marcha - Peralte - Deslizamiento - Volcamiento - Curvas de transición - Perfil longitudinal de la vía - Curvas verticales - Visibilidad en las curvas verticales - Curva vertical más conveniente	
<b>CAPITULO 28</b>	<b>LOCALIZACION DEL PROYECTO EN EL TERRENO</b> . . . . .	Pág. 215
	Localización de los alineamientos rectos - Replanteo de curvas circulares, método de las deflexiones - Casos especiales de replanteo de curvas - Replanteo por el método de las ordenadas sobre la tangente - Replanteo por el método de ordenadas sobre la cuerda principal - Cierre de una curva en ángulo y en lado - Replanteo de curvas verticales	



## CONTENIDO

### CAPITULO 29 | ESTACAS DE CHAFLAN Y CUBICACION DE MOVIMIENTO DE TIERRA Pág. 226

Definición - Estacas de chaflán en corte y en relleno - Cubicación del movimiento de tierra - Areas de secciones transversales - Cálculo de los volúmenes de tierra que han de ser removidos - Cartera de cubicaciones - Métodos para calcular el posible volumen del movimiento de tierra - Empleo de la Fotogrametría y computadores digitales en cubicaciones

### CAPITULO 30 | NOCIONES DE FOTOGAMETRIA . . . . . Pág. 237

Generalidades: Definición; Reseña histórica; Desarrollo de la Fotogrametría en Colombia - Descripción del proceso fotogramétrico - Fotogrametría Terrestre - Fotogrametría Aérea

### CAPITULO 31 | FUNDAMENTOS GEOMETRICOS DE LA FOTOGAMETRIA . . . . . Pág. 243

Relación entre la escala de la fotografía y la altura de la cámara - Cálculo de coordenadas - Visión estereoscópica - Paralaje - Medición del desplazamiento de la imagen debido al relieve topográfico

### CAPITULO 32 | DESARROLLO DEL PROCESO FOTOGAMETRICO . . . . . Pág. 251

Tomo de fotografías - Planos fotogramétricos: Mosaicos y planos - Control terrestre: Horizontal y Vertical - Aparatos de Restitución: El Múltiple - Aplicaciones principales de la Fotogrametría

### CAPITULO 33 | DETERMINACION DE AZIMUT POR ALTURA ABSOLUTA DEL SOL Pág. 257

Introducción - La esfera Celeste - Movimiento aparente - Sistemas de coordenadas celestes - Coordenadas horizontales - Coordenadas Ecuatoriales horarias - Coordenadas Ecuatoriales absolutas - El punto vernal - El triángulo astronómico - Refrocción - Paralaje - Procedimiento para la determinación de azimut - Modelo de formato para la observación y del cuadro de cálculos - Ejemplo

### CAPITULO 34 | PRINCIPALES CARACTERISTICAS DE LOS APARATOS MODERNOS EMPLEADOS EN TOPOGRAFIA . . . . . Pág. 267

Introducción - Principales innovaciones introducidas: La Plomada Optico; El Doble Círculo; El Micrómetro Optico; Innovaciones en los niveles; Mejoras a los tripodes - Teodolitos KERN DKM-1 y WILD T-16 - Nivel GK-1-A- (Características principales)

### CAPITULO 35 | COMPUTADORES DIGITALES Y SU UTILIZACION EN LA TOPOGRAFIA . . . . . Pág. 278

Introducción - El proceso de Cálculo - Descripción del Computador Digital - Unidades fundamentales de un Computador - Procedimiento para la solución de un problema utilizando el Computador - Lenguajes de programación - Lenguajes específicos - Aplicación del Computador Digital a la Topografía - Ejemplo de Aplicación.

### CAPITULO 36 | FORMULAS Y TABLAS . . . . . Pág. 296

Principales fórmulas de la Geometría y Trigonometría Plana. Corrección por Temperatura y Tensión a la Cinta - Tablas Taquimétricas - Tablas de Seno  $\alpha$  - Tablas de la Estadia de Invar.

## CAPITULO

# 1

## INTRODUCCION

### NOCIONES GENERALES

La Topografía tiene por objeto medir extensiones de tierra, tomando los datos necesarios para poder representar sobre un plano, a escala, su forma y accidentes.

Es el arte de medir distancias horizontales y verticales entre puntos y objetos sobre la superficie terrestre, medir ángulos entre líneas terrestres y establecer puntos por medio de distancias y ángulos previamente determinados.

Con los datos tomados por el topógrafo sobre el terreno y por medio de elementales procedimientos matemáticos, se calculan distancias, ángulos, direcciones, coordenadas, elevaciones, áreas o volúmenes, según lo requerido en cada caso.

El procedimiento a seguir en un levantamiento topográfico comprende dos etapas fundamentales:

1. *El trabajo de Campo* o sea la recopilación de datos.
2. *El trabajo de Oficina* que comprende el cálculo y el dibujo.

La Topografía sirve como base para la mayoría de los trabajos de Ingeniería, pues la elaboración de un proyecto se hace una vez se tengan los datos y planos topográficos que representan fielmente todos los accidentes del terreno sobre el cual se va a construir la obra.

También se emplea la Topografía para establecer los límites de propiedades, medir sus extensiones, dividir las y determinar accidentes u objetos dentro de ellas.

La Topografía de alta precisión es empleada por los gobiernos de los países para establecer sus fronteras, límites internos, para la determinación de las líneas de navegación en los ríos y lagos, y en especial para la confección de la carta geográfica del país.

## Diferencia entre Topografía y Geodesia

Es necesario hacer una pequeña aclaración para desligar dos ciencias que tienen más o menos la misma finalidad: medir extensiones de tierra. Estas dos ciencias son la Topografía y la Geodesia; difieren entre sí en cuanto a las magnitudes consideradas en cada una de ellas y, por consiguiente, en los métodos empleados.

La Topografía opera sobre porciones pequeñas de tierra, no teniendo en cuenta la verdadera forma de ésta, un elipsoide, sino considerando la superficie terrestre como un plano.

El error cometido con base en esta hipótesis es despreciable, tratándose de extensiones de tierra que no sean excesivamente grandes, si se considera que un arco en la superficie terrestre de 18 kms. de longitud es tan solo 1.5 cms. más largo que la cuerda subtendida, y que sólo se comete un error de 1" (un segundo) de exceso esférico en un triángulo que tenga un área de 190 km<sup>2</sup>.

Cuando se trata de medir grandes extensiones de tierra, como por ejemplo, para confeccionar la carta de un país, de un departamento, o de una ciudad grande, no se puede aceptar la aproximación que da la Topografía, teniéndose entonces que considerar la verdadera forma de la tierra y por consiguiente su superficie ya no se considera un plano sino se toma como parte de la superficie de una "esfera" o "elipsoide", (según la precisión considerada) y tenemos, por tanto, que acudir a la Geodesia.

El presente texto se dedicará en forma exclusiva a la Topografía, por ser esta ciencia la empleada más frecuentemente en los trabajos de Ingeniería y porque, siendo la Geodesia suficientemente extensa y diferente, debe tratarse como materia independiente.

Se tomarán, pues, como base de este estudio las siguientes hipótesis, fundadas en la anterior diferenciación:

1. La línea que une dos puntos sobre la superficie de la tierra es una línea recta.
2. Las direcciones de la plomada, en dos puntos diferentes cualesquiera, son paralelas.
3. La superficie imaginaria de referencia, respecto a la cual se tomarán las alturas, es una superficie plana.
4. El ángulo formado por la intersección de dos líneas sobre la superficie terrestre es un ángulo plano y no esférico.

Con las hipótesis anteriores, con los conocimientos básicos de Geometría y Trigonometría y con un poco de sentido común, se está perfectamente capacitado para iniciar y completar con éxito el estudio de la Topografía. Es condición indispensable para que el estudiante obtenga buen provecho del

curso, poner todo el interés tanto en la parte *teórica* como en la *práctica*, pues está comprobado que, por intensa que sea la teoría, no se obtiene un buen topógrafo si éste no ha tenido un adecuado entrenamiento en el terreno.

No es difícil comprender la importancia de la Topografía para el estudiante de Ingeniería, principalmente por dos aspectos:

1. Porque la Topografía es la primer materia en la cual tiene oportunidad de desarrollar una labor profesional, y
2. Porque, aunque no tenga como ideal llegar a ser un topógrafo, sí es muy útil dominar la materia como un primer paso al éxito en la mayoría de los ramos de la Ingeniería.

### División Básica de la Topografía:

La Topografía se puede dividir en dos grandes ramas que son:

1. La Planimetría
2. La Altimetría

#### Planimetría:

Sólo tiene en cuenta la proyección del terreno sobre un plano horizontal imaginario que se supone es la superficie media de la tierra.

#### Altimetría:

Tiene en cuenta las diferencias de nivel existentes entre los diferentes puntos de un terreno.

Para la elaboración de un "plano topográfico" propiamente dicho, es necesario conocer estas dos partes de la Topografía para poder determinar la posición y elevación de cada punto.

### Unidades empleadas en Topografía

Tanto en Planimetría como en Altimetría es necesario medir ángulos y longitudes. Además, se calculan superficies y volúmenes. Es, por tanto, conveniente indicar las unidades más usuales:

Las unidades de medición angular son: el grado, el minuto y el segundo (en el sistema sexagesimal). En la mayoría de los trabajos topográficos, es suficiente tomar los ángulos hasta el minuto. En ciertos trabajos de precisión los ángulos se toman al segundo y a veces hasta la décima de segundo.

Entre nosotros, la unidad de medición longitudinal es el metro, con sus múltiplos y submúltiplos. En general, las longitudes se toman al centímetro. De acuerdo con la mayor o menor precisión deseada se toman al milímetro o al decímetro, medio metro o metro simplemente.

Las áreas se expresan en metros cuadrados ( $m^2$ ) y algunas veces en varas cuadradas ( $v^2$ ). Si el área es demasiado grande se expresa en hectáreas (hect.) o en fanegadas (fng.). Las relaciones que las ligan son:

$$1 \text{ hect.} = 10.000 \text{ m}^2 \quad 1 \text{ v}^2 = 0.64 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ fng.} = 10.000 \text{ v}^2 \quad 1 \text{ fng.} = 0.64 \text{ Hect.}$$

Los volúmenes se expresan en metros cúbicos ( $m^3$ ). Algunas veces es necesario expresarlos en yardas cúbicas ( $yda^3$ ).

$$1 \text{ yda}^3 = 0.7646 \text{ m}^3$$

### PLANIMETRIA

La Planimetría considera la proyección del terreno sobre un plano horizontal. Esta proyección se denomina "base productiva" y es la que se considera cuando se habla del área de un terreno. Las distancias se toman sobre esta proyección, (Fig. 1).

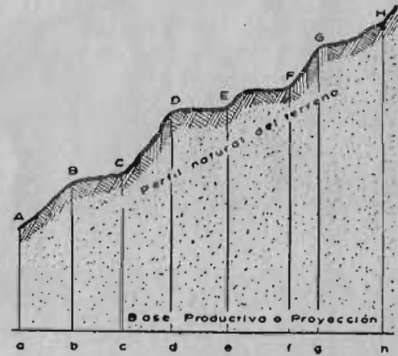


Fig. N° 1 - Base productiva del terreno

determinado instante, pero que luego pueden desaparecer. Se determinan por medio de piquetes o jalones.

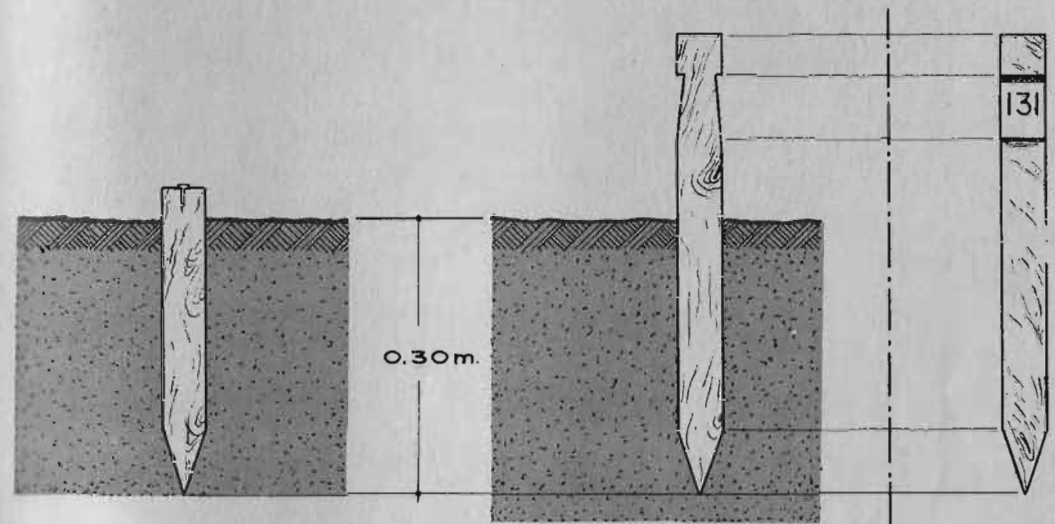
b) Puntos transitorios: son puntos que deben perdurar mientras se termina el trabajo, pero que posteriormente pueden desaparecer; en general, son estacas de madera como las que muestra la figura 2.

c) Puntos definitivos: son aquéllos que no pueden desaparecer una vez hecho el trabajo. Son fijos y determinados. De estos puntos hay que considerar dos clases:

Los métodos empleados en Topografía son estrictamente geométricos y trigonométricos. Se determinan líneas y ángulos para formar figuras geométricas. El terreno se considera como un polígono y se trata de calcular su área.

Para lograr este objetivo se fijan puntos, sobre los linderos del terreno, que son los vértices del polígono. Estos puntos pueden ser:

- a) Puntos instantáneos o momentáneos: son puntos que se necesitan en un momento determinado, pero que luego pueden desaparecer. Se determinan por medio de piquetes o jalones.
- b) Puntos transitorios: son puntos que deben perdurar mientras se termina el trabajo, pero que posteriormente pueden desaparecer; en general, son estacas de madera como las que muestra la figura 2.
- c) Puntos definitivos: son aquéllos que no pueden desaparecer una vez hecho el trabajo. Son fijos y determinados. De estos puntos hay que considerar dos clases:



Estaca de Punto

Fig. N° 2 - Estacas

Estaca de Chaflán

1. Punto Natural: es un punto existente en el terreno, fijo, desracado, que puede identificarse fácilmente; por ejemplo: intersección de las orillas de dos ríos, punto más alto de un cerro, prominencia de una roca, etc.

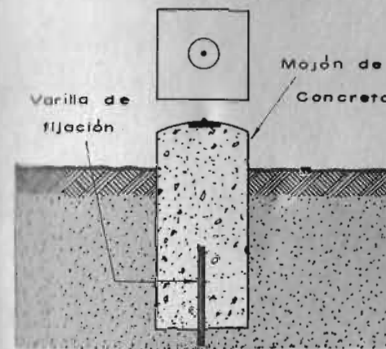


Fig. N° 3 - Mojón

2. Punto Artificial Permanente: es generalmente un mojón formado por un paralelepípedo de concreto de  $10 \times 10$  cms. de sección y de 60 cms. de longitud y que sobresale unos cinco cms. sobre el terreno, (Fig. 3).

Una vez definidos los vértices del terreno que se desea medir, se procede a trazar las líneas entre ellos, por medio de puntos intermedios alineados, y se miden sus longitudes por medio de un metro o cinta, o por cualquier otro procedimiento, como se verá más adelante.



## MEDICIONES CON CINTA

## Elementos Necesarios en las Mediciones:

a - *Cintas*: Medir con cinta se llama *cadenear*. El que maneja la cinta se denomina *cadenero*. Esto se debe a que originalmente se empleaba para medir una cadena de 100 pies de longitud, compuesta de 100 eslabones, cada uno de 1 pie. Cada diez pies, o sea cada 10 eslabones, tenía una señal de bronce que indicaba el número de segmentos de 10 eslabones (diez pies) desde el origen.

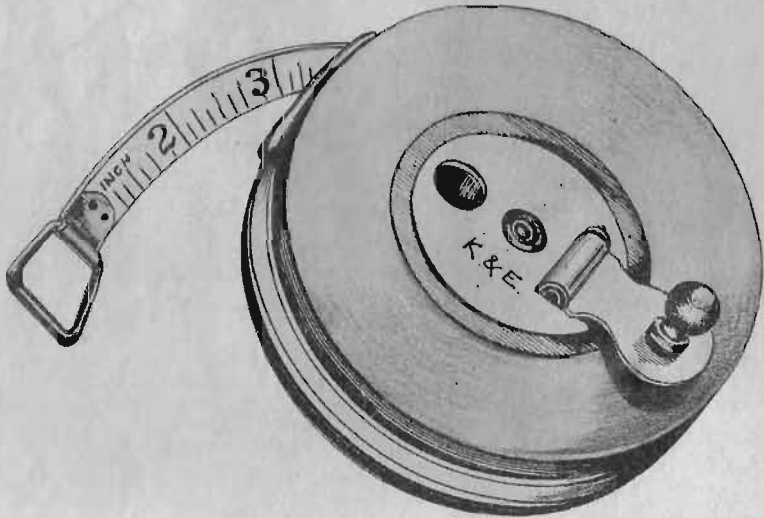


Fig. N° 4 - Cinta

Las cintas que se usan en la actualidad para medir están hechas de diferentes materiales, longitudes y pesos. Las más comunes son las de *tela* y las de *acero*. Las de tela están hechas de material impermeable y llevan un refuerzo de delgados hilos (4, 6 u 8 hilos) de acero o de bronce para impedir que se alarguen con el uso.

Generalmente vienen de 10, 20 ó 30 mts. y su ancho es de 5/8 de pulgada. Las cintas de tela no se emplean para levantamientos de mucha precisión o cuando los alineamientos son muy largos, pues con el uso se estiran. Se debe tener el cuidado de dejar secar la cinta, antes de colocarla nuevamente en la caja, cuando por efectos del trabajo se ha humedecido. Igualmente, al enrollarla se debe hacer pasar entre los dos dedos, índice y medio, manteniendo éstos cerca de la ranura para evitar que la cinta entre torcida a la caja y se trabe.

Las cintas de acero se emplean para mediciones de precisión. Las longitudes más comunes en que vienen son: 25, 30, 50 y 100 mts. Son un poco más angostas que las de tela; 1/4" y 5/16" son los anchos más comunes. Tienen la desventaja de partirse muy fácilmente.

Recientemente se están usando, con muy buenos resultados, unas cintas de hilo sintético con recubrimiento de plástico. Cuando se trabaja en vecindades de agua salada, es útil el empleo de cintas de bronce y fósforo, pues son a prueba de óxido.

La *cinta de invar* se emplea para levantamientos de alta precisión. El invar es una aleación de níquel y acero que tiene una expansión térmica aproximadamente igual a 1/30 de la del acero. Generalmente se emplean aleaciones de 1/10 del coeficiente de expansión del acero. Siendo el invar un material blando, se debe manejar la cinta con cuidado; debido a esto y a su alto costo, es poco práctica para el uso corriente.

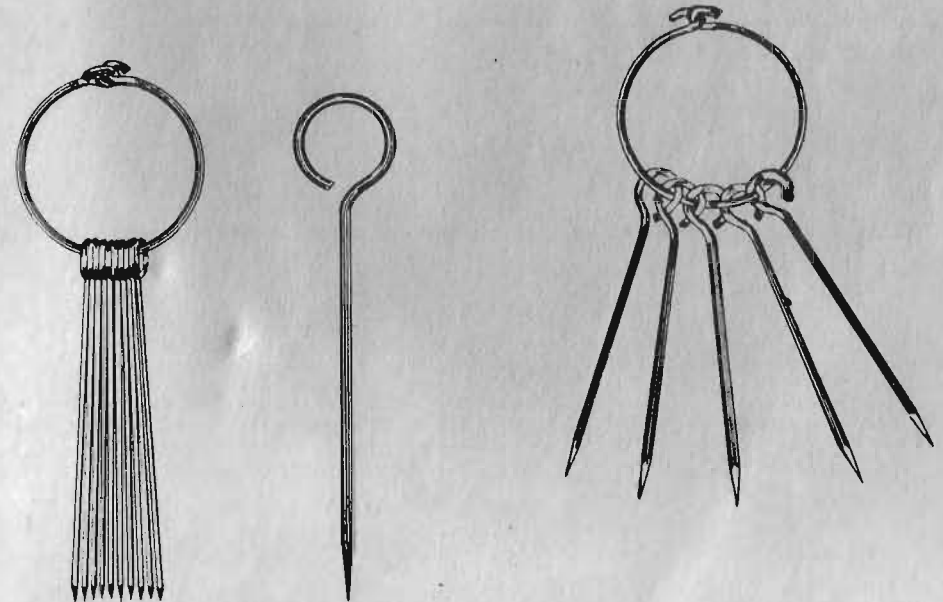


Fig. N° 5 - Piquetes



Como precaución importante en las mediciones con cinta, se debe tener cuidado de determinar la posición del "cero", puesto que en algunas cintas está en el extremo y en otras 10 ó 20 cms. después.

b - *Piquetes*: Son generalmente de unos 25 a 35 cms. de longitud, están hechos de varilla de acero y provistos en un extremo de punta y en el otro de una argolla que les sirve de cabeza. Un juego de piquetes consta generalmente de 10 unidades que van sostenidas de un gancho (como se ve en la figura 5). Para hacerlos más visibles durante el trabajo, es aconsejable colocarles un trapo de color en la argolla.

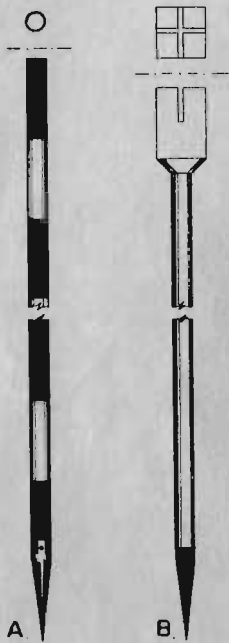


Fig. N° 6 - Jalón y Escuadra de Agrimensor

c - *Jalones*: Son de metal o de madera y tienen una punta de acero que se clava en el terreno. Sirven para indicar la localización de puntos o la dirección de líneas.

Generalmente son varas cuya longitud oscila entre 2 y 3 mts.; de sección circular u octogonal, de 1 pulg. de diámetro aproximadamente. Están pintados en franjas de 20 cms. de color rojo y blanco alternativamente, (Fig. 6-A).

d - *Escuadra de Agrimensor*: Es un instrumento que se emplea en levantamientos de poca precisión, para lanzar visuales o para trazar perpendiculares.

Consta de una caja metálica o de madera y un palo o bastón para apoyarla. Tiene en la caja unas ranuras a 90° por medio de las cuales se pueden trazar alineamientos perpendiculares entre sí. Algunas tienen otra ranura a 45° para trazar alineamientos con esta dirección. Su sección es cuadrada u octogonal, (Fig. 6-B).

### Medición de Distancias entre dos puntos fijos

a) *En un terreno plano*: Elementos necesarios: 2 o más jalones, un juego de piquetes, una cinta. Los jalones se colocan en los puntos extremos y sirven para mantener el alineamiento. La medida la efectúan dos individuos, que se denominan: cadenero trasero y cadenero delantero. El cadenero trasero coloca un piquete en el punto de partida; el cadenero delantero, con el extremo de la cinta, avanza hacia el otro punto; cuando ha recorrido una longitud igual a la de la cinta, se detiene. Por medio de señales de mano, el cadenero trasero, observando el jalón situado en el otro extremo, alinea al cadenero delantero, y éste coloca un piquete sobre la línea. Luego templamos la cinta y cuando el cadenero trasero la tenga sujeta, coincidiendo el piquete con

la división final de la cinta, coloca el cadenero delantero, frente al cero, el piquete. Como chequeo se vuelve a templar la cinta y se ve si está correcta la medición; si esto ocurre, se avanza, arrancando el cadenero trasero el piquete y llegando hasta donde el cadenero delantero dejó clavado el otro y se repite la operación. Así, el número de piquetes que el cadenero trasero tenga, será igual al número de "cintadas" que se hayan tomado. Esto es importante, pues es fácil, por distracción, equivocarse en el número de "cintadas".

Cuando el alineamiento se hace por medio de un tránsito colocado en uno de los extremos de la línea que se quiere medir, entonces el que está en el tránsito dirige por medio de señales al cadenero delantero para mantenerlo alineado.

Cuando se requiere ir estacando la línea medida a distancias dadas, se coloca una estaca en el sitio del piquete; luego, manteniendo tensa la cinta, se ve sobre qué punto de la cabeza de la estaca cae el cero de la cinta y, cuidando de la alineación, se clava sobre dicho punto una tachuela. Enseguida se chequea la medida y el alineamiento.

b) *Cuando el terreno es inclinado o irregular*: Es necesario mantener siempre la cinta horizontal. Entonces se usa la plomada para proyectar el cero o

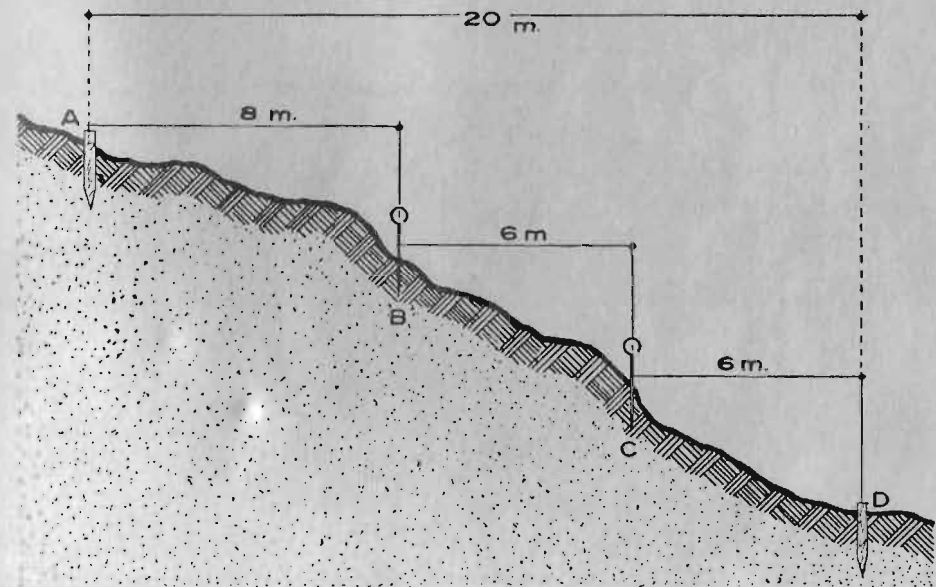


Fig. N° 7 - Medición en terreno inclinado

extremo de la cinta sobre el punto donde debe ir el piquete. Cuando no se requiere demasiada precisión, basta con un jalón, en vez de plomada, cuidando que éste permanezca vertical.

La cinta se debe mantener bien tensa para evitar que forme una catenaria. Cuando el terreno es muy inclinado, (Fig. 7) se mide por partes, tomando tramos tan largos como sea posible, manteniendo la cinta horizontal.

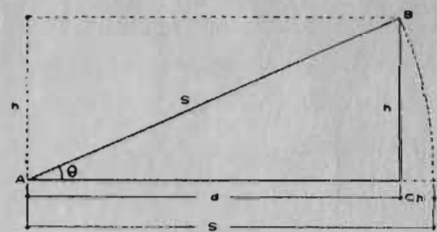
Para contabilizar el número de "cintadas" se procede como está indicado en la figura: se coloca un piquete en B, la proyección de un número completo de metros (8); luego el cadenero trasero avanza, le da un piquete al cadenero delantero, y sostiene la cinta sobre B, marcando el mismo número de metros (8) leídos hasta B; avanza el cadenero delantero hasta completar otro número completo de metros (14) y proyecta sobre C dicha cantidad. Avanza de nuevo el cadenero trasero, le entrega al delantero otro piquete y el delantero sigue hasta completar la cintada, proyectando sobre D el extremo de la cinta. Al llegar al punto D el cadenero trasero ya no entrega ningún piquete; de esta manera se puede llevar el control del número de "cintadas" con el mismo método anterior (cuando el terreno era plano).

Para mantener la cinta horizontal es mejor llevar un nivel de mano, pues a simple ojo se cometen errores de apreciación en la horizontalidad.

**Mediciones Inclinadas:** Hay ocasiones en las cuales es más conveniente medir las distancias inclinadas y tomar la pendiente de éstas para luego calcular la verdadera distancia horizontal.

Si se desea averiguar la diferencia de altura entre los dos extremos de la cinta, se emplea un "nivel Locke", (ver Niveles de Mano). Si se desea conocer la pendiente de la cinta, se emplea un "nivel Abney", (ver Niveles de Mano).

*Fórmula aproximada para calcular la distancia horizontal conocida la distancia inclinada. - Corrección por pendiente.*



S: distancia inclinada entre dos puntos A y B.

h: diferencia de altura entre A y B.

d: distancia horizontal entre A y B.

Ch: Corrección, debida a la pendiente, que debe hacerse a S para obtener la distancia horizontal d.

Fig. N° 8 - Corrección por medición inclinada.

$$Ch = S - d$$

$$h^2 = S^2 - d^2 = (S + d)(S - d)$$

Cuando la pendiente no es muy grande, o sea, para valores pequeños de  $\theta$  se tiene que  $S + d \approx 2S$ .

$$h^2 = 2S(S - d) \therefore (S - d) = Ch = \frac{h^2}{2S}$$

El error cometido al aplicar esta fórmula es despreciable, como se ve en el siguiente ejemplo:

$$\begin{aligned} \text{Si: } h &= 5 \text{ mts.} \\ S &= 20 \text{ mts.} \end{aligned} \quad Ch = \frac{25}{40} = \frac{5}{8} = 0.625 \text{ mts.}$$

$$\therefore d = 20 - 0.625 \text{ mts.} = 19.375 \text{ mts.}$$

Calculando la distancia  $d$  en forma correcta, tendríamos:

$$\text{Sen } \theta = \frac{5}{20} = 0.250; \quad d = h / \text{tg } \theta$$

$$\theta = 14^\circ 28'; \quad \text{tg } \theta = 0.25800 \text{ luego } d = \frac{5}{0.2580} = 19.379 \text{ mts.}$$

La cual difiere de la calculada, aplicando la corrección por pendiente, sólo en 0.004 mts. que es en realidad despreciable.

Cuando se conoce el ángulo de pendiente  $\theta$  se puede calcular directamente la distancia horizontal por la fórmula:

$$d = S \cos \theta$$

En general, efectuar las operaciones con regla de cálculo es suficiente para levantamientos que no exigen mucha precisión. Para ángulos menores de  $5^\circ$  (cinco grados) no vale la pena efectuar la corrección, pues:

$$\cos 5^\circ = 0.99619 \approx 1.00$$

En 20 metros, la corrección sería:

$$d = 20 \times 0.99619 = 19.924$$

$$\therefore Ch = 0.076 \text{ mts.}$$

Además, para levantamientos poco precisos, en los cuales las operaciones se efectúan con regla de cálculo, la cual no da directamente funciones trigonométricas para ángulos menores de  $5^\circ$ , no es necesario hacer la corrección por pendiente para estos ángulos.

*Nota:* Cuando la precisión exige que se haga la corrección por pendiente para ángulos menores que  $5^\circ$ , podemos usar la fórmula aproximada:

$$\begin{aligned} h &= S \cdot \text{Sen } \theta \approx S \cdot \theta \cdot \text{Sen } 1^\circ \\ h &= S \cdot \theta \cdot 0.0175 \\ \therefore Ch &= 0.015 \cdot S \cdot \theta^2 \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} S : \text{ en metros.} \\ \theta : \text{ en grados.} \\ Ch : \text{ en centímetros.} \end{array} \right.$$

**Errores cometidos en las Mediciones:**

1. *Cinta no estándar:* Que la cinta no tenga realmente la longitud que indica. Esto se puede evitar patronándola en una base medida con precisión y aplicando la corrección.

2. *Alineamiento imperfecto:* Que el cadenero delantero no coloque el piquete correctamente alineado y entonces resulta una longitud mayor. Cuando no es demasiado grande la cantidad en que se sale el piquete de la línea, este error puede ser despreciable, pues, midiendo con una cinta de 20 mts. se desalinea en 0.20 mts., el error cometido es tan solo de 0.002 mts.

3. *Falta de horizontalidad en la cinta:* Produce un error similar al del alineamiento imperfecto, dando una longitud mayor que la real. Aun en los cadeneros más experimentados se ha comprobado que cometen error al apreciar la horizontal. Esta es una de las principales fuentes de error en una medición, por tanto se debe evitar en lo más posible y la mejor manera de hacerlo es usando un nivel de mano para lograr que la cinta quede horizontal.

4. *Que la cinta no quede recta,* debido al viento o a la presencia de obstáculos. Este error es variable, y produce el mismo efecto de la cinta más corta. El cadenero debe fijarse en que la cinta esté recta cuando se tensiona para hacer la lectura.

5. *Errores accidentales:* Al leer la cinta, al colocar la plomada y los piquetes se cometen errores accidentales. El error probable tiende a variar como la raíz cuadrada del número de "cintadas". El error cometido con la plomada se puede evitar midiendo distancias inclinadas. Los otros errores, aunque es difícil evitarlos, no son generalmente de gran ocurrencia.

6. *Variación en longitud de la cinta debido a la temperatura:* La cinta se expande cuando la temperatura sube y se contrae cuando la temperatura baja. Así, para una cinta de acero de 30 mts. de longitud, un cambio de 10°C en la temperatura produce una variación de 0.0035 mts. Esto se evita, en levantamientos de precisión, no haciendo lecturas en condiciones extremas de temperatura. Las cintas vienen estandarizadas para una temperatura dada; si se anota la temperatura bajo la cual se ha efectuado la medición, se podrá luego efectuar una corrección por temperatura.

7. *Variaciones de Tensión:* Las cintas están calibradas para una determinada tensión, y siendo algo elásticas, se acortan o alargan según que la tensión aplicada sea menor o mayor que la estándar. Este error sólo se tiene en cuenta en mediciones de alta precisión.

8. *Formación de una catenaria:* (Debida al peso propio de la cinta). Se evita este error aplicando una tensión tal que produzca un alargamiento que contrarreste el error cometido por catenaria. Esta tensión así aplicada se denomina *Tensión Normal*, la cual varía según el tipo de cinta empleado.

**Precisión de las Mediciones con Cinta.**

En levantamientos que no exigen mucha precisión se procura, a ojo, mantener horizontal la cinta (aunque es mejor obtenerlo por medio de un nivel Locke), se usa la plomada para proyectar los extremos de la cinta sobre el terreno, y se aplica una tensión conveniente (a estimación). No se acostumbra hacer correcciones por catenaria, temperatura o tensión.

Generalmente el grado de precisión que se obtiene varía de 1/1.000 a 1/2.300. En la mayor parte de los casos, la longitud de las líneas medidas resulta mayor que la real, pues los errores de mayor magnitud tienden a hacer más corta la cinta. Si la medición se efectúa sin aplicar la tensión suficiente y cuando los cadeneros no son muy expertos en mantener dentro de límites razonables la horizontalidad de la cinta, la precisión puede rebajarse hasta 1/500

En un terreno plano y continuo se puede obtener perfectamente una precisión de 1/5.000, la cual se considera buena.

Midiendo sobre una superficie lisa, v.gr., un terreno pavimentado, se puede esperar una precisión de 1/10.000 que es la mayor que se puede lograr sin ayuda de instrumentos topográficos.

Para los levantamientos que exigen un máximo de precisión, se emplean dinamómetros y termómetros para controlar la tensión y temperatura de la cinta durante una medición, y efectuando todas las correcciones del caso, puede esperarse una precisión hasta de 1/20.000

NOTA: Ver en el Capítulo 36: "Correcciones por Temperatura, Tensión y Catenaria" y "Tensión Normal".

*Manera de calcular el valor más probable de una magnitud cuando se han hecho varias observaciones.*

Generalmente se toma como valor más probable la media aritmética de las observaciones que se hayan hecho. Si, por ejemplo, se ha medido cuatro veces una distancia, y los datos obtenidos son los siguientes:

310.25
310.20
310.30
310.27
Suma = 1.241.02



$$\text{Media aritmética} = \frac{1.241.02}{4} = 310.255$$

Se supone que 310.255 será el valor más probable.

Generalizando, la media aritmética está dada por:

$$M_o = \frac{M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_n}{n}$$

En que:  $n$  = número de observaciones;  $M_1, M_2, M_3, \dots, M_n$  valor de cada observación.

*Error residual* de una observación es la diferencia entre el valor de esa observación y el valor de la media. La suma de todos los errores residuales, con su signo, es cero.

*Error Probable*: es un error tal, que la probabilidad de cometer un error mayor que él es igual a la probabilidad de cometer un error menor.

Según la teoría de los mínimos cuadrados y llamando:

$r$  = error probable

$r_o$  = error de la media

$v$  = error residual

El valor del error probable está dado por la fórmula

$$r = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{\sum v^2}{n-1}}$$

y el valor del error de la media, por la fórmula:

$$r_o = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{\sum v^2}{n(n-1)}}$$

Siendo  $n$  el número de observaciones o valores que se han tomado; con los mismos datos del ejemplo anterior se tendrá:

Observación	media	v	v <sup>2</sup>
310.25	310.255	- 0.005	0.000025
310.30		+ 0.045	0.002025
310.20		- 0.055	0.003025
310.27		+ 0.015	0.000225
		$\sum v = 0.00$	$\sum v^2 = 0.005300$
		$n = 4$	

Error probable:

$$r = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{0.0053}{4-1}} = \pm 0.6745 \sqrt{0.00177}$$

$$r = \pm 0.6745 \times 0.042 = \pm 0.0283$$

$$r = \pm 0.028$$

Error de la media:

$$r_o = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{0.0053}{4 \times 3}} = \pm 0.6745 \times 0.021$$

$$r_o = \pm 0.014$$

Así, pues, el valor más probable de estas observaciones será:

$$\text{Media} \pm \text{error de la media} = 310.255 \pm 0.014$$

El grado de precisión será:  $r_o/\text{Media}$ , expresado 1: Media/ $r_o$  (error unitario); en este caso:

$$\frac{0.014}{310.255} = \frac{1}{22.161} \text{ o sea } 1 : 22.161$$

### Equivocaciones que se pueden presentar al Cadenear:

1. *Añadir o quitar una "cintada"*: Se evita aplicando el método de llevar la cuenta de las "cintadas" por el sistema de los piquetes, o también si se van contando las estacas.

2. *Añadir un metro (1 mt.)*: Puede ocurrir cuando se mide el extremo de la línea con una fracción de "cintada". El error se elimina midiendo la línea en el otro sentido o, al menos, la fracción del extremo.

3. Cuando se toman otros puntos, diferentes de los marcados en la cinta, como origen o extremo de la cinta. También debe observarse si la cinta trae un metro extra, graduado, en uno de sus extremos, pues algunas lo tienen.

4. Debe tenerse cuidado en leer concienzudamente la cinta para evitar confusiones tales como leer 68 en vez de 89, o de confundir el 6 con el 9.

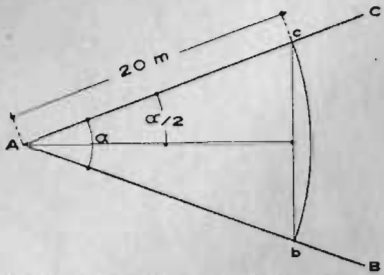
5. Al dictar cantidades a un anotador se debe estar seguro de que éste haya escuchado correctamente, y procurar dictar con toda claridad; así, por ejemplo, al dictar 50.3 decir "cincuenta punto tres" y no "cincuenta tres". Debe, además, repetirse cuando se considere necesario, o hacer que el anotador repita la cantidad dictada.

Es conveniente hacer estimación a ojo de la distancia para chequear si la medida obtenida se ciñe a la realidad. Cuando se trabaja con teodolito, se debe hacer chequeo leyendo en una mira y calculando la distancia taquimétricamente.



**Medición de Angulos con la Cinta**

Se trata de medir el ángulo  $BAC$  (Fig. 9); entonces, haciendo centro en el vértice  $A$ , con un radio de 20 mts. (o con el radio más conveniente en cada caso) se traza, por medio de la cinta, el arco  $cb$  que corta los lados  $AB$  y  $AC$  respectivamente en los puntos  $b$  y  $c$ . Se mide la longitud de la cuerda  $bc$ .



De la figura se tiene:

$$\text{Sen } \frac{\alpha}{2} = \frac{bc/2}{20} = \frac{bc}{40}$$

Fig. N° 9 - Medición de ángulos con cinta

Con lo cual queda determinado el ángulo  $\alpha$ . Si se tratara de construir un ángulo dado sobre el terreno a partir de un alineamiento tal como  $AB$  y con vértice en  $A$ , de la fórmula se deduce el valor de la cuerda  $bc$ ; se localiza el punto  $b$  a 20 mts. de  $A$ , luego con centro en  $b$  y con radio  $bc$  se traza un arco; la intersección de este arco con el arco trazado desde  $A$  con radio 20 mts. determina el punto  $c$  y uniendo  $A$  con  $C$  y prolongando se obtiene el ángulo requerido  $BAC$ .

**Trazado de una Perpendicular a una línea por medio de la Cinta.**

a) Método de 3, 4, 5 (Fig. 10): tiene la ventaja de ser más o menos rápido pero no es muy exacto.

Si se desea trazar una perpendicular a la línea  $AB$ , que pase por un punto  $D$ , exterior a ésta, lo primero que hay que hacer es suponer (a ojo) que el punto  $a$ , sobre  $AB$ , está sobre la perpendicular a  $AB$  que pasa por  $D$ . Se construye un triángulo rectángulo en  $a$ , que tenga por catetos 3 y 4 o múltiplos de 3 y de 4 y, por hipotenusa 5 o un múltiplo de 5; así, pues, el punto  $b$  está a una distancia del punto  $a$  que es 3 o múltiplo de 3 y el punto  $c$  a una distancia 4 o múltiplo de 4;  $b$  y  $c$  distan 5 o múltiplo de 5, con lo cual el ángulo en  $a$  es de  $90^\circ$ . Si la perpen-

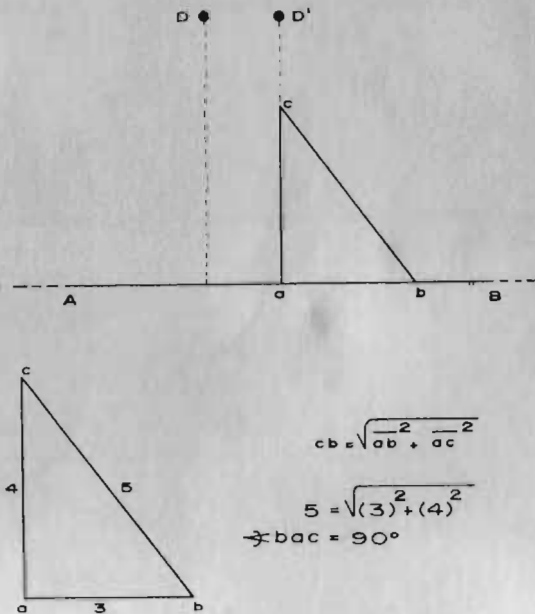


Fig. N° 10 - Trazado de una perpendicular con cinta. Método 3, 4, 5

dicular  $ac$  no pasa por  $D$  sino por  $D'$ , se mide  $DD'$  y se corre el pie de la perpendicular una distancia igual a  $DD'$  y se chequea de nuevo.

Cuando el terreno lo permite, se trazan arcos, con los radios convenientes, desde  $a$  y desde  $b$  y el punto de intersección de estos dos arcos determina el punto  $c$ .

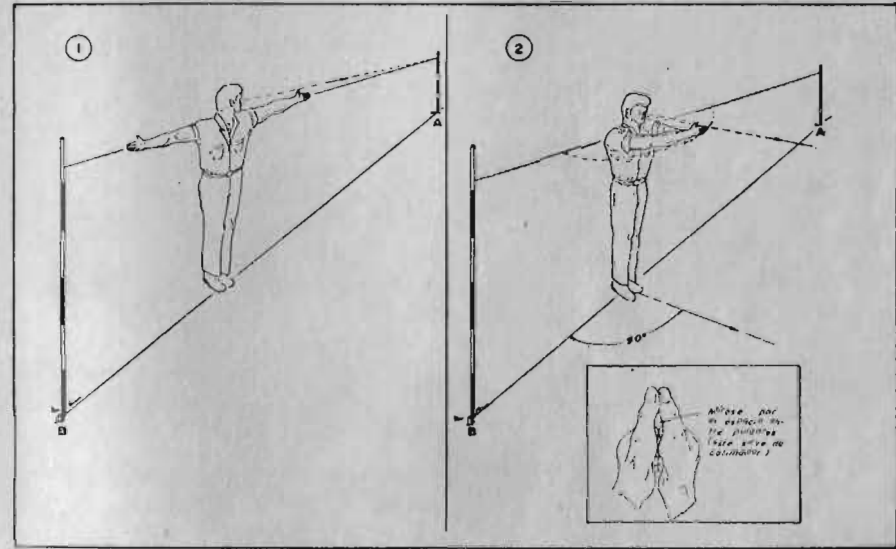


Fig. N° 10A - Trazado de una perpendicular a ojo

Nota: En el caso de no necesitarse mucha precisión se puede levantar una perpendicular, colocándose una persona sobre la línea  $AB$ , con los brazos abiertos en cruz, de modo que el brazo izquierdo apunte hacia  $A$  y el derecho hacia  $B$  luego, cerrando los ojos, se juntan hacia adelante, palma con palma de la mano, y esta dirección señalada con los brazos juntos es aproximadamente perpendicular a  $AB$ , (Fig. 10-A).

b) Método de la Cuerda Bisecada (Fig. 11)

Se toma, "a ojo", un punto  $(c)$  que esté sobre la perpendicular a  $AB$  que pase por  $D$ . Haciendo centro en  $c$ , se traza un arco que corte a  $AB$ ; lo corta en  $E$  y en  $F$ ; se mide la cuerda  $EF$  y se sitúa el punto  $a$  en la mitad de  $EF$ ; se une  $a$  con  $c$  y se prolonga; como lo más probable es que no pase por  $D$  sino por  $D'$ , entonces se mide  $DD'$  y se corre el pie de la perpendicular  $a$  sobre  $AB$ , una distancia igual a  $DD'$ . Luego se comprueba repitiendo el procedimiento.

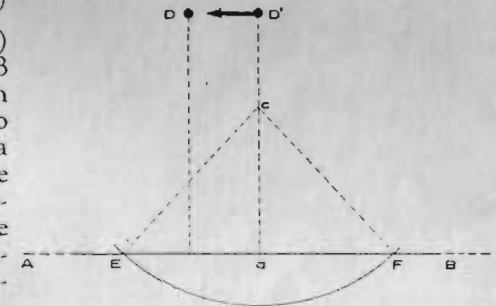


Fig. N° 11 - Trazado de una perpendicular con cinta. Método de la cuerda Bisecada

**Trazado de la perpendicular por un punto sobre la recta.**

Si queremos levantar una perpendicular a la línea AB por el punto a hacemos lo siguiente: medimos una distancia Ea igual a aF, (Fig. 11) (aproximadamente de 3 mts. cada una); trazamos arcos con radios iguales, desde E y desde F; el punto c de corte será un punto de la perpendicular ac. También se puede emplear el método 3, 4, 5.

**Medición de Distancias cuando se presenta un obstáculo:**

1. Se trata de medir el alineamiento AB. Se traza AO y desde B se traza una perpendicular a AO, obteniéndose BC. Se miden BC y AC y se calcula la distancia AB, (Fig. 12).

$$\overline{AB} = \sqrt{\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2}$$

2. Se levantan perpendiculares en A y en B tales que:

$$\overline{AA'} = \overline{BB'}$$

Se mide A' B' que es de igual longitud que AB, (Fig. 13).

3) Empleando relación de triángulos semejantes, (Fig. 14):

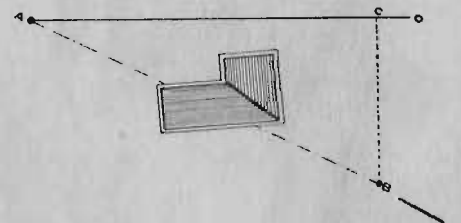


Fig. N° 12 - Medición de una distancia cuando se presenta un obstáculo. Caso 1

Sea C un punto desde el cual se ven A y B. Se miden las distancias AC y CB. Los puntos D y E se sitúan en tal forma que

$$\frac{DC}{CA} = \frac{CE}{CB}$$

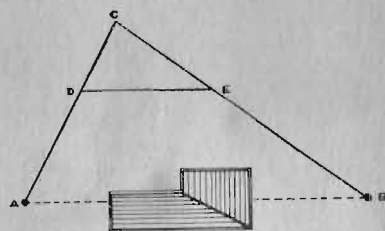


Fig. N° 14 - Medición de una distancia cuando se presenta un obstáculo. Caso 3

Generalmente la relación es 1/2 ó 1/3. Se mide DE y se calcula AB por relación de triángulos.

**Problemas Relativos a Mediciones con Cinta.**

1. La longitud de una línea medida con una cinta de 20 mts. resultó de 112.45 mts. Se encontró que al comparar la cinta con un patrón, ésta era 0.08 mts. más larga. ¿Cuál es la longitud real de la línea?

Solución:

La medida se efectuó con cinco (5) "cintadas" y una medida de 12.45; así, el error cometido fue:

$$5 \times 0.08 + 12.45 \times \frac{0.08}{20.00} = 0.40 + 0.05 = 0.45 \text{ mts.}$$

La longitud real de la línea es:

112.45
+0.45
112.90 mts.

2. Se quiere determinar una distancia de 160 mts. La cinta que se va a utilizar es de 30 mts., pero resulta que se ha alargado en 0.03 mts. ¿Qué se debe hacer en el terreno?

Solución:

Se miden cinco "cintadas" y 10 mts.; luego se mide hacia atrás una cantidad

$$= 5 \times 0.03 + 10 \times \frac{0.03}{30} = 0.15 + 0.01 = 0.16 \text{ mts.}$$

3. La verdadera distancia entre dos puntos es de 220.08 mts. Al medirla con una cinta de 50 mts. encontramos una distancia de 220.85 mts. Se pregunta: ¿Cuánto más larga o más corta está la cinta?

Solución:

220.85 mts. con una cinta de 50 mts. son 4.417 "cintadas".

Así pues:

Si en 4.417 "cintadas" se cometió un error de 0.77 mts.  
 en 1 "cintada" se cometió un error de x mts.  
 $x = 0.174 \text{ mts.}$

Respuesta: La cinta está más corta en 0.174 mts.

4. La longitud inclinada entre dos puntos es de 75 mts. La diferencia de cota entre puntos intermedios sucesivos que distan entre sí 20 mts. es + 1.0 mts., + 1.50 mts., + 0.70 mts. y + 0.95 mts. ¿Cuál es la distancia horizontal entre esos dos puntos?

Solución:

Se busca la corrección por pendiente para cada tramo y luego se suman:

$$Ch = \frac{1.0^2}{40} + \frac{1.5^2}{40} + \frac{0.7^2}{40} + \frac{0.95^2}{30} = \frac{3.74}{40} + \frac{0.90}{30} = 0.09 + 0.03 = 0.12 \text{ mts.}$$

La distancia horizontal será:

$$75.00 - 0.12 = 74.88 \text{ mts.}$$

5. Dos puntos situados a 100.00 mts. de distancia inclinada tienen una diferencia de nivel de 12.00 mts.; ¿cuánto se debe agregar a esta medida para que la distancia horizontal sea aproximadamente de 100.00 mts?

Solución:

$$Ch = \frac{144}{200} = 0.72 \text{ mts.}$$

∴ la distancia inclinada debe ser de 100.72 mts., para obtener con la pendiente dada, una distancia horizontal de 100.00 mts.

# CAPITULO

# 3

## LEVANTAMIENTO DE UN LOTE POR CINTA ÚNICAMENTE

Para medir un terreno con cinta únicamente, hay que dividir, en la forma más conveniente, el terreno en triángulos y tomar las medidas de sus lados, las alturas y los ángulos (de dichos triángulos) suficientes para poder calcular la superficie total y para poder dibujar el plano.

Se debe procurar, hasta donde lo permita el terreno, que los triángulos no presenten ángulos demasiado agudos, para no disminuir la precisión del levantamiento. Los detalles se toman por el método de izquierdas y derechas, para lo cual se colocan piquetes a distancias fijas (cada 20 mts., p. e.), o bien donde se crea necesario por haber un cambio brusco en la forma del lindero, y se miden las perpendiculares a la línea hasta el lindero. En general no deben pasar de 15 mts., para poder trazar las perpendiculares a ojo sin cometer mayor error. Por último, se calcula el área de los triángulos principales a la cual se le suma o resta el área de detalles por izquierdas y derechas, según el caso.

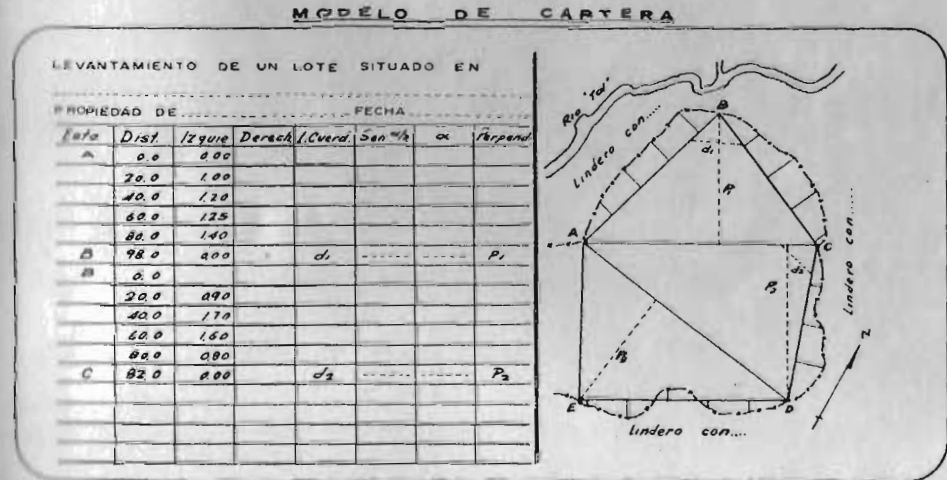


Fig. N° 15 - Modelo de cartera: levantamiento de un lote con cinta



Fig. N° 16 - Medición con cinta en terreno inclinado

Fórmulas para cálculo de áreas:

Como el terreno que se mide se descompone en triángulos y trapecios, las fórmulas más usuales son:



$$S = \frac{b \times h}{2} = b \times a \times \frac{\text{Sen } \alpha}{2}$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

donde  $p$  es el semiperímetro.

$$S = \frac{H}{2} (B + B')$$

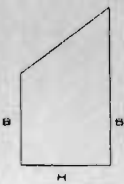


Fig. N° 17 - Dimensiones del triángulo y trapecio

Cuando hay que calcular una sucesión de trapecios, se pueden emplear las llamadas Fórmula de los Trapecios y Fórmula de Simpson, las que a continuación se explican:

Fórmula de los Trapecios:

Se divide la zona en un número par o impar de trapecios de igual altura (d), (Fig. 18).

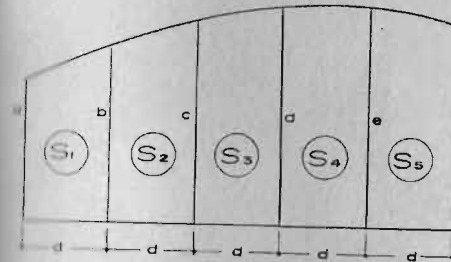


Fig. N° 18 - División del área para la fórmula de los trapecios

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5$$

$$S_1 = \frac{d}{2} (a + b)$$

$$S_2 = \frac{d}{2} (b + c)$$

$$S_3 = \frac{d}{2} (c + d)$$

$$S_4 = \frac{d}{2} (d + e)$$

$$S_5 = \frac{d}{2} (e + f)$$

$$S = \frac{d}{2} (a + 2b + 2c + 2d + 2e + f)$$

$$S = d \left( \frac{a + f}{2} + b + c + d + e \right)$$

El número de trapecios puede ser par o impar.

Fórmula de Simpson:

Es necesario dividir la zona en un número par de partes. Se considera luego, para la deducción de la fórmula, un trapecio de base  $2d$ , (Fig. 19).

Sea  $A_1$  el área de una zona, como la de la figura, que se puede considerar formada por la suma del área de un trapecio más el área de un sector de parábola:

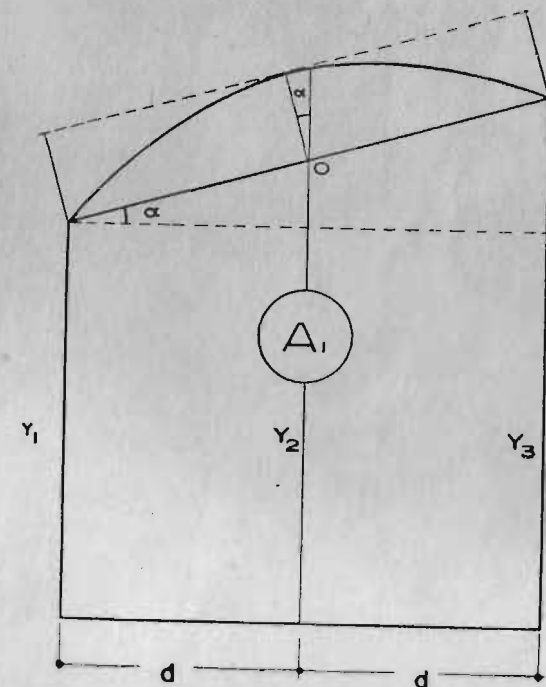


Fig. N° 19 - División del área para la fórmula de Simpson



(1) ... ..  $A_1 = A_t + A_p$

$$A_t = \frac{y_1 + y_3}{2} \cdot 2d$$

(2) ... ..  $A_t = \frac{d}{3} (3y_1 + 3y_3)$

(3) ... ..  $A_p = \frac{d}{3} (4y_2 - 2y_1 - 2y_3)$

Reemplazando los valores de (2) y (3) en (1) se tiene:

$$A_1 = \frac{d}{3} (y_1 + y_3 + 4y_2)$$

Sumando las áreas consecutivas tales como A, se obtiene finalmente la fórmula de Simpson:

$$A = \frac{d}{3} \cdot (y_1 + y_n + 2y \text{ impares} + 4y \text{ pares})$$

Así, la superficie dada por la fórmula de Simpson es igual a: "un tercio de la altura, que multiplica a: la suma de las ordenadas extremas, más el doble de la suma de las ordenadas impares, más el cuádruplo de la suma de las ordenadas pares".

# CAPITULO

# 4

## ANGULOS Y DIRECCIONES

### Generalidades:

La principal finalidad de la Topografía es la localización de puntos. Un punto se puede determinar si se conocen:

1. Su dirección y distancia a partir de un punto ya conocido.
2. Sus direcciones desde dos puntos conocidos.
3. Sus distancias desde dos puntos conocidos.
4. Su dirección desde un punto conocido y su distancia desde otro, también conocido.

*Nota:* Realmente en 3 y 4 resultan dos puntos pero, con una breve nota aclaratoria, se puede determinar cuál de los dos es.

Se llama *dirección* de una línea, el ángulo horizontal existente entre esa línea y otra que se toma como referencia.

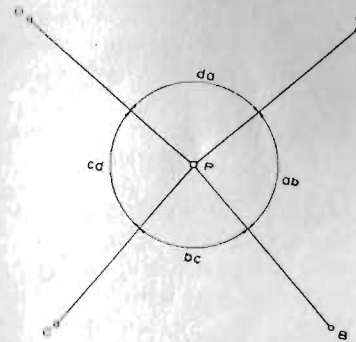


Fig. N° 20 - Angulos entre líneas

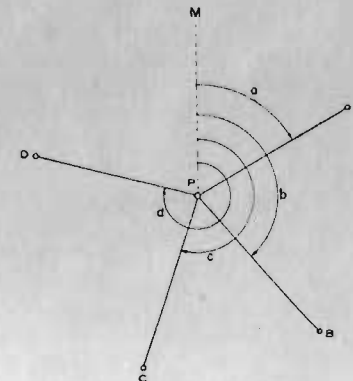


Fig. N° 21 - Angulos a partir de un meridiano

Se denomina *inclinación* de una línea el ángulo vertical (elevación o depresión) que ésta hace con la horizontal.

Las direcciones entre líneas que unen puntos sobre un terreno se pueden obtener de varias formas:

a) La dirección de cualquier línea se puede dar respecto a la línea adyacente por medio del ángulo existente entre ellas, (Fig. 20). Si es entre líneas no adyacentes, se suman los ángulos que intervienen.

b) Se pueden tomar también las direcciones a partir de una línea de referencia, tal como PM, (Fig. 21), y así conocer la dirección de cada línea.

#### Meridiano Verdadero y Meridiano Magnético

Si la línea de referencia, respecto a la cual se toman las direcciones, es la línea que pasa por los polos (N y S) geográficos de la tierra, se denomina *Meridiano Verdadero*. Si es la línea que pasa por los polos Magnéticos se denomina *Meridiano Magnético*. El primero se determina por medio de observaciones astronómicas y, para cada punto sobre la superficie terrestre, tiene siempre la misma dirección. El segundo se determina por medio de la brújula y no es paralelo al verdadero, pues los polos magnéticos están a alguna distancia de los geográficos; además, como los polos magnéticos están cambiando de posición constantemente, entonces, este meridiano no tendrá una dirección estable.

#### Declinación e Inclinación Magnéticas

El ángulo que hacen el meridiano verdadero y el magnético se denomina *declinación magnética*. Para cada punto sobre la tierra tiene un valor diferente y variable. Uniendo puntos de igual declinación magnética resulta una línea llamada *isogónica*. Estas líneas no son fijas, pues la declinación tiene variaciones (oscilaciones) en períodos de 300 años, un año y un día, llamadas respectivamente *variación secular*, *anual* y *diaria*. La declinación puede ser *Este* u *Oeste* según que la aguja de la brújula se desvíe hacia el Este u Oeste, respectivamente, del meridiano verdadero.

La aguja de la brújula no se mantiene horizontal debido a la atracción que ejercen los polos sobre ella. La aguja trata de inclinar su extremo norte en el hemisferio norte y su extremo sur en el hemisferio sur. El ángulo que hace la aguja con la horizontal se llama *inclinación magnética*; este ángulo varía de  $0^\circ$  en el Ecuador, a  $90^\circ$  en los polos. Para mantener la aguja horizontal se usan *contra-pesos*. Líneas que unen puntos de igual inclinación se llaman *isoclínicas*.

#### Rumbo:

Rumbo de una línea es la dirección de ésta respecto al meridiano escogido. Se indica por el ángulo agudo que la línea forma con el meridiano, especificando el cuadrante en el cual se toma.

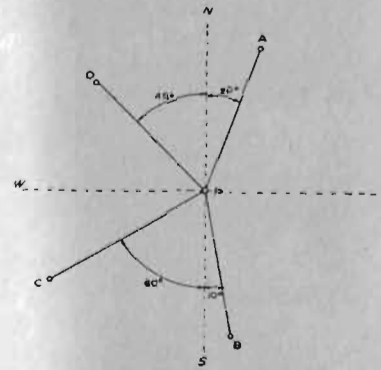


Fig. N° 22 - Medición de Rumbos

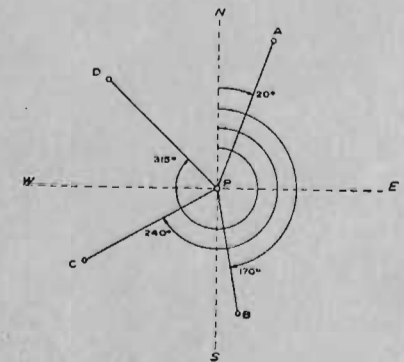


Fig. N° 23 - Medición de Azimutes

El Rumbo puede ser: magnético, verdadero o arbitrario, según se tome respecto al meridiano magnético, verdadero o a una línea cualquiera escogida arbitrariamente como meridiano. Así, en la figura 22 se tiene:

$$\begin{aligned} \text{Rumbo de PA} &= N - 20^\circ - E \\ \text{" " PB} &= S - 10^\circ - E \\ \text{" " PC} &= S - 60^\circ - W \\ \text{" " PD} &= N - 45^\circ - W \end{aligned}$$

#### Azimut:

Azimut de una línea es la dirección de ésta respecto al meridiano escogido, pero, medida ya no como el rumbo, por un ángulo agudo, sino tomada como el ángulo que existe entre la línea y un extremo del meridiano. Generalmente se toma el extremo Norte de éste y el ángulo se mide en el sentido del movimiento de las manecillas del reloj. En igual forma, el azimut puede ser verdadero, magnético o arbitrario, según el meridiano al cual se refiera. El rumbo varía de  $0^\circ$  a  $90^\circ$  y el azimut, de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ .

En el mismo ejemplo se tiene (figura 23):

$$\begin{aligned} \text{Azimut de PA} &= 20^\circ \\ \text{" " PB} &= 170^\circ \\ \text{" " PC} &= 240^\circ \\ \text{" " PD} &= 315^\circ \end{aligned}$$

**Angulo de Deflexión:**

Se denomina ángulo de deflexión el ángulo que hace una línea de una poligonal con la prolongación de la línea inmediatamente anterior.

En la Fig. 24 son ángulos de deflexión  $\alpha$  y  $\beta$ . Los ángulos de deflexión se consideran positivos o negativos según sean a la derecha o a la izquierda de la prolongación.

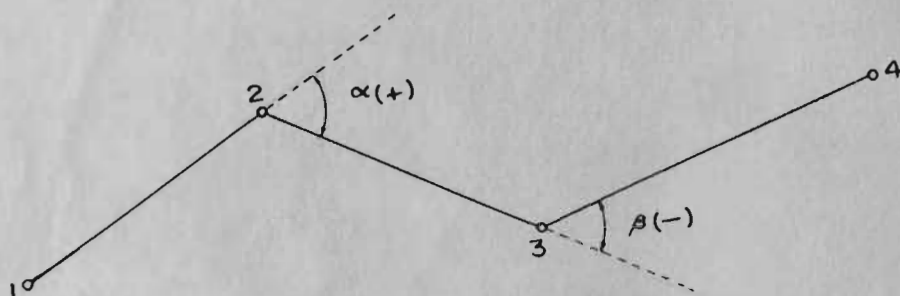


Fig. N° 24 - Angulos de deflexión

En una poligonal cerrada, la suma de los ángulos de deflexión es igual a  $360^\circ$ .

Tanto en las poligonales como en las triangulaciones es necesario medir ángulos, lo cual se puede hacer por medio de la cinta (como ya se vio), la plancheta, el tránsito, el sextanté, o la brújula.

**CAPITULO****5****LA BRUJULA Y SUS APLICACIONES****Descripción.**

Se compone esencialmente de: a) una caja con un círculo graduado de  $0^\circ$  a  $90^\circ$  en ambas direcciones desde los puntos N y S y teniendo generalmente intercambiados los puntos E y W con el fin de leer directamente los rumbos; b) una línea de vista en la dirección de la NS del círculo; y c) una aguja magnética.

Cuando la línea de vista se orienta en una dirección dada, la aguja magnética indica el rumbo magnético de la visual. Existen algunas brújulas que traen un dispositivo móvil, el cual permite corregir la declinación del lugar (girando el círculo graduado) y leer entonces rumbos verdaderos. Algunas brújulas traen el tablero graduado de  $0^\circ$  a  $360^\circ$  con lo cual se determinan azimutes. La mayoría traen doble graduación con lo cual se pueden leer rumbos y/o azimutes.

Hay brújulas de bolsillo que se llevan en la mano cuando se observan rumbos; también existe la brújula de topógrafo o agrimensor, que va montada sobre un trípode liviano y que se usó muchísimo en toda clase de levantamientos y hoy sólo en levantamientos de muy poca precisión. Esta brújula posee un sistema nivelante, un eje vertical sobre el cual puede girar y tornillos para soltar o fijar la aguja y el eje vertical.

Para leer un rumbo se coloca sobre la línea, se nivela, se suelta la aguja para que pueda girar libremente, se da vista y, cuando la aguja se quede quieta, se lee el ángulo que ésta indica.

Evita confundir el extremo N con el S de la aguja, el recordar que el contrapeso está siempre en el extremo S en todo punto situado en el hemisferio Norte o sea en casi todo el territorio colombiano. Se debe asegurar la aguja con el tornillo de fijación antes de mover la brújula para transportarla a otro sitio.

**Atracción Local:**

La dirección de las líneas de fuerza magnéticas (o sea la dirección señalada por la brújula), se altera por la llamada atracción local, originada por

la presencia de objetos de hierro o acero, de algunos metales y por corrientes eléctricas, hasta tal punto que en algunos lugares se hace imposible el uso de la brújula.

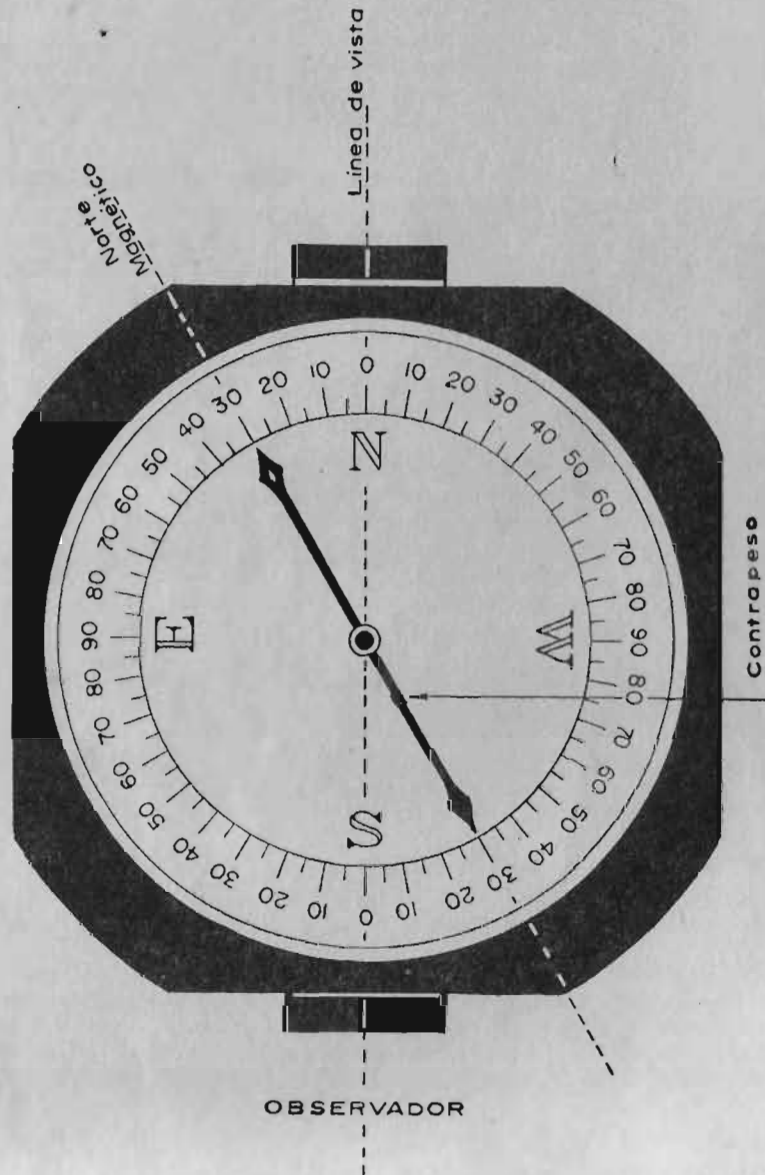


Fig. N° 25 - Brújula de bolsillo.

El método para corregir la atracción local se basa en las siguientes consideraciones: a) cuando el rumbo de una línea tomado desde su punto inicial es igual al contrarrumbo más 180° (contrarrumbo = rumbo tomado desde su otro extremo), se dice que en los puntos extremos de esa línea no hay atracción local; b) todos los rumbos tomados desde una misma estación están afectados en la misma cantidad, o sea que los ángulos entre líneas tomados desde una misma estación no se afectan por la atracción local. Esta segunda consideración es bastante clara si se piensa que la aguja permanece en una sola posición mientras se observan las direcciones desde esa estación a los diferentes puntos.

**Levantamiento de un Lote con Brújula y Cinta.**

Generalmente se traza una poligonal y se va leyendo en cada estación el rumbo atrás y el rumbo adelante para chequear si hay atracción local y corregirla.

Cuando en una estación hay atracción local, el error en la lectura atrás como en la lectura adelante será el mismo, y si en los puntos extremos de una línea AB, la lectura adelante en A difiere en 180° de la lectura atrás en B, es probable que no haya atracción local en esos dos puntos.

A continuación se da un ejemplo de un levantamiento con brújula y cinta, la manera de ajustar la poligonal y de corregir la atracción local.

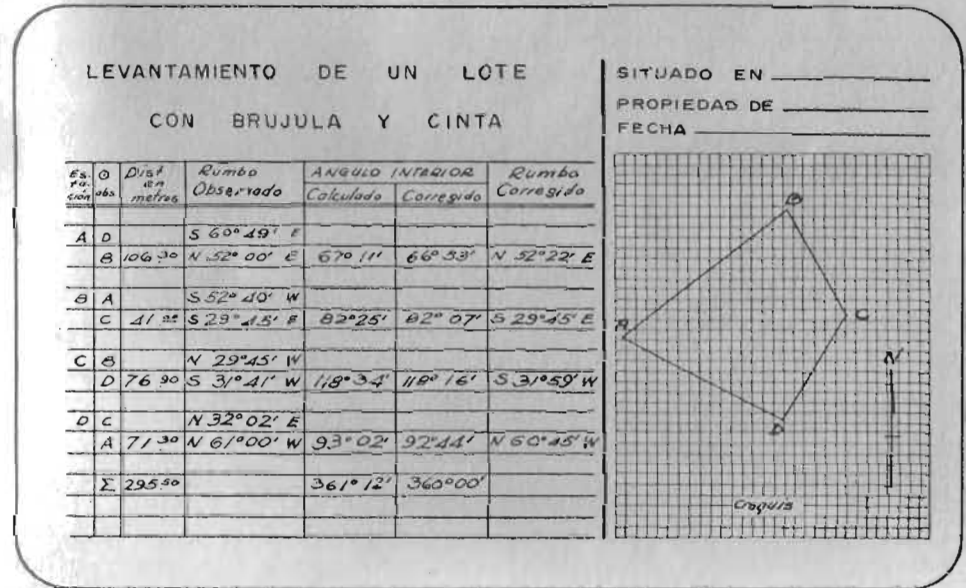


Fig. N° 25A - Modelo de carrera: Levantamiento de un lote con brújula



## Explicación de la figura 25-A:

Como los ángulos interiores no se afectan por la atracción local, entonces podemos basarnos en ellos para hacer el ajuste y la corrección. Los ángulos interiores deberían sumar  $(n-2) \cdot 180^\circ = 360^\circ$ . Luego sobran  $72'$  que divididos entre cuatro da una corrección de  $-18'$  por ángulo.

Se supone cierto el rumbo de la línea que no tenga atracción local; si hay varias líneas en esta condición, se supone que una de ellas es, arbitrariamente, la mejor; si ninguna, se escoge la que presente menos discrepancia entre lectura atrás y adelante como base para ir calculando los rumbos de las otras líneas por suma y resta de ángulos interiores. En el ejemplo, la línea cuyo rumbo se consideró no afectado por la atracción local fue la línea BC. A partir de su rumbo se calcularon los otros.

Estos levantamientos con brújula se han ido sustituyendo por levantamientos con teodolito, que requieren un trabajo igual y dan mayor precisión; pero en algunos casos la brújula es insustituible, como cuando se trata del interior de un bosque, debido al gran número de lados más o menos cortos con que resultaría la poligonal.

Haciendo la corrección por declinación de acuerdo con un mapa isogónico, se obtienen azimutes verdaderos a partir de los tomados con la brújula, (Fig. 26). Cuando la declinación es Este, (caso 1), se suma al magnético para obtener el verdadero. Si la declinación es W, (caso 2), se resta al magnético y da el verdadero.

También se puede hacer la corrección por comparación con un rumbo verdadero que se conozca de alguna línea; hay que tomar varias observaciones a diferente hora para obtener un promedio del valor de la declinación.

## Fuentes de error en Levantamientos con Brújula

1. Aguja doblada (no recta). Se elimina leyendo ambos extremos, encontrando el error y promediándolo. Es preferible retirar la tapa de vidrio y enderezar la aguja. Evite tocarla con las manos, pues esto trata de desmagnetizarla.

2. Soporte de la aguja doblado, o sea que el punto de giro no coincide con el centro geométrico del círculo. Se elimina igual que (1).

3. Aguja lenta (perezosa). La aguja, al detenerse, no queda señalando la N-S magnética; hay que golpear ligeramente el vidrio para producir vibración y hacer que la aguja tome su verdadera posición. Si la aguja está muy desmagnetada, se imanta nuevamente deslizando el polo S de un imán, del centro hacia el extremo, sobre la parte norte de la aguja y viceversa. En ocasiones la aguja perezosa se debe a que el pivote ofrece resistencia al libre giro de la aguja; vale, pues, la pena revisarlo.

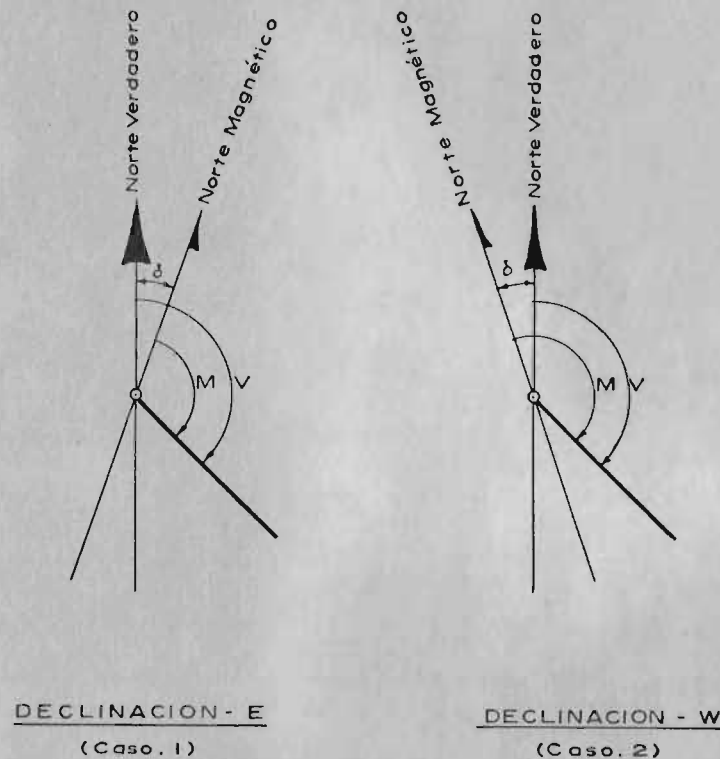


Fig. N° 26 - Declinación magnética

4. Falta de habilidad del observador para leer el punto que, sobre el círculo, señala la aguja. Es menor el error cuando la aguja es más larga, o sea, el círculo graduado más grande.

5. Las variaciones magnéticas son las principales fuentes de error. Esto hace que sólo se hagan levantamientos empleando la brújula cuando no se necesita precisión en la determinación de los ángulos.

Se debe tener cuidado en mantener alejados objetos de hierro o acero mientras se hacen las observaciones. También es perturbada la aguja por cargas estáticas de electricidad en el vidrio de la cubierta. Tocando el vidrio con el dedo húmedo, se descarga.

## Problemas:

1. El rumbo magnético de una línea es  $N-78^\circ 29'W$  y la declinación del lugar es  $3^\circ 40'W$ . ¿Cuál es el rumbo verdadero?

Solución:

Rumbo verdadero =  $78^{\circ} 29' + 3^{\circ} 40'$   
 Rumbo verdadero =  $N-82^{\circ} 09' - W$

2. Se hizo un levantamiento en una época en la cual la declinación magnética era  $08^{\circ} 40'$ -E en esa zona, y se encontró que el rumbo magnético de una línea era  $N-25^{\circ} 45'$ -E. Ahora la declinación en el mismo sitio es  $02^{\circ} 15'$ -W. ¿Cuál era el verdadero rumbo y el rumbo magnético que se necesita ahora para replantar la línea?

Solución:

Rumbo verdadero =  $25^{\circ}45' + 08^{\circ}40' = N 34^{\circ}25' E$   
 Rumbo magnético (actual) =  $34^{\circ}25' + 02^{\circ}15' = N 36^{\circ}40' E$

3. Se dan los siguientes rumbos magnéticos tomados en una poligonal; corregirlos por atracción local:

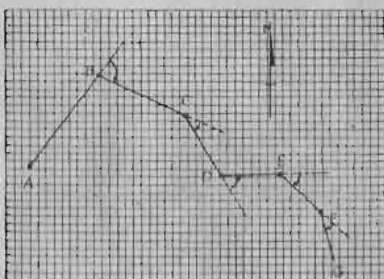


Fig. N° 26A - Croquis de la poligonal

Est.	Rumbo Atrás	Rumbo Adel.
A	—	N-37°15'-E
B	S-36°30'-W	S-65°30'-E
C	N-66°15'-W	S-31°00'-E
D	N-31°00'-W	N-89°15'-E
E	S-89°45'-W	S-46°30'-E
F	N-46°45'-W	S-15°00'-E
G	N-14°45'-W	—

Solución:

Rumbos Corregidos:

Estación	Angulo de Deflexión	Atracción Local
A		1°30' W
B	78° 00'	0°45' W
C	35° 15'	
D	59° 45'	
E	43° 45'	0°30' W
F	31° 45'	0°15' W
G		

C—D: S-31°00'-E	D—C: N-31°00'-W
C—B: N-66°15'-W	B—C: S-66°15'-E
B—A: S-35°45'-W	A—B: N-35°45'-E
D—E: N-89°15'-E	E—D: S-89°15'-W
E—F: S-47°00'-E	F—E: N-47°00'-W
F—G: S-15°15'-E	G—F: N-15°15'-W

Se ve que la línea CD no presenta atracción local, así que se toma su azimut como verdadero y a partir de éste se encuentran los demás.

# CAPITULO

# 6

## DIBUJO TOPOGRAFICO

Generalidades:

El dibujo topográfico comprende la elaboración de planos (o mapas) en los cuales se representa la forma y accidentes de un terreno. Es necesario hacer la distinción entre mapa *planimétrico* o plano simplemente y mapa *altimétrico* o topográfico propiamente dicho. En el primero de éstos se representan accidentes naturales y artificiales del terreno tales como quebradas, lagos, linderos, obras, etc.; y en el segundo, además de esto, se representa el relieve del terreno.

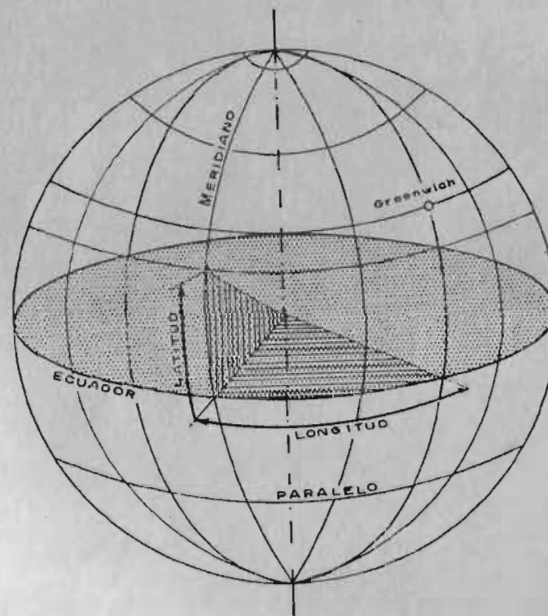


Fig. N° 27 - Líneas geográficas

En el dibujo topográfico, además del dibujo de la planta, el perfil, y las secciones transversales, hay necesidad de hacer cálculos gráficos, luego la precisión en la localización de puntos y líneas sobre el plano es factor muy importante.

Puesto que la superficie de la tierra es esférica y la superficie sobre la cual se dibuja es plana, no se puede representar un territorio dado sin alguna distorsión; pero, como las áreas medidas en Topografía son relativamente pequeñas, se pueden considerar como planas y, por tanto, representar sobre un mapa construido con proyecciones ortogonales. Así, un punto se puede localizar por sus dos coordenadas o por un ángulo y una distancia.

Los mapas de países o de extensiones muy grandes de tierra no pueden representarse valiéndose de estos métodos topográficos, que resultan inadecuados, sino que usan las coordenadas geográficas (longitud y latitud) que son tomadas respecto a líneas que representan meridianos y paralelos de la tierra. Para representar sobre un plano los meridianos y paralelos de la tierra hay diferentes métodos, los cuales no son materia de este curso. Al tratar este tema del dibujo topográfico se supone que el estudiante ya está familiarizado con el manejo de los instrumentos esenciales de dibujo y, por tanto, se omite cualquier explicación a este respecto.

En un mapa deben aparecer:

1. Espacio apropiado y debidamente situado para indicar a manera de *título*: propósito del mapa, o proyecto para el cual se va a usar; nombre de la región levantada; escala; nombre del topógrafo o ingeniero; nombre del dibujante; fecha.
2. Escala gráfica del mapa e indicación de la escala a la cual se dibujó.
3. La dirección de la Norte-Sur.
4. Indicación de las convenciones usadas.

**Título:**

La posición más indicada para colocarlo es la esquina inferior derecha, excepto cuando por algún motivo haya que hacerlo en otro sitio. El tamaño debe estar en proporción al tamaño del mapa; hay que evitar la tendencia a hacerlo demasiado grande.



Fig. N° 28 - Modelo de título para un plano

Cada letrero debe quedar bien centrado y su repartición debe ser tal que se vea bien distribuido. Se indica a continuación un título que puede servir de modelo.

Se debe comenzar por el principal objeto del dibujo, o por el nombre de la zona levantada. La letra debe ser uniforme y sólo es permisible

cambiar de estilo para destacar partes importantes del título. Para resaltar la diferencia entre el número de M<sup>2</sup> y el de V<sup>2</sup> del área, este último se anota en color rojo. Todo lo demás, en negro.

**Escalas:**

Representan la relación fija existente entre cada distancia en el mapa a la correspondiente distancia en el terreno. Como generalmente no se indican dimensiones en el mapa, es necesario indicar la escala a que se ha dibujado, ya sea gráfica o numéricamente.

1. *Numéricamente*: si, por ejemplo, 1 cm. en el plano representa 200 mts. en el terreno, se indicará:

$$1 \text{ cm} : 200 \text{ mts.}$$

Generalmente se indica en las mismas unidades, y en tal caso sería:

$$1 : 20.000$$

No siendo necesario indicar ya las unidades; ésta es la forma más usada.

2. *Gráficamente*: Consiste la escala gráfica en una línea sobre el plano, subdividida en distancias que corresponden a determinado número de unidades en el terreno; las formas más comunes de indicarla son:

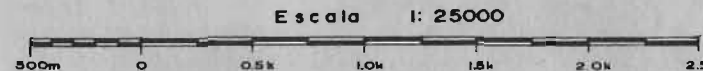
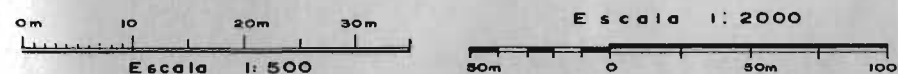


Fig. N° 29 - Modelo de escalas gráficas

Para mayor claridad, se subdivide sólo una sección en fracciones más pequeñas.

Las escalas numéricas están sujetas a error, pues el papel se alarga o encoge con los cambios de temperatura y humedad, siendo esto muy frecuente. Por tanto, es conveniente indicar ambas escalas, la numérica y la gráfica; además, los mapas se reproducen a menudo a diversos tamaños por sistemas fotográficos y en tal caso sólo queda efectiva la escala gráfica y hay que aclarar que la escala numérica es la escala original a la cual se dibujó el plano.

La escala gráfica se debe dibujar en un lugar destacado para que fácilmente se pueda ver, y el sitio más indicado es generalmente cerca al título.

La magnitud de la escala depende del fin para el cual se vaya a dibujar el mapa y en cierto modo de la calidad y extensión de la zona mostrada. En general no debe ser mayor de la necesaria para la localización de detalles con la precisión requerida.

En proyectos de ingeniería, las escalas generalmente oscilan entre 1 : 200 y 1 : 10.000.



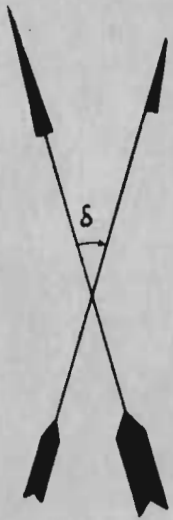
Para mapas de catastro entre 1 : 10.000 y 1 : 50.000  
 Los mapas geográficos entre 1 : 50.000 y 1 : 1'500.000

Por conveniencia las escalas se dividen así:

Escalas grandes 1 : 1.200 o menos  
 Escalas intermedias 1 : 1.200 a 1 : 12.000  
 Escalas pequeñas 1 : 12.000 en adelante

La Norte-Sur:

La dirección del meridiano se indica por medio de una flecha que señala el Norte; ésta debe ser de longitud suficiente como para poder llevar su dirección a cualquier parte del mapa con suficiente precisión. Cuando se indica la Norte-Sur verdadera, se hace por medio de una flecha completa; cuando la indicada es la Norte-Sur magnética, se hace por medio de una flecha en que se dibuja sólo medio lado. Cuando se desea indicar ambas direcciones, se debe anotar el ángulo de declinación magnética, (ver Declinación Magnética).



Letreros:

Puesto que un dibujo tiende a ser juzgado por la calidad de sus letreros, es importante que el dibujante esté capacitado para hacer con razonable habilidad las letras y para agruparlas en tal forma, tamaño y disposición que el letrero sea claro y de apariencia agradable. La letra no debe ser complicada sino sencilla y clara. Generalmente, en las letras inclinadas se notan menos las imperfecciones que en las letras verticales. Cuando los letreros se hacen sin ayuda de instrumentos mecánicos (Dingraphos o Normographos), se deben usar guías que faciliten que los letreros queden alineados. No se deben hacer letreros en un mismo dibujo combinando letras a mano y con aparatos.

Fig. N° 30 - Indicación de la Norte-Sur

Las siguientes normas son las más importantes a seguir para dibujar un letrero:

1. Estar suficientemente familiarizado con cada letra para que siempre su forma sea la misma.
2. Conservar la misma inclinación en todas las letras, con lo cual se logra un buen efecto, aun estando defectuosamente dibujadas.
3. No inclinar demasiado las letras. Aproximadamente 22°.
4. No tratar de mejorar las letras hechas a mano haciendo los tramos rectos por medios mecánicos.
5. Los tres defectos más notables en el principiante son: variar las formas de las letras; espacios excesivos; desigual espaciamiento entre las letras de una misma palabra.
6. Hacer los letreros de tamaño proporcional a su importancia. Los nombres de los objetos más grandes o más importantes deben resaltar a la vista rápidamente.

Notas y Leyendas:

Con frecuencia son necesarias notas explicativas para interpretar un dibujo. Estas deben ser tan breves como las circunstancias lo permitan, pero a la vez deben contener suficiente información para aclarar toda duda que se suscite en la persona que haga uso del dibujo. Estas "Notas y Leyendas" se colocan preferiblemente en la parte inferior, a la izquierda del título.

Signos Convencionales:

Para evitar que la claridad de un mapa sea aminorada al mostrar tal y como son los objetos en el terreno, se utilizan los llamados signos convencionales, que se dibujan de un tamaño proporcional a la escala del mapa.

Los más comunes son:

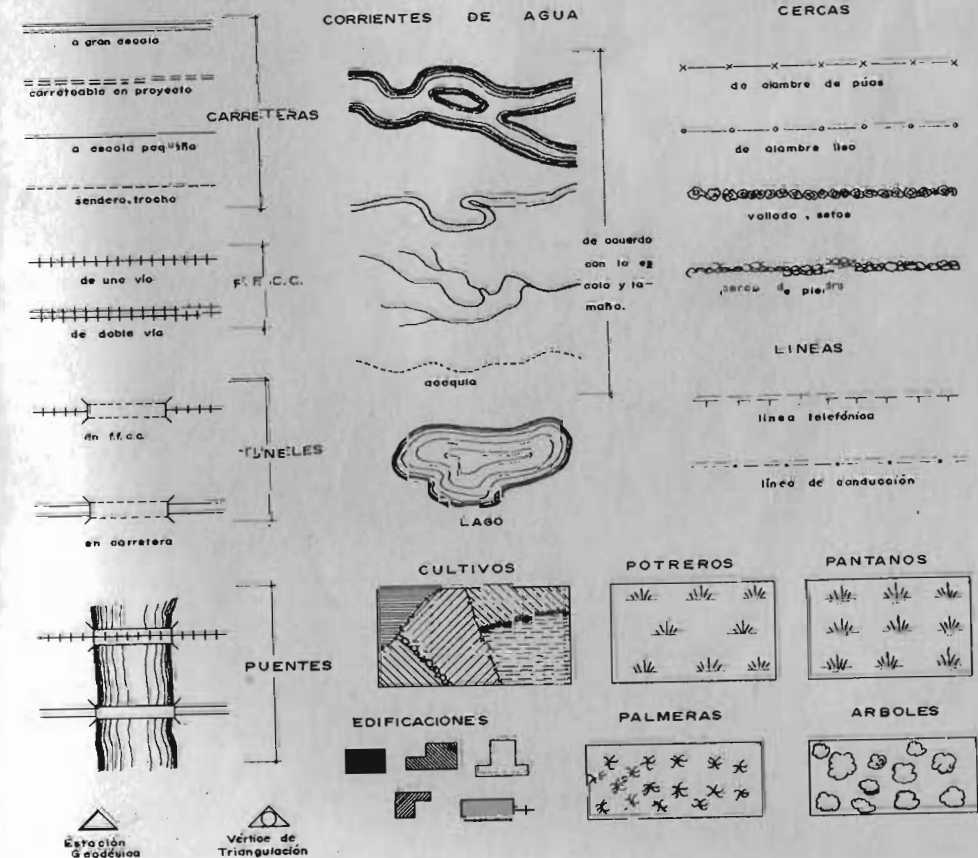


Fig. N° 30A - Signos convencionales más usuales

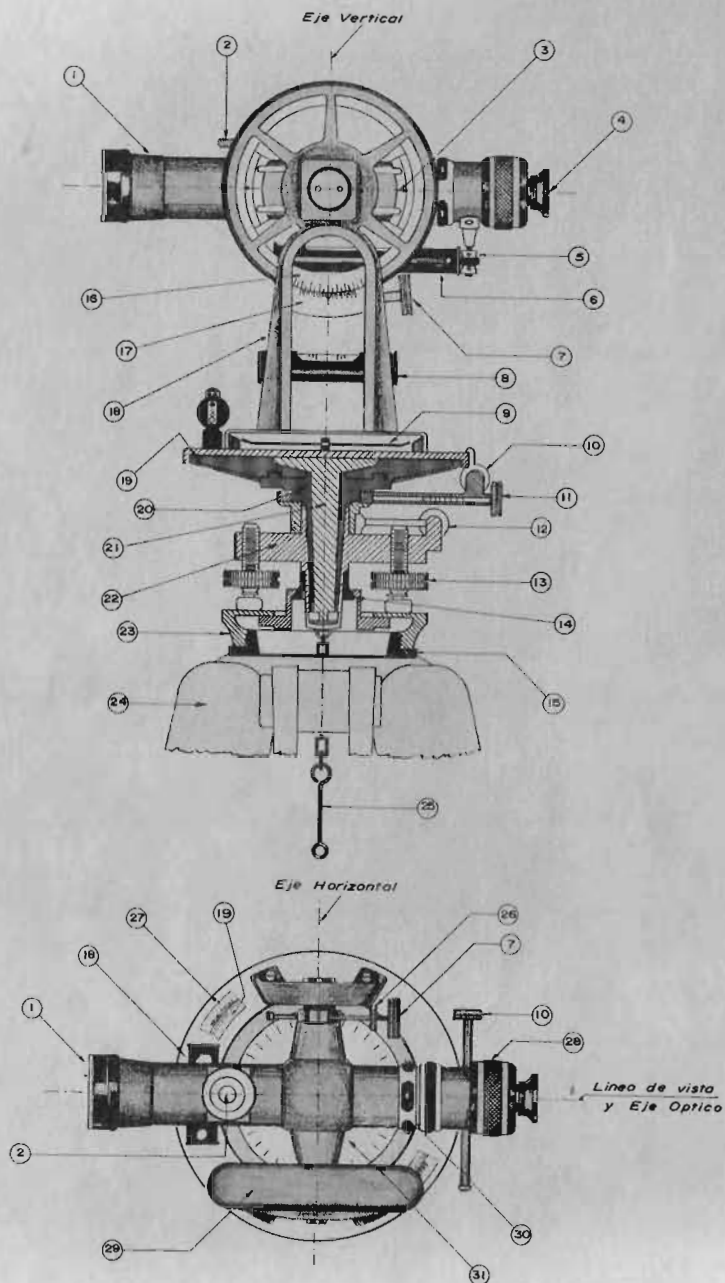


Fig. N° 31 - Sección transversal y vista superior de un tránsito

Fig. N° 31

- (1) Tubo del antejo
- (2) Tornillo de enfoque del objetivo
- (3) Línea de vista y eje óptico del antejo
- (4) Ocular
- (5) Tornillo de corrección del nivel del antejo
- (6) Nivel del antejo
- (7) Tornillo de movimiento lento vertical
- (8) Nivel del plato
- (9) Aguja de la brújula
- (10) Tornillo de movimiento lento del plato
- (11) Tornillo de fijación del plato
- (12) Tornillo de fijación del círculo
- (13) Tornillo de nivelación
- (14) Rótula o articulación
- (15) Rosca de la cabeza del trípode
- (16) Círculo vertical
- (17) Nonio del círculo vertical
- (18) Soporte del antejo
- (19) Círculo horizontal
- (20) Cono exterior
- (21) Cono interior
- (22) Cono fijo
- (23) Mesilla de nivelación; (enroscada a la cabeza del trípode)
- (24) Trípode
- (25) Soporte de la plomada
- (26) Tornillo de fijación del antejo
- (27) Nonio del círculo horizontal
- (28) Enfoque del retículo
- (29) Cubierta del círculo vertical
- (30) Anillo del retículo
- (31) Caja de la brújula

EL TEODOLITO

Generalidades:

El teodolito<sup>1</sup> es un aparato que se adapta a múltiples usos en Topografía. Se usa principalmente para medir ángulos horizontales y verticales, para medir distancias por Taquimetría o por estadia y para trazar alineamientos rectos.

Se compone de un telescopio que puede girar respecto a un eje vertical y a un eje horizontal; para medir esos giros posee un círculo horizontal y uno vertical, respectivamente. Está provisto, generalmente, de una brújula. Todo el aparato va montado sobre un trípode.

El telescopio está sostenido por dos soportes que descansan sobre el plato superior, el cual está provisto de niveles de burbuja para poder nivelarlo. Este plato gira, con los soportes y el anteojo a la vez, sobre un cono interior. El plato inferior, que lleva el círculo graduado, gira también sobre un cono llamado cono exterior. Este va cubriendo al cono interior y a su vez va dentro de un cono fijo que lleva los tornillos de nivelar, los cuales tienen el objeto de hacer verdaderamente vertical al eje vertical del aparato. El telescopio se puede fijar en cualquier posición vertical y horizontal por medio de los tornillos de fijación; también se pueden efectuar pequeños giros verticales y horizontales por medio de los tornillos de movimiento lento.

A continuación detallamos las partes principales de un teodolito:

**Nivel de Burbuja:** Es un tubo de vidrio que presenta en su parte superior unas divisiones uniformemente espaciadas, y cuya superficie interior tiene forma de barril, o sea que una línea longitudinal A-B en su cara interior será un arco de círculo. El tubo está casi lleno de éter sulfúrico o alcohol, y el espacio restante, de aire, formando una burbuja que ocupa la parte más alta, (Fig. 32). El tubo va dentro de una caja metálica que lleva tornillos para fijarla al aparato. Una recta longitudinal tangente a la curva de la cara interior del tubo en su punto medio se denomina "eje del nivel". Cuando la burbuja está "centrada", (dentro de sus reparos), el eje del nivel debe estar horizontal.

1. "Teodolito" y "Tránsito" son hoy en día palabras sinónimas. Anteriormente se llamaba "Tránsito" al teodolito que se podía "transitar", o sea girar 180° sobre el eje horizontal.

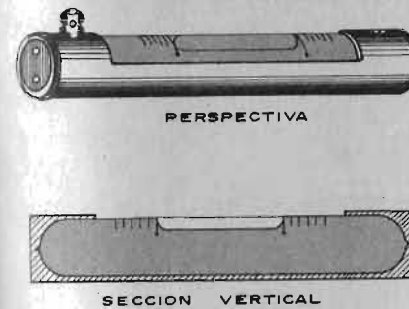


Fig. N° 32 - Nivel de burbuja



Fig. N° 33 - Sensibilidad de un nivel

La sensibilidad de un nivel es proporcional al radio de curvatura de la cara interior del tubo, (Fig. 33). A mayor radio la burbuja ocupa mayor espacio y entonces, a una pequeña inclinación del tubo corresponde un mayor desplazamiento de la burbuja fuera de sus "reparos".

La sensibilidad se expresa por el número de segundos del ángulo que subtende el arco correspondiente a una división. De esta manera, la sensibilidad es inversamente proporcional al número de segundos. Generalmente

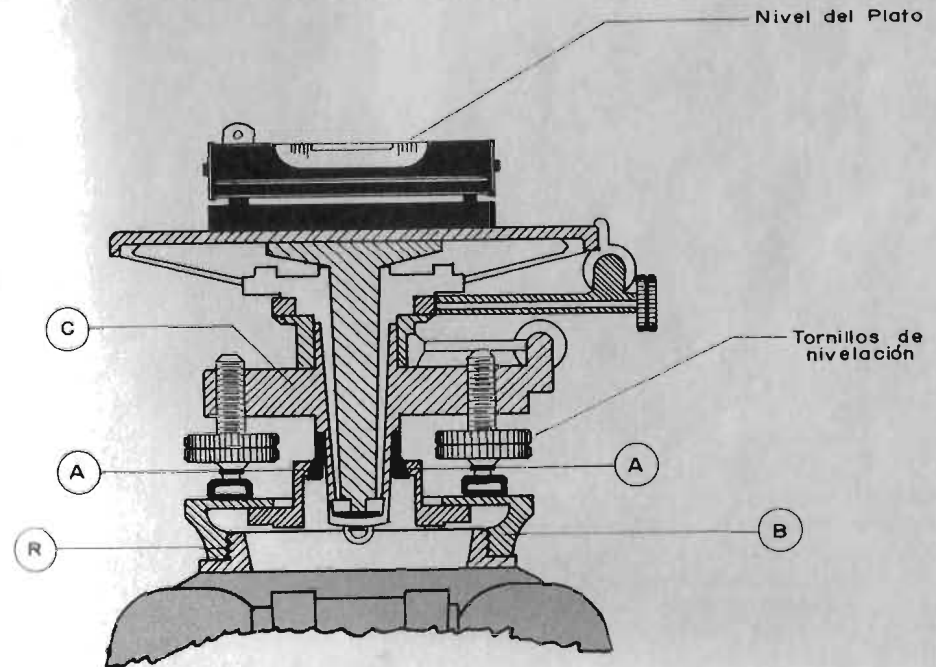


Fig. N° 34 - Mecanismo de nivelación de un tránsito



cada división es de 2 mm., y los valores más comunes que expresan la sensibilidad son 30" para el nivel del anteojo y 75" para los del plato. Al primero corresponden 20 mts. y al segundo, 5 mts. de radio de curvatura.

En general, la sensibilidad es apropiada cuando, al primer movimiento que se note en la burbuja, se aprecie un movimiento en la línea de vista.

**Mecanismo para nivelar el Aparato:** Como es indispensable que el eje vertical sea verdaderamente vertical, con lo cual el círculo horizontal queda verdaderamente horizontal, entonces, es necesario nivelar el aparato. Esta operación se hace por medio de los tornillos de nivelar y de acuerdo con los niveles del plato. El mecanismo que hace posible esta nivelación se puede ver esquemáticamente en la Fig. No. 34.

La cabeza nivelante (C) se puede inclinar (inclinando a su vez el aparato), gracias a la articulación de rótula (A) que hace flexible su conexión con la base (B) (ésta lleva una rosca (R) para fijarla al trípode). La inclinación de la cabeza nivelante es regulada por los tornillos de nivelar.

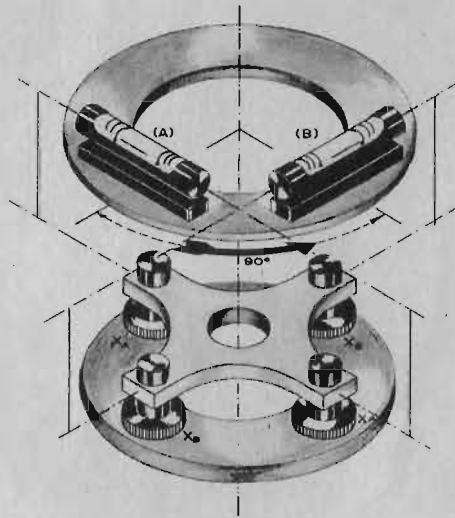


Fig. N° 35 - Nivelación con cuatro tornillos

Los tornillos de nivelar son cuatro en los aparatos americanos y tres en los europeos. Para nivelar un aparato de cuatro tornillos, se hace lo siguiente: se gira el plato hasta que el nivel quede paralelo a dos tornillos opuestos, (Fig. 35A); se centra la burbuja del nivel moviendo los dos tornillos (marcados X<sub>A</sub>), en sentido contrario, la misma cantidad. La burbuja se desplaza de acuerdo con la dirección del movimiento del pulgar de la mano izquierda. Se gira luego el plato 90°, (Fig. 35B) y se hace lo mismo con los otros dos tornillos opuestos (X<sub>B</sub>). El proceso se repite alternativamente sobre dos pares de tornillos opuestos hasta que la burbuja permanezca centrada en cualquier

posición del plato. Si el aparato tiene en el plato dos niveles perpendiculares entre sí, no hay necesidad de girar el instrumento, pues cada nivel queda paralelo a dos tornillos opuestos y se centra cada burbuja con ellos.

Si el aparato tiene tres tornillos de nivelar, se pone el nivel primeramente paralelo a dos de ellos, (Fig. 36A); se centra la burbuja y luego se gira 90° de modo que el nivel quede paralelo a la perpendicular bajada desde el tercer

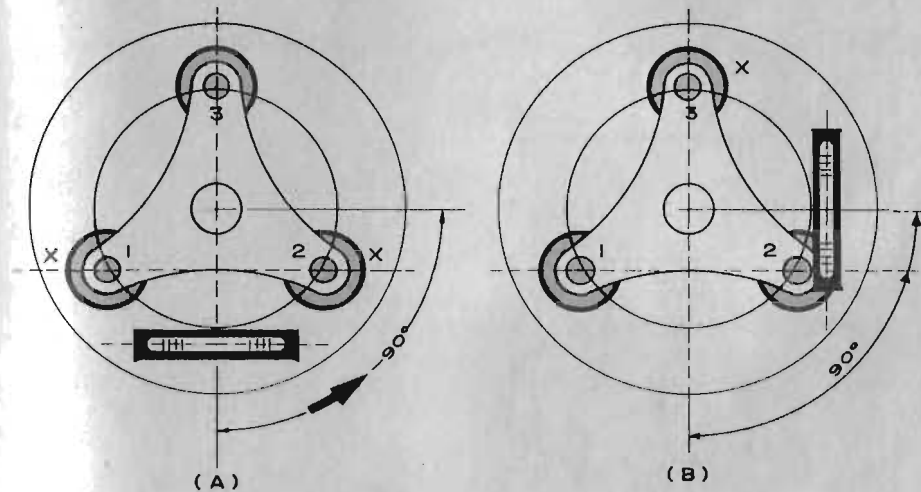


Fig. N° 36 - Nivelación con tres tornillos

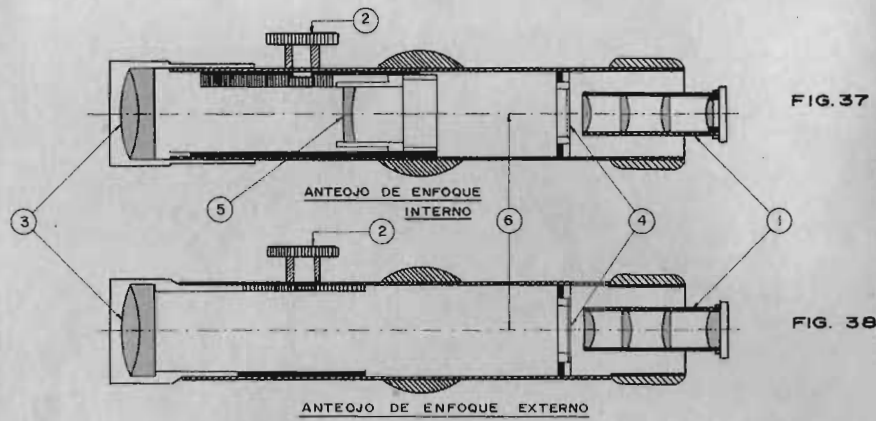
tornillo a la línea que une los otros dos, (Fig. 36B); en esta segunda posición para centrar la burbuja sólo se emplea el tercer tornillo. (También se observa la regla del pulgar izquierdo para el desplazamiento de la burbuja).

**Notas:** Se debe cuidar que todos los tornillos de nivelar estén siempre en contacto con la base. Si un par de tornillos se ajusta demasiado, se debe girar uno solo de éstos hasta que se noten nuevamente suaves. Cuando ya falta muy poco para centrar la burbuja, se puede hacer con un solo tornillo sin que esto ajuste, ni afloje, demasiado el instrumento a la base.

#### El Anteojo:

Existen dos tipos de anteojo: el de enfoque externo, (Fig. 37) y el de enfoque interno, (Fig. 38). En el primero, el enfoque se hace moviendo el objetivo; en el segundo, el objetivo permanece fijo y el enfoque se logra mediante un lente interior llamado "lente de enfoque".

Hoy en día todos los aparatos traen anteojo de enfoque interno, pues éste presenta las siguientes ventajas: 1) el anteojo es más corto; 2) ambos ex-



Figs. N° 37 y 38 - Tipos de anteojo

1: porta ocular; 2: tornillo de enfoque; 3: objetivo; 4: hilos del retículo; 5: lente de enfoque; 6: línea de vista.

tremos del anteojo permanecen herméticamente cerrados, con lo cual se evita que entre mugre y arenisca que obstruyen y ocasionan desgaste; 3) elimina la constante de adición en la Taquimetría, con lo cual se consigue simplificación en los cálculos taquimétricos, (ver Taquimetría). Las partes principales de un anteojo son:

**Objetivo:** Es un lente compuesto de uno exterior biconvexo, de crown glass y otro interior cóncavo-convexo, de cristal. Tiene que ser un lente compuesto, pues, si fuera un lente biconvexo tendría el inconveniente de la aberración esférica (los rayos laterales forman un foco más cercano al lente y por lo tanto, la imagen no se forma sobre un plano sino sobre una superficie esférica, presentándose borrosa) y la aberración cromática (debida a que los diferentes colores del espectro sufren retraso, unos con relación a otros, al atravesar el lente, haciendo descolorida la imagen). El objetivo produce, sobre el plano del retículo, una imagen invertida del objeto.

**Hilos del Retículo:** Son un par de hilos, uno horizontal y el otro vertical, sostenidos por un anillo metálico llamado retículo. Generalmente son hilos de tela de araña o de platino. Ahora se usan rayados finamente sobre un vidrio. El retículo se mantiene en debida posición por medio de cuatro tornillos que permiten: 1) que éste sea desplazado vertical u horizontalmente, para lo cual se giran en sentido contrario los dos tornillos verticales o los dos tornillos horizontales; 2) que se pueda girar, para lo cual se aflojan dos tornillos consecutivos, se gira y luego se vuelven a ajustar. Cuando hay que reemplazar provisionalmente los hilos del retículo, se hace con hilos de araña joven, para que sean lo más finos posible.

El retículo puede llevar también otros hilos adicionales para Taquimetría, como se ve en Fig. 40, llamados hilo superior e hilo inferior, equidistantes del hilo horizontal, o hilo medio.

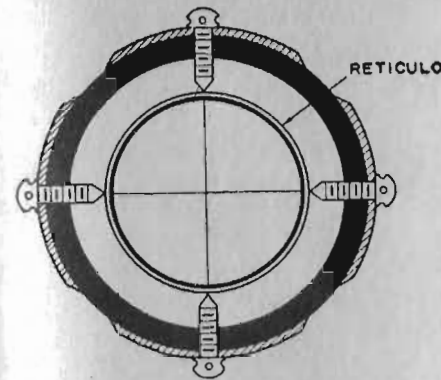


Fig. N° 39 - Anillo del retículo

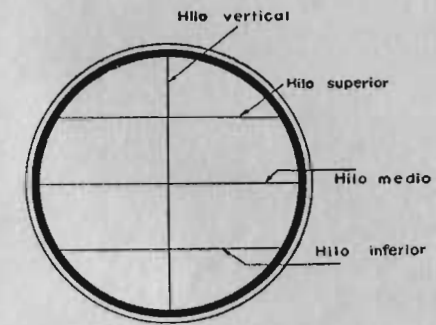
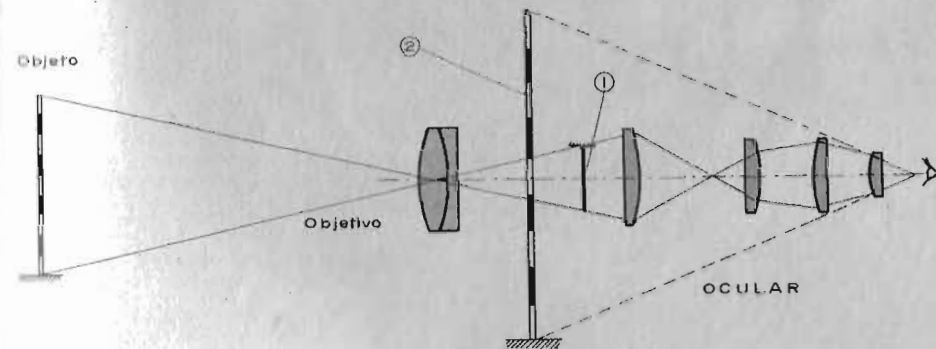


Fig. 40 - Hilos del retículo taquimétrico

Sobre el plano de los hilos del retículo debe caer la imagen formada por el objetivo.

**Ocular:** Hace las veces de un microscopio, ampliando la imagen formada sobre el plano del retículo.

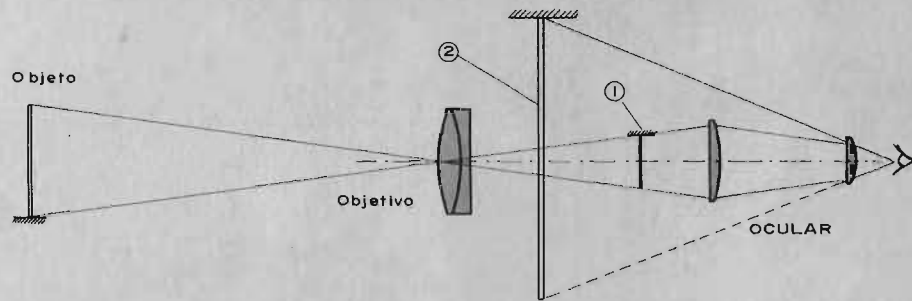
Hay dos tipos de ocular: a) el que invierte la imagen que ha formado el objetivo, presentándola al ojo en su posición normal; lo usan los anteojos llamados de imagen normal, (Fig. 41); b) el que no invierte la imagen formada por el objetivo sino que sólo la aumenta. Lo llevan los aparatos llamados de imagen invertida, (Fig. 42). Este tipo es más ventajoso por hacer más corto el anteojo y además porque debido a que tiene menos lentes, da una imagen más brillante y clara. En poco tiempo el topógrafo se acostumbra a ver las imágenes invertidas y esto no afecta para nada su trabajo.



- 1)- Imagen sobre el plano del retículo, (invertida).
- 2)- Imagen vista por el ojo, (imagen normal).

Fig. N° 41 - Ocular de imagen normal

**Poder de aumento del ocular:** es la relación existente entre el ángulo bajo, en el cual se vería el objeto sin anteojo y el ángulo bajo, en el cual se ve la imagen aumentada, (Fig. 43).



- 1)- Imagen invertida sobre el plano del retículo.
- 2)- Imagen invertida que ve el observador.

Fig. N° 42 - Ocular de imagen invertida

El poder de aumento de un telescopio varía en los teodolitos de 20 a 40 diámetros, según sea teodolito de tipo ordinario o de precisión.

La línea de vista queda definida por la intersección de los hilos del retículo y el centro del objetivo.

Eje óptico es la dirección según la cual un rayo de luz no experimenta desviación alguna al atravesar un lente.

El eje óptico del objetivo debe coincidir con la línea de vista, para lo cual se pueden subir o bajar los hilos del retículo.

**Enfoque:** a) del ocular: se mueve el porta-ocular hacia adentro o hacia afuera hasta que se vean nítidos los hilos del retículo. Esto se debe hacer con frecuencia pues, a medida que se fatiga el ojo, su visión varía.

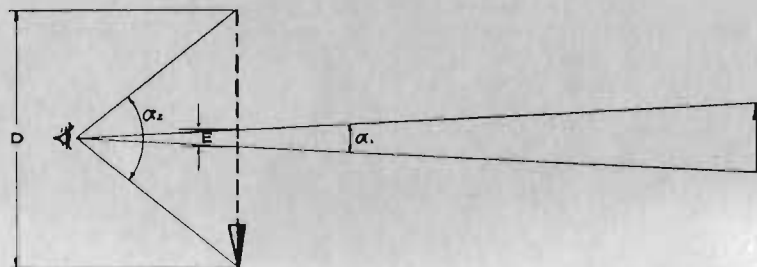


Fig. N° 43 - Poder de aumento del ocular

b) del objetivo: con el tornillo de enfoque y gracias a un sistema de engranaje que permite deslizar el porta-objetivo, se hace que la imagen caiga sobre el plano del retículo. El objetivo se enfoca cada vez que varíe la distancia al objeto que se quiere observar.

Para comprobar si el anteojo ha quedado correctamente enfocado se mueve ligeramente el ojo para ver si existe *paralaje*. Si lo hay, se ve un movimiento aparente de los hilos del retículo sobre la imagen, debido a que no han coincidido el plano en el cual se forma la imagen y el plano de los hilos del retículo. El paralaje se debe eliminar, pues es una fuente de error; hay que volver a enfocar el ocular, el objetivo, o ambos, hasta que éste desaparezca.

Es aconsejable mantener ambos ojos abiertos mientras se esté observando, pues así se fatigan menos.

*Tornillos de fijación y de movimiento lento.*

El aparato posee unos mecanismos (dos de los tipos más comunes se muestran esquemáticamente, Fig. 44) para poder fijarlo en cualquier posición e imprimirle pequeños movimientos respecto al eje fijo (5). Cuando (1) está

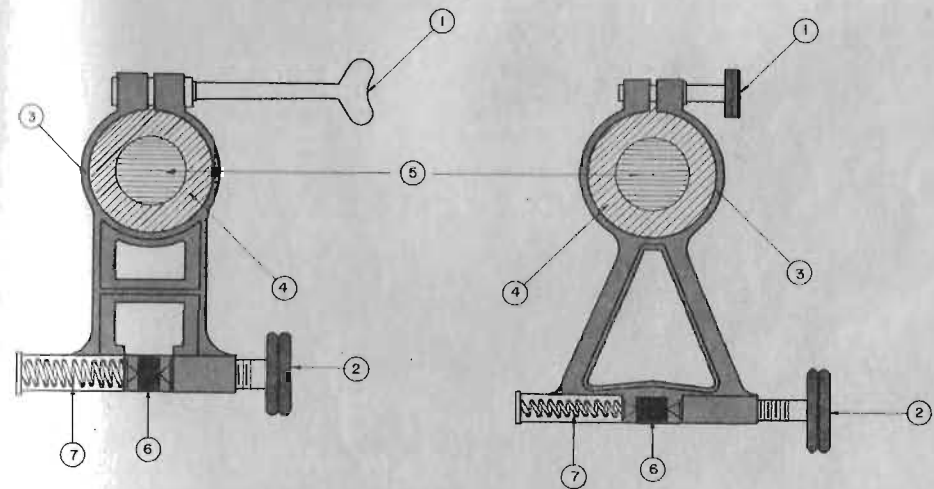


Fig. N° 44 - Tornillos de fijación y de movimiento lento

- 1 - Tornillo de fijación.
- 2 - Tornillo de movimiento lento.
- 3 - Abrazadera.
- 4 - Sección del cono exterior.
- 5 - Sección del cono interior (fijo).
- 6 - Tope (fijo).
- 7 - Resorte que presiona (2) contra (6).

suelto, el cono exterior (4) puede girar libremente alrededor de (5). Cuando (1) se ajusta, la abrazadera (3) presiona a (4) y le impide girar. Sin embargo, se le puede imprimir un pequeño giro a todo el conjunto (cono exterior y abrazadera) ajustando o aflojando (2), el cual actúa directamente sobre el tope (6) que permanece fijo.



CORRECCIONES AL TEODOLITO

Para que un teodolito funcione correctamente debe cumplir las siguientes condiciones:

1. Los ejes de los niveles del plato deben estar en un plano perpendicular al eje vertical del aparato.

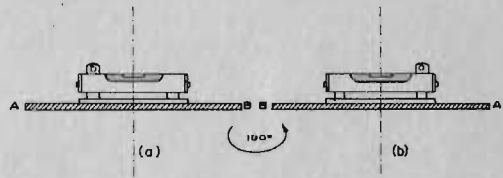


Fig. N° 45 - Eje del nivel del plato perpendicular al eje vertical

Comprobación:

Se nivela el aparato, (Fig. 45A), luego se gira  $180^\circ$  sobre su eje vertical, (Fig. 45B); si en esta nueva posición la burbuja permanece centrada, (no se sale de sus "reparos") se cumple la condición enunciada.

Por el contrario, si la burbuja se sale de sus reparos, el ángulo formado por el eje del nivel y el eje vertical del aparato no es recto, sino es de  $(90-\alpha)$  como se puede ver en la Fig. 46A. Al girar el aparato  $180^\circ$ , el error inicial  $\alpha$  se duplica, (Fig. 46B), razón por la cual tan solo se corrige la mitad del desplazamiento observado.

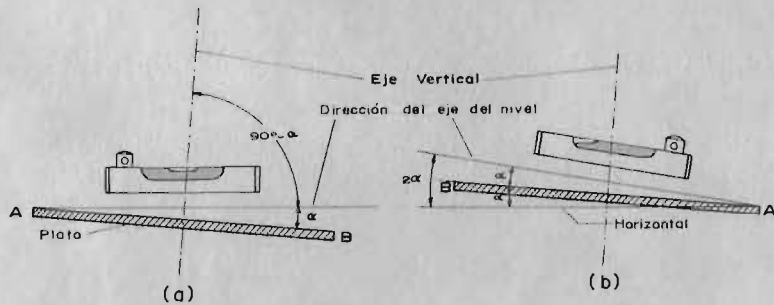


Fig. N° 46 - Eje del nivel del plato haciendo un ángulo con la horizontal

Corrección: Se efectúa sobre la segunda posición, corrigiendo la mitad con los tornillos de ajuste del nivel y la otra mitad con los tornillos de nivelar. Es necesario comprobar nuevamente, repitiendo el procedimiento.

2. El hilo vertical del retículo debe ser verdaderamente vertical (por tanto, el hilo horizontal verdaderamente horizontal).

Comprobación:

Se coloca una plomada a una distancia aproximada de 50 mts. del aparato. Estando la plomada en reposo, se hace coincidir el hilo vertical del retículo con el hilo de la plomada; si éstos coinciden exactamente como en la Fig. 47A, se cumple el enunciado.

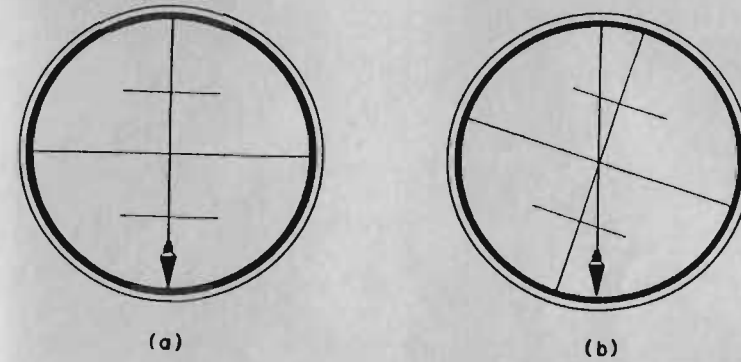


Fig. N° 47 - Posición correcta e incorrecta del hilo vertical

Corrección:

Si ocurre como en la figura 47B, hay necesidad de corregir los hilos del retículo, para lo cual se aflojan dos tornillos consecutivos, y se gira el retículo hasta que suceda como lo ilustrado en la figura 47A. Enseguida se vuelven a ajustar estos tornillos.

3. La línea de vista debe ser perpendicular al eje horizontal del anteojo, (Fig. 48A).

Comprobación:

Se nivela el aparato en O, (Fig. 48B), se coloca una estaca en A a una distancia aproximada de 100 mts.; se transita el aparato y se coloca otra estaca en B a igual distancia aproximadamente; se gira  $180^\circ$  y se mira nuevamente a A; se vuelve a transitar y si la visual pasa por B exactamente, se cumple lo enunciado.

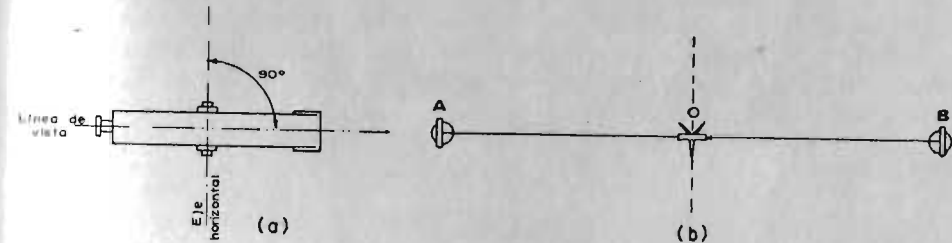


Fig. N° 48 - Línea de vista perpendicular al eje horizontal del anteojo

Corrección:

Si la visual no pasa por B, sino por el punto C, hay que corregir corriendo el retículo (con dos tornillos opuestos) hasta que la visual pase por el punto D, (Fig. 49) situado a  $\frac{1}{4}$  de la distancia CB, a partir del punto C. Se corrige

sólo una cuarta parte, pues en la distancia CB el error  $\alpha$  ha quedado incluido cuatro veces como se puede ver en la Fig. 49. Esta corrección debe efectuarse en un terreno que sea más o menos plano.

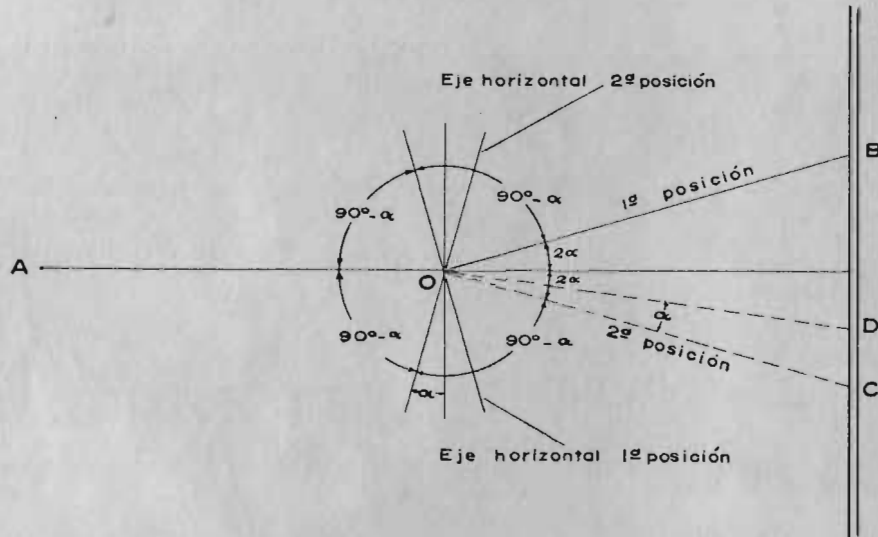


Fig. N° 49 - Interpretación de la corrección cuando el eje horizontal está descorregido en  $\alpha$

4. El eje horizontal debe ser perpendicular al eje vertical del aparato.

**Comprobación:**

Se coloca el tránsito cerca a un muro sobre el cual se pueda localizar un punto A bajo un ángulo vertical  $> 45^\circ$ , (Fig. 50A). Se nivela cuidadosamente, con lo cual el eje vertical es verdaderamente vertical. Se mira al punto A y luego a un punto B, situado debajo de A, cercano al suelo. Se transita el anteojo y se hace un giro sobre el eje vertical para enfocar nuevamente el punto A. Inclinando el anteojo, la línea de vista debe caer sobre el punto B, lo cual confirma el enunciado.

**Corrección:**

Si la línea de vista no cae exactamente sobre B sino sobre un punto C, (Fig. 50B), al lado de B, hay que efectuar la corrección enfocando al punto D, medio entre B y C, levantando luego el anteojo hasta la altura del punto A y haciendo coincidir la visual con A por medio del tornillo de corrección que sube o baja un extremo del eje horizontal, (Fig. 50C). Se va ajustando o soltando este tornillo hasta que el plano vertical de la línea de vista contenga a A y D.

5. La línea de vista debe ser horizontal cuando la burbuja del anteojo esté centrada (dentro de sus "reparos").

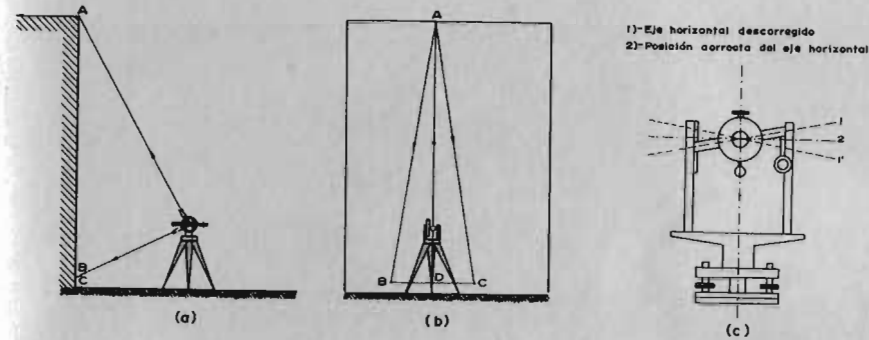


Fig. N° 50 - Comprobación y corrección para hacer el eje horizontal perpendicular al vertical

**Comprobación:**

Sobre un terreno más o menos plano, se clavan dos estacas A y B a una distancia aproximada de 100 mts. El aparato se centra y nivela sobre un punto M equidistante de A y de B, (Fig. 51). Se hace que la burbuja del anteojo quede dentro de sus "reparos". Se toman lecturas sobre una mira situada sobre las estacas A y B. La diferencia de lecturas da la verdadera diferencia de nivel entre los puntos A y B. Luego, se sitúa el aparato detrás de una de las estacas (A en este caso), a una distancia menor de 5 mts.; se nivela y con la burbuja del anteojo dentro de sus "reparos" se vuelven a hacer lecturas sobre la mira colocada en A y en B; se calcula la diferencia de nivel y si es igual a la anterior, se cumple el enunciado.

**Corrección:**

Si la segunda diferencia de nivel no es igual a la primera, hay que hacer la visual horizontal cuando la burbuja del nivel del anteojo está centrada, para lo cual hay que corregir el nivel con los tornillos que para tal efecto tiene. La magnitud de la corrección se determina de la siguiente manera:

(Ver Fig. 51).

- $(l_1 - l'_1) = \delta_1$  : (verdadera diferencia de nivel entre A y B, pues, aun si el aparato está descorregido, el error cometido es el mismo en ambas direcciones y, por tanto, no afecta).
- $(l_2 - l'_2) = \delta_2$  : (diferencia de nivel hallada por el segundo método).
- $(\delta_2 - \delta_1) =$  : (error en la apreciación de la diferencia de nivel).

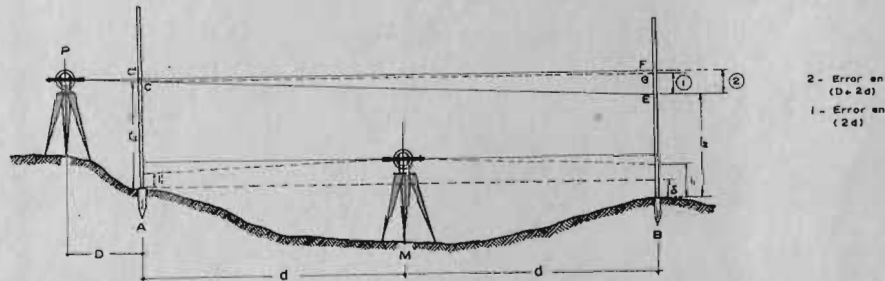


Fig. N° 51 - Comprobación y corrección para hacer la línea de vista horizontal cuando la burbuja está dentro de sus reposos

Se tiene que, si :  $\left\{ \begin{array}{l} \delta_1 = \delta_2 \text{ — está correcto.} \\ \delta_1 \neq \delta_2 \text{ — hay que corregirlo.} \end{array} \right.$

Obsérvese que, si :  $\left\{ \begin{array}{l} \delta_2 > \delta_1 \text{ — la visual está inclinada hacia arriba.} \\ \delta_2 < \delta_1 \text{ — la visual está inclinada hacia abajo.} \end{array} \right.$

Error cometido en la distancia  $2d$  es  $EG = (\delta_2 - \delta_1)$

Error cometido en la distancia  $D + 2d$  es  $EF$

Por semejanza de triángulos se tiene:  $\frac{EG}{EF} = \frac{CG}{FP}$

$EF =$  magnitud de la corrección;  $EF = EG \frac{FP}{CG}$

Reemplazado, se tiene:  $EF = (\delta_2 - \delta_1) \cdot \frac{D + 2d}{2d}$

La corrección se efectúa como sigue:

- Se calcula  $EF$ , con lo cual podemos determinar  $F$  sobre la mira.
- Con el tornillo de movimiento lento se lleva la visual sobre  $F$  con lo cual queda ésta horizontal.
- Se vuelve a centrar la burbuja con los tornillos de corrección que para tal efecto tiene el nivel.
- Cuando la visual está horizontal, el nonio del círculo vertical debe leer  $0^\circ 00' 00''$ .

Comprobación:

Se nivela el aparato. Se pone la visual horizontal haciendo que la burbuja del anteojo esté centrada. Si la lectura en el nonio vertical es  $0^\circ 00' 00''$ , se cumple el enunciado.

Corrección:

Si la lectura es diferente de  $0^\circ 00' 00''$  hay que corregir el nonio por medio de los tornillos que para tal efecto tiene, haciendo que se lea  $0^\circ 00' 00''$ .

Observaciones:

- Las correcciones deben efectuarse en el mismo orden en que se han enunciado.
- Al finalizar cada corrección se debe comprobar nuevamente si el aparato cumple con la condición impuesta.
- Debido a que las condiciones impuestas están ligadas entre sí, se debe, luego de haber efectuado todas las correcciones, hacer de nuevo todas las comprobaciones.

### CENTRAJE Y NIVELACION DEL APARATO

Al colocar el tránsito en una estación para lanzar desde allí visuales o medir ángulos, es necesario que se cumplan dos condiciones fundamentales para lograr precisión en los datos tomados: 1o., que el eje vertical del aparato pase exactamente por el punto que se toma como estación, y 2o., que el aparato esté perfectamente nivelado, es decir, que su círculo horizontal esté en un plano horizontal, con lo cual los ángulos horizontales están sobre un plano verdaderamente horizontal y los ángulos verticales en un plano verdaderamente vertical.

La manera de centrar (hacer pasar el eje vertical sobre el punto estación) y nivelar (dejar horizontal el círculo horizontal) es la siguiente:

- Se arma el trípode sobre la estación, procurando que la mesilla quede verticalmente encima de la estaca o placa y, además, que quede aproximadamente horizontal, para lo cual se juega con la longitud variable de las patas del trípode.
- Se saca el aparato del estuche y se coloca sobre la mesilla del trípode, sujetándolo a ésta ya sea por medio de rosca o de un clip de sujeción.
- Se le coloca la plomada al gancho que para tal fin tiene el tránsito, si el aparato tiene este tipo de plomada; si tiene plomada óptica o plomada de bastón (Ver capt. XXXIV: Aparatos Modernos de Topografía) se procede a accionarla para saber en qué momento el aparato está centrado.
- Una vez que la plomada nos indique que estamos dentro de un radio menor de unos 2 cms. del punto estación, procedemos a nivelar el aparato con los tornillos de nivelar, como ya se vio. Si la plomada cae más de 2 cms. aparte del punto estación, tenemos que mejorar



el centraje por medio de las patas del trípode, acortándolas y alargándolas, según para el lado que se quiera desplazar el eje vertical, que está señalado por la plomada.

5. Teniendo el aparato nivelado, observamos qué tan lejos quedó el eje vertical (o sea la plomada) del punto estación. Si está a una distancia menor de unos 2 cms. podemos soltar el aparato (cada aparato tiene un sistema particular para hacer esto, pero por lo general, es muy similar en todos) y, deslizando sobre la mesilla, hacemos que el eje vertical pase por el punto estación.

Es necesario que la excentricidad del eje vertical respecto al punto estación no sea mayor de unos 2 cms. pues el juego que tiene el aparato para desplazarse sobre la mesilla es limitado. Si se presenta una excentricidad mayor (se ha podido aumentar la excentricidad al nivelar el aparato pues esto hace variar la dirección del eje vertical), se debe reducir esta excentricidad por medio de la longitud variable de las patas del trípode, volver a nivelar el aparato, observar la excentricidad, soltar el aparato y llevar la plomada a pasar exactamente por el punto estación.

Después de esta operación es necesario ajustar el aparato para que no se deslice sobre la mesilla y, así, permanezca centrado.

6. Al hacer la operación ejecutada en el numeral anterior (deslizar el aparato sobre la mesilla) es probable que se haya desnivelado el aparato y, por tanto, es necesario volver a nivelarlo, ahora sí con bastante exactitud; esta última nivelación puede causar un ligero desplazamiento del eje vertical, lo cual hace que no esté todavía completamente centrado el aparato. Se vuelve a corregir la excentricidad y, una vez corregida, se vuelve a nivelar el aparato. Es decir, que esta última etapa, en la cual se deja el aparato perfectamente centrado y nivelado, se hace por aproximaciones sucesivas: se nivela, se centra, se nivela, se centra, etc.

Es conveniente que las patas del trípode queden perfectamente ancladas, en terreno firme, para que el peso del observador, e inclusive el del mismo aparato, no vayan a producir asentamientos que desnivelarían el aparato. Se recomienda que el observador verifique el centraje y la nivelación del aparato inmediatamente antes de lanzar cada visual.



Fig. N° 51-A - Modo de armar el trípode en terreno inclinado

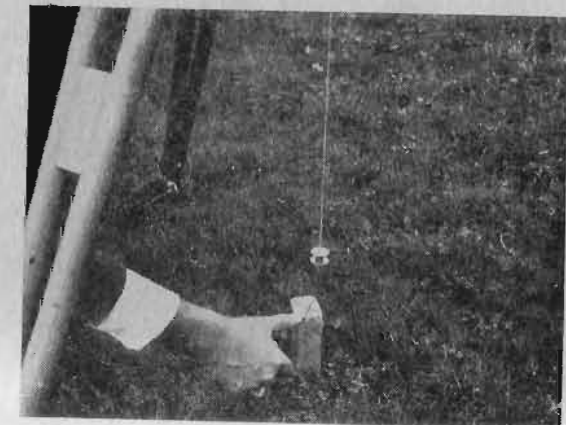


Fig. N° 51-B - Manera de señalar hacia qué lado se debe desplazar el aparato para obtener un centraje exacto

DIVERSOS USOS DEL TEODOLITO

1. Determinación de una distancia entre dos puntos cuando no puede medirse directamente.

**Método a:** Se trata de determinar la distancia AB, (Fig. 52); un obstáculo (un río en el ejemplo), hace imposible la medición. Se procede así: Se centra y nivela el teodolito en el punto A; se da visual a B, se toma un ángulo de 90° y sobre esta visual se localiza el punto C. Se mide la distancia AC. Luego se centra el aparato en C y se mide el ángulo  $\alpha$ . Se puede luego calcular AB:

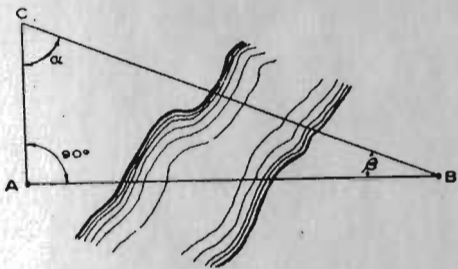


Fig. N° 52 - Medición indirecta de una distancia: Método a

$$\overline{AB} = \overline{AC} \times \text{tg } \alpha$$

**Método b:** Cuando el tránsito se halla del lado del punto B, pero no se puede por cualquier motivo emplear el método a, se levanta la

perpendicular AC por un método aproximado (con cinta o escuadra de agrimensor) y se sitúa el punto C a una distancia conveniente (de 30 a 50 mts.). Con el teodolito centrado y nivelado en B, se mide el ángulo  $\beta$ .

Se puede conocer AB así:

$$\overline{AB} = \overline{AC} \text{ ctg } \beta$$

**Método c.** Se aplica cuando no se dispone de Tablas Trigonométricas. El procedimiento es el siguiente: Se centra y nivela el aparato en C y se construye el ángulo BCD = 90°. Se determina el punto D, intersección de CD con la prolongación de BA. Se miden las distancias AC y AD. Por semejanza de triángulos se tiene (Fig. 53):

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{AC}^2}{\overline{AD}^2}$$

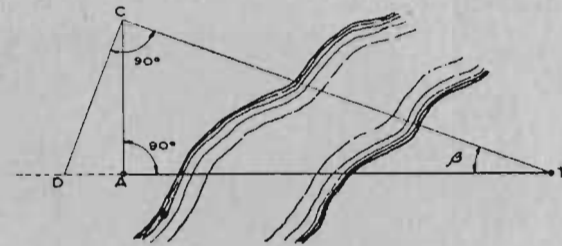


Fig. N° 53 - Medición indirecta de una distancia: Método c.

2. Determinación de la intersección de dos líneas.

El punto I de intersección de dos líneas tales como AB y CD, (Fig. 54) se determina como sigue: una de las líneas, AB por ejemplo, se prolonga y sobre esta prolongación se estima en qué punto caerá la prolongación de la otra línea CD; se coloca un piquete (I<sub>1</sub>) un poco antes y otro (I<sub>2</sub>) un poco después. Luego se tiende una cuerda entre estos dos piquetes; se prolonga CD pudiéndose ver el punto en que interseca a la cuerda I<sub>1</sub> I<sub>2</sub>, quedando en esta forma determinado el punto I. El teodolito se emplea para prolongar las líneas AB y CD y para colocar I<sub>1</sub>, I<sub>2</sub> e I.

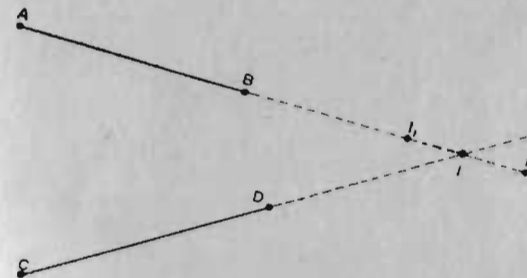


Fig. N° 54 - Determinación de la intersección de dos líneas

3. Medición de un ángulo cuando el Tránsito no se puede colocar en el vértice.

El caso más frecuente en que este problema se presenta es cuando se desea medir el ángulo formado por dos muros de un edificio, (Fig. 55).

Se sitúa el punto a a una distancia conveniente, I, del muro. A la misma distancia I se sitúa el punto b; ab es paralela al muro. De igual manera se traza cd paralela al otro muro a una distancia I'. El punto de intersección, i de ab con cd se determina como se hizo en el problema 2. Sobre el punto i se centra y nivela el teodolito y se mide el ángulo aid que es el pedido.

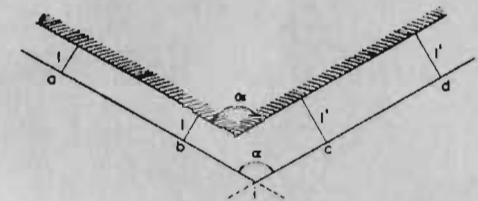


Fig. N° 55 - Medición de un ángulo cuando el tránsito no se puede colocar en el vértice

4. Prolongación de una línea recta.



FIG. 56 (a)

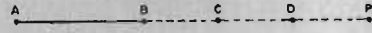


FIG. 56 (b)

Fig. N° 56 - Prolongación de una línea recta

Este problema se presenta cuando un punto P debe quedar sobre la prolongación de la línea AB, (Fig. 56A). Puede suceder que el punto P esté fuera del alcance del aparato o que sea invisible desde A y B; entonces hay que colocar estaciones sucesivamente (Ver Fig. 56B) hasta llegar a P. Para lograr esto se pueden seguir varios métodos:

- a) con el teodolito en A se da vista a B y se establece el punto C; luego se ocupa el punto B, se da vista a C y se establece D; así hasta llegar a P.
- b) Con el teodolito en B se da vista a A, se transita y se coloca el punto C; luego se ocupa el punto C y se repite la misma operación.
- c) Si el aparato no está bien ajustado o se desea alta precisión, se emplea el método de la *doble vista*, (Fig. 57).

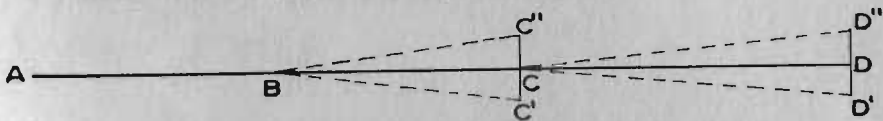


Fig. N° 57 - Prolongación de una línea recta. Método de la doble vista

Con el aparato en B (Fig. 57) se da vista a A, se transita y se coloca el punto C'; con el aparato transitado se vuelve a dar vista a A, se transita nuevamente y se coloca el punto C''. (Si el aparato está perfectamente corregido, C' y C'' deben coincidir. Si no lo está, se evita el error que puede traer determinando el punto C). El punto C está a la mitad de C'C''. Luego se repite la misma operación con el aparato centrado en C; así hasta llegar finalmente a P.

5. Trazar una línea recta entre dos puntos.

**Caso 1:** Los dos puntos son intervisibles. Se coloca el tránsito en A, se da vista a B y así se pueden establecer puntos intermedios que determinen totalmente la línea AB.

**Caso 2:** Los dos puntos extremos no son intervisibles, pero sí visibles desde un punto intermedio (C), (Fig. 58). Se procede por tanteos hasta que se encuentre el punto C en el cual se da vista hacia A, se transita el anteojo y la visual debe pasar por B.

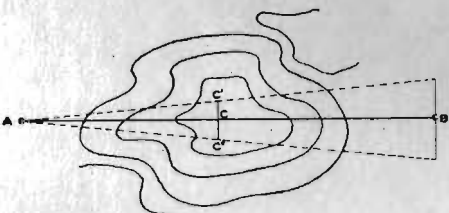


Fig. N° 58 - Trazado de una línea recta entre dos puntos: Caso 2

**Caso 3:** Los dos puntos extremos no son intervisibles, ni visibles desde un punto intermedio, (Fig. 59).

Se traza una línea AX en la dirección aproximada de B. Se localiza el punto E de modo que BE sea perpendicular a AX. Se miden AE y BE.

$$\text{Se calcula } \alpha = \text{Arc. tg } \frac{BE}{AE}$$

Con el teodolito en A y a partir de AE se marca el ángulo  $\alpha$ , pudiéndose ya trazar AB. Si no se llega exactamente a B sino a un punto cercano B', se mide BB' y cada punto intermedio se corrige a una cantidad  $NN' = AN \cdot BB'/AB$ ; ésta sería la corrección para un punto intermedio N situado a una distancia AN de A.

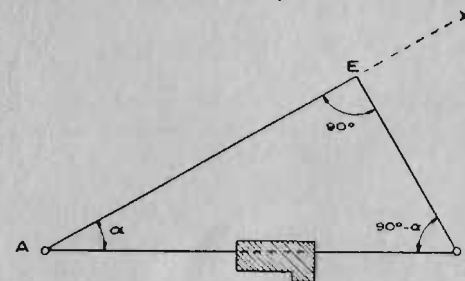


Fig. N° 59 - Trazado de una línea recta entre dos puntos: Caso 3

6. Medición de Angulos (Métodos de Precisión)

a) *Reiteración:* Se emplea este método cuando el aparato que se está usando no dispone de doble sistema de ejes para el círculo horizontal. (No se puede dejar un determinado ángulo en el círculo y mover conjuntamente el anteojo y el círculo para así conservar el ángulo). El procedimiento es el siguiente:

1. Se centra y nivela el aparato en O, (Fig. 60).
2. Se da vista a A y se pone en 00° 00' 00'' el círculo horizontal; se gira hacia B y se anota la lectura;  $\alpha_1 = \text{lectura en B}$ .
3. Se da vista a A y se pone en 90° 00' 00'' el círculo horizontal; se gira hacia B y se anota la lectura;  $\alpha_2 = \text{lectura en B} - 90° 00' 00''$ .
4. Se da vista a A y se pone en 180° 00' 00'' el círculo horizontal; se gira hacia B y se anota la lectura;  $\alpha_3 = \text{lectura en B} - 180° 00' 00''$ . Este procedimiento se repite un número de veces igual al número de valores requeridos para promediar, según la precisión deseada.

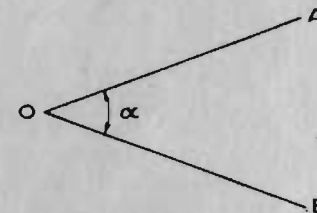


Fig. N° 60 - Medición de un ángulo con el tránsito

Finalmente se tiene:

$$\alpha = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \dots + \alpha_n}{n}$$

El poner 00' 00'' en cada lectura inicial es tan solo por comodidad al hacer la resta. Se puede también dejar un número de minutos y segundos diferente a cero.



b) *Repetición*: Se emplea este método cuando se dispone de un aparato con doble sistema de ejes para el círculo horizontal. Se procede así:

1. Se centra y nivela el aparato en O, (Fig. 60).
2. Se da vista hacia A y se anota la lectura que marque el círculo horizontal; sea  $l_0$  esta lectura. Se gira hacia B y se toma la nueva lectura,  $l_1$ . Se tendrá:  $\alpha_1 = l_1 - l_0$
3. Se da vista a A con el círculo horizontal marcando  $l_1$ ; para hacer esto se hacen girar a la vez el anteojo y el círculo horizontal, aflojando el tornillo inferior de fijación; se da vista hacia A, se ajusta nuevamente este tornillo, se suelta el tornillo superior de fijación, se da vista hacia B y se lee  $l_2$ . Se tendrá:  $\alpha_2 = l_2 - l_1$
4. Se repite la operación anterior, obteniéndose  $\alpha_3 = l_3 - l_2$
5. Así se continúa hasta la lectura final,  $l_n$ .

Para encontrar el valor de  $\alpha$  se promedian estos valores. Se observa que las lecturas intermedias se anulan al sumar algebraicamente, o sea que, por este método, tan solo es necesario anotar las lecturas primera y última, hacer la diferencia y dividirla por el número de veces que se repitió la operación. Como realmente lo que se hace es multiplicar el ángulo un determinado número de veces (evitando los errores de las lecturas intermedias), se debe tener cuidado del número de veces que esté incluido  $360^\circ$  en  $l_n$ , pues en el círculo tan solo aparece el exceso a  $360^\circ$ ,  $720^\circ$ , ... etc.

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= l_1 - l_0 \\ \alpha_2 &= l_2 - l_1 \\ \alpha_3 &= l_3 - l_2 \\ \alpha_4 &= l_4 - l_3 \\ &\vdots \\ \alpha_n &= l_n - l_{n-1} \\ \hline n\alpha &= l_n - l_0 \\ \therefore \alpha &= \frac{l_n - l_0}{n} \end{aligned}$$

Todo último movimiento con los tornillos de movimiento lento se debe hacer ajustando el correspondiente tornillo, o sea en el sentido de las agujas del reloj, con lo cual siempre se está presionando el resorte y se evitan, así, errores por falta de potencia en éste o por el juego que tiene todo tornillo con la rosca correspondiente.

# CAPITULO

# 9

## METODOS PARA MEDIR UN TERRENO CON TRANSITO Y CINTA

### 1. Levantamiento de un Lote por Radiación.

Es el sistema más simple, en que se emplea el tránsito y la cinta, para medir un terreno. Se aplica cuando el área del terreno es relativamente pequeña y cumple con otras condiciones, como se verá más adelante.

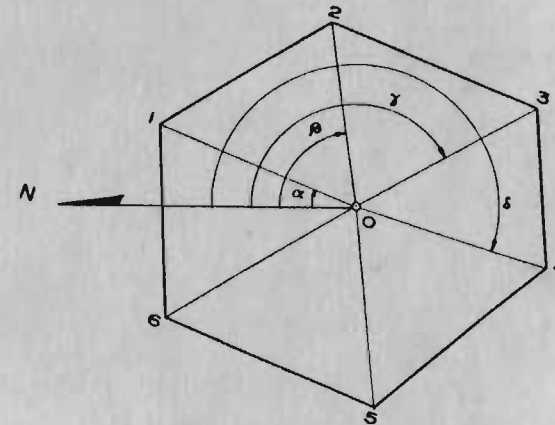


Fig N° 61 - Levantamiento de un lote por radiación

*Procedimiento*: Sea el terreno 1- 2- 3- 4- 5- 6, (Fig. 61); se sitúa y nivela el tránsito en un punto O tal que desde él puedan verse *todos* los vértices del polígono que determina el lote y todos los otros puntos que se deseen localizar. Desde el punto O se miden las distancias (O1, O2, O3, ...) y sus respectivos azimutes ( $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ ).

Es necesario, luego de tomar el último punto (6 en el ejemplo), volver a leer el azimut ( $\alpha'$ ) hacia el primer punto (1 en el ejemplo), para comprobar que el aparato no se ha movido.

Error de cierre en ángulo:  $e = \alpha - \alpha'$   
 $e = 30^\circ 20' - 30^\circ 21' = 01'$

e no debe ser mayor de la aproximación del aparato. Si e da mayor, hay que repetir todas las lecturas de los ángulos.

Las distancias, ángulos y datos complementarios para la confección del plano, se anotan en libretas especiales denominadas "carteras", las cuales tienen hojas con columnas para anotar los datos y hojas cuadriculadas para hacer esquemas.

Modelo de Cartera:

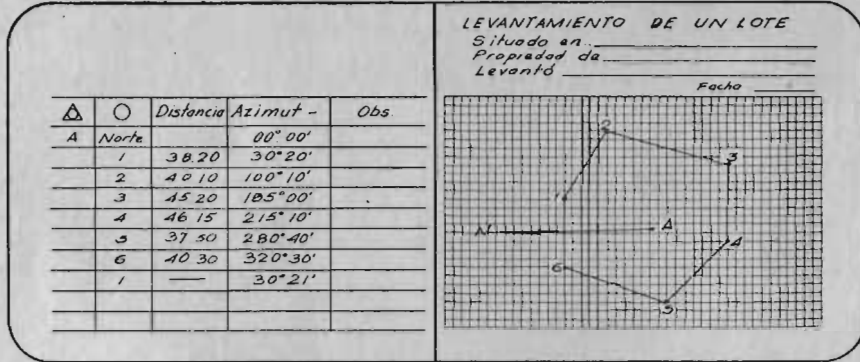


Fig. N° 61A - Modelo de cartera: levantamiento por radiación

$\Delta$  = Estación: punto en el cual se centra el aparato.

$\odot$  = Punto hacia el cual se lanza la visual.

Cuadro de Cálculos: Se procede luego a calcular las coordenadas de los vértices del polígono. En el cuadro de cálculos del ejemplo se puede apreciar el procedimiento seguido. En columnas 1, 2, 3, 4 y 5 se copian los datos de la cartera; en 6 y 7 se copian, de una tabla de funciones naturales, el coseno y el seno de cada rumbo; en 8, 9, 10 y 11 se anota el producto de cada distancia por el coseno y el seno del rumbo correspondiente, según el cuadrante en que éste se encuentre; en 12 y 13 se anotan las coordenadas relacionadas a las de A. Las coordenadas de A se adoptan en tal forma que todos los vértices queden en el cuadrante N-E.

$\Delta$	$\odot$	Dist.	Azimut	Rumbo	N-Cos-S	E-Sen-W	PROYECCIONES				COORDENADAS		
							N(+)	S(-)	E(+)	W(-)	N	E	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
A											100.00	100.00	
1		38.20	30° 20'	N. 30° 20' E	0.816310	0.515155	32.97		19.29		132.97	119.29	
2		40.10	100° 10'	S. 70° 50' E	0.17651	0.98430		7.08	39.47		92.92	139.47	
3		45.20	185° 00'	S. 45° 00' W	0.59619	0.60876				49.03	49.4	54.97	95.06
4		46.15	215° 10'	S. 25° 10' W	0.91748	0.57596				37.73	26.58	62.27	73.42
5		37.50	280° 40'	N. 79° 20' W	0.18409	0.98272	6.61				35.08	106.61	64.92
6		40.30	320° 30'	N. 39° 30' W	0.77162	0.63608	31.10				25.63	131.10	74.37

Fig. N° 61B - Modelo de cuadro de cálculos: levantamiento por radiación

Nota: para el cálculo del área, a partir de las coordenadas, ver los diferentes métodos en la página No. 88.

2. Levantamiento de un lote por Intersección de visuales o Base medida

Se localizan dos puntos tales como A y B (Fig. 62), los cuales deben cumplir los siguientes requisitos:

- que sean intervisibles;
- que todos los vértices del polígono y puntos que se deseen localizar sean visibles desde A y desde B;
- que la distancia AB sea fácil de medir y de magnitud proporcional al tamaño del lote;
- que la orientación de la línea AB sea tal que los ángulos  $BA\odot$  y  $AB\odot$  no sean demasiado agudos.

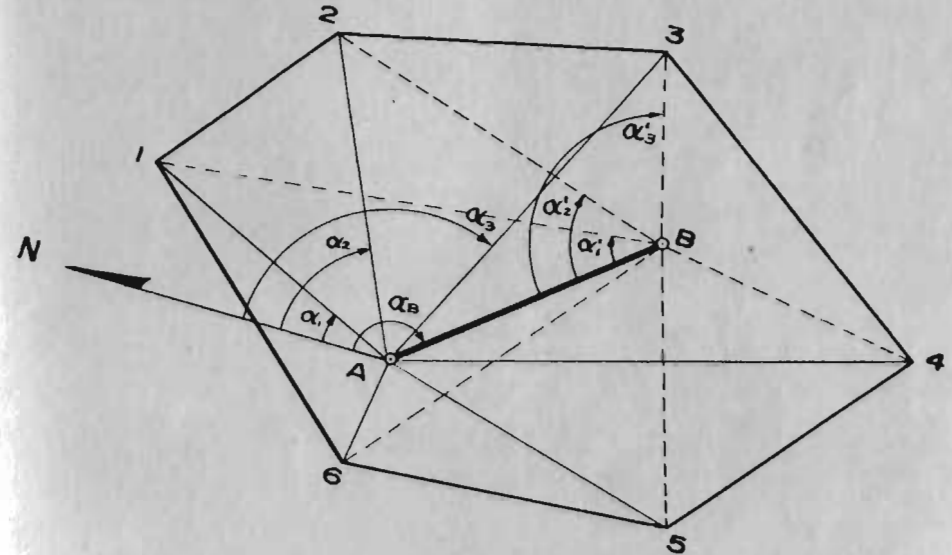


Fig. N° 62 - Levantamiento de un lote por intersección de visuales

Procedimiento:

- 1 — Se colocan estacas en A y en B.  
 — Se centra y nivela el aparato en A.  
 — Se mide la distancia AB con cinta.  
 — Se pone el círculo horizontal en ceros con la N-S.  
 — Se leen los azimutes de las visuales A1, A2, A3, etc..., lo mismo que el Azimut de AB.
- 2 — Se centra y nivela el aparato en B.  
 — Se da vista hacia A y se pone en ceros el círculo horizontal.  
 — Se leen los azimutes de las visuales B1, B2, B3, etc..., (medidos a partir de BA).





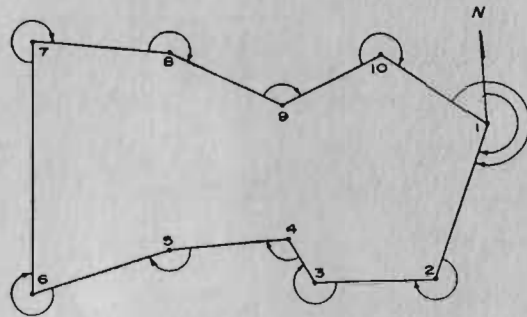


Fig. N° 64 - Levantamiento de un lote por poligonales

- Llevamos el aparato a  $\Delta 2$ ; lo centramos y nivelamos. Localizamos la estación No. 3. Medimos el ángulo 1-2-3 (por repetición o reiteración). Según la precisión requerida tomamos una o varias lecturas de ese ángulo. En la mayoría de los trabajos es tan solo necesario tomar dos lecturas; si ellas difieren en más de la aproximación del aparato, hacemos una lectura adicional. En cualquier caso, el valor definitivo del ángulo será el promedio, descartando las lecturas erradas. Medimos luego la distancia  $\overline{2-3}$ .
- Llevamos luego el aparato a  $\Delta 3$  y procedemos tal como lo hicimos en  $\Delta 2$ . Esta operación se repite en los vértices 4,5,6,7,8, 9 y 10.
- Volvemos a centrar y nivelar el aparato en  $\Delta 1$ . Leemos el ángulo 10-1-2 (tal como se hizo para determinar los otros ángulos en los vértices).
- Antes de abandonar el sitio de trabajo comprobamos que el polígono tenga bien determinados sus ángulos en los vértices, es decir, que no hayamos cometido un error al leer o anotar uno de los ángulos. Para esta comprobación tenemos en cuenta lo siguiente:

Los ángulos en los vértices pueden ser exteriores (si se recorre la poligonal en sentido horario) o interiores (si la recorremos en sentido contrario). Esto se entiende fácilmente si se observa que el teodolito lee siempre ángulos en el sentido horario, (ver Fig. 65).

Si hemos recorrido la poligonal en sentido horario, la suma de los ángulos nos debe dar  $(n+2) \times 180^\circ$ , siendo  $n$  el número de lados de la poligonal. Si la hemos recorrido en sentido opuesto, la suma de los ángulos nos debe dar  $(n-2) \times 180^\circ$ .

#### Cálculo y Ajuste de la Poligonal

Como se acaba de enunciar, la suma de los ángulos medidos debe dar  $(n+2) \times 180^\circ$  o  $(n-2) \times 180^\circ$ , según se hayan medido los ángulos exteriores o interiores, respectivamente. Es apenas lógico que al sumar los ángulos no se encuentre exactamente este resultado teórico, sino que exista una pequeña diferencia, debida a que el valor de cada ángulo no es el valor exacto sino el valor más aproximado que fue posible determinar. Mientras más fino y preciso

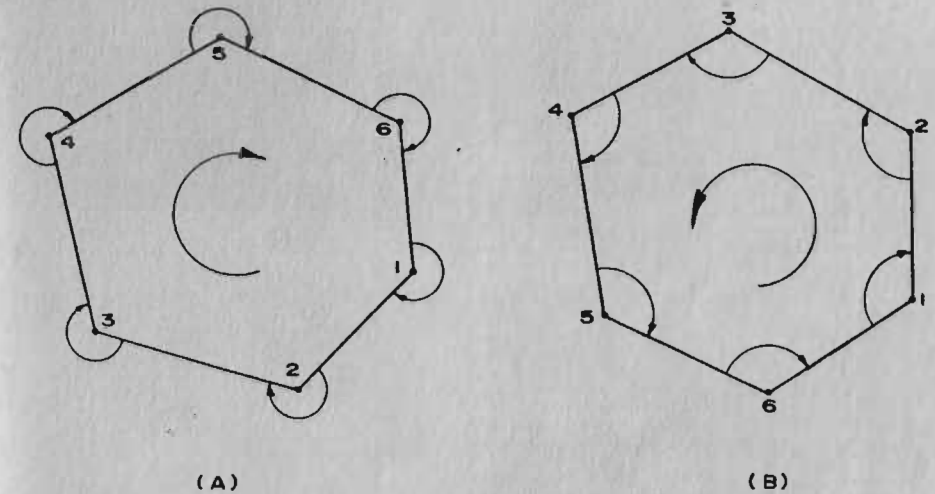


Fig. N° 65 - A) Poligonal recorrida en sentido horario: los ángulos medidos son exteriores.  
B) Poligonal recorrida en sentido contrario al horario: los ángulos medidos son interiores

sea el teodolito más cerca estaremos de conocer el valor exacto de cada ángulo y, por tanto, será más pequeña esa diferencia encontrada. Esta discrepancia entre la suma teórica y la encontrada se denomina "error de cierre en ángulo" y debe ser menor que la cantidad máxima permitida ( $e$ ) según las especificaciones de precisión, así:

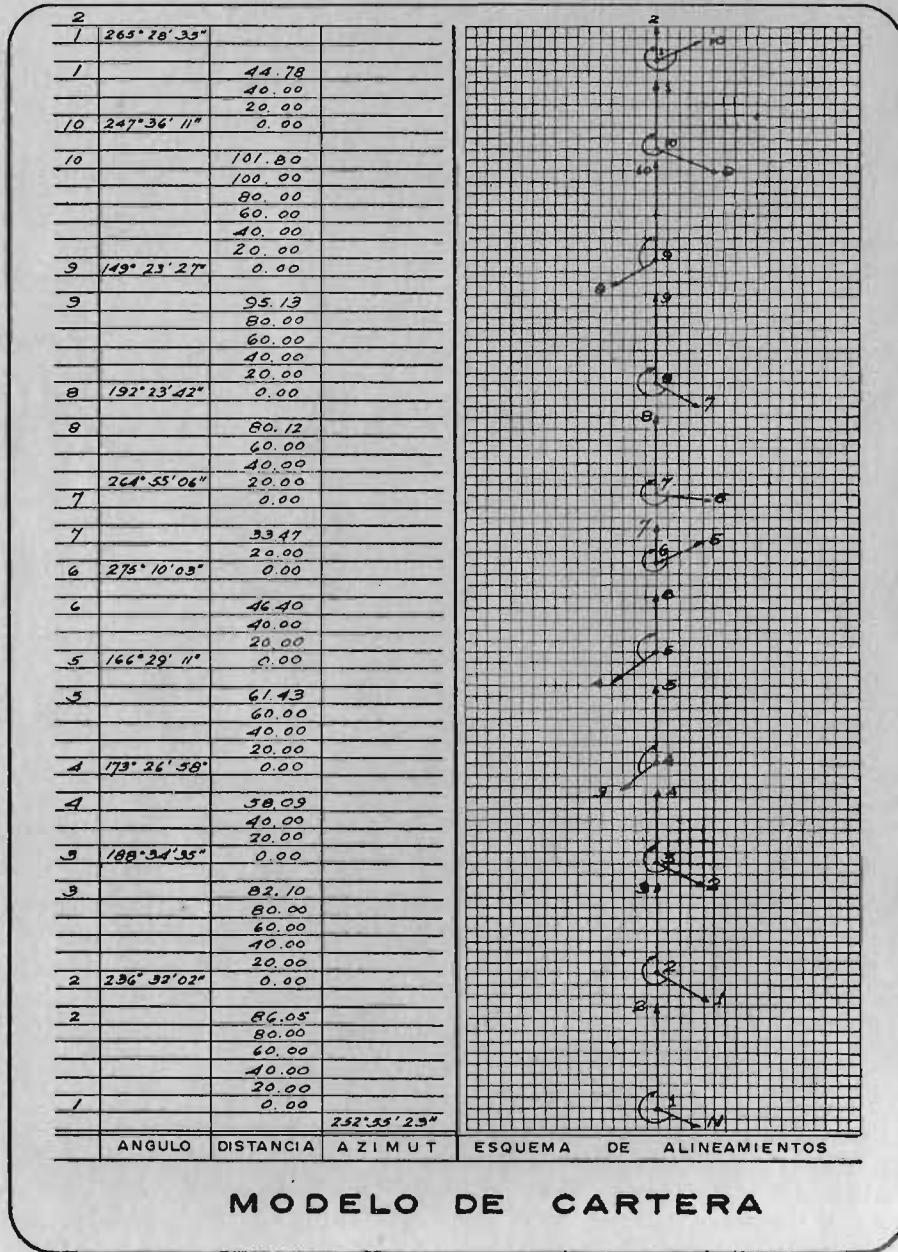
- Para levantamientos de poca precisión  $e = a.n$
- Para levantamiento de precisión  $e = a\sqrt{n}$

siendo  $n$  el número de vértices de la poligonal, o sea el número de estaciones, y  $a$  la aproximación del teodolito. Las unidades de  $e$  son las mismas de  $a$ .

Si el error de cierre en ángulo nos resulta superior al valor especificado se deben *rectificar todos los ángulos* observados, pues alguno, o varios, han sido leídos o anotados erróneamente.

Si el error de cierre es menor que la cantidad especificada procedemos a repartirlo por partes iguales entre todos los ángulos de los vértices. Si el error fue por exceso le quitamos a cada ángulo la corrección ( $\text{error} + n$ ); si fue por defecto, se la sumamos (ver primeras columnas del "cuadro de cálculos").

Una vez se tengan los ángulos corregidos se calculan los azimutes de los lados de la poligonal; partiendo del azimut conocido se calcula el contra-azimut (sumando o restando  $180^\circ$ ); a éste se le suma el ángulo en el vértice y así se obtiene el azimut del lado siguiente. Esto se repite sucesivamente hasta volver a calcular el azimut de partida, lo cual sirve de comprobación; si no concuerdan exactamente ha habido error al hacer las correcciones o al calcular algún azimut.



MODELO DE CARTERA

Fig. Nº 65A - Modelo de cartera: Levantamiento por poligonales

CALCULO Y AJUSTE DE UNA POLIGONAL

Levantamiento del lote "E.NANO" (Porelación los Orlillos) Subsector 9.

CALCULO ATM. REVISO E.Y.D. FECHA III-1963

ANGULO OBSERVADO	ANGULO CORREGIDO	AZIMUT	RUMBO	E-SENO - W		DISTANCIA	PROYECCIONES				COORDENADAS								
				N	S		E	W	N	S	E	N							
1																			
2	236°33'02"	01°	236°33'02"	W		86.05													
3	188°34'35"	01	188°34'36"	W		82.10													
4	173°26'58"	01	173°26'59"	W		58.09													
5	166°29'11"	01	166°29'12"	W		61.43													
6	275°10'03"	01	275°10'04"	W		46.40													
7	264°55'06"	01	264°55'07"	E		33.47													
8	192°23'42"	01	192°23'43"	E		80.12													
9	149°23'27"	01	149°23'28"	E		95.13													
10	247°36'11"	01	247°36'12"	E		101.80													
1	265°28'35"	01	265°28'36"	E		44.78													
2																			
						689.37	271.441	271.489	185.847	185.845									

Nº DE VERTICES (n) = 10  
 SUMA TEORICA (180°(n-2)) = 2160° 00' 00"  
 SUMA OBTENIDA = 2159° 59' 50"  
 ERROR EN ANGULO = 0' 00' 10"  
 ERROR MAX. PERMISIBLE = 5" VTO = 15" B

Σ E = 271.441 Σ N = 185.847  
 Σ W = 271.489 Σ S = 185.825  
 Δ E W = 0.048 Δ N S = 0.022  
 Σ E + Σ W = 542.930 Σ N + Σ S = 371.672  
 Corrección E.W. = 0.008 Σ E Σ W Corrección N.S. = 0.022 Σ N Σ S

LONGITUD POLIGONAL = 689.37 m  
 ERROR √Σ E W + Δ N S = 52.0 mm  
 CIERRE OBTENIDO = 1:13055  
 CIERRE ESPERADO = 1:10000

Fig. Nº 65B - Cuadro de cálculos: Levantamiento por poligonales

A continuación se convierten estos azimutes en rumbos y en la columna siguiente se anotan los senos y cosenos correspondientes. Al multiplicar la longitud de cada lado (aparecen en el cuadro de cálculos en la columna de DISTANCIAS) por el seno, encontraremos la proyección de ese lado sobre el eje E-W; al multiplicarla por el coseno encontraremos su proyección sobre el eje N-S. Estas proyecciones las anotamos en 2 de las 4 columnas encabezadas con PROYECCIONES, según el cuadrante indicado por el rumbo.

Por ser un polígono cerrado, se debe cumplir

- (1)  $\Sigma$  proyecciones N =  $\Sigma$  proyecciones S
- (2)  $\Sigma$  proyecciones E =  $\Sigma$  proyecciones W

Debido a pequeños errores al determinar los ángulos y las distancias y a haber repartido el error de cierre en partes iguales entre todos los ángulos (es la mejor manera de hacerlo), las igualdades (1) y (2) no se cumplen exactamente, así:

$$\begin{aligned}\Sigma \text{ proyecciones N} - \Sigma \text{ proyecciones S} &= \delta_{NS} \\ \Sigma \text{ proyecciones E} - \Sigma \text{ proyecciones W} &= \delta_{EW}\end{aligned}$$

Estos errores en las proyecciones N-S y E-W hacen que si reconstruimos la poligonal a partir de la estación No. 1 no lleguemos nuevamente a ella sino a un punto I' que difiere en las abscisas una cantidad  $\delta_{EW}$  y en las ordenadas una cantidad  $\delta_{NS}$  y estará a una distancia  $\mathcal{E}$  del punto de partida I.

$$\mathcal{E} = \sqrt{\delta_{NS}^2 + \delta_{EW}^2}$$

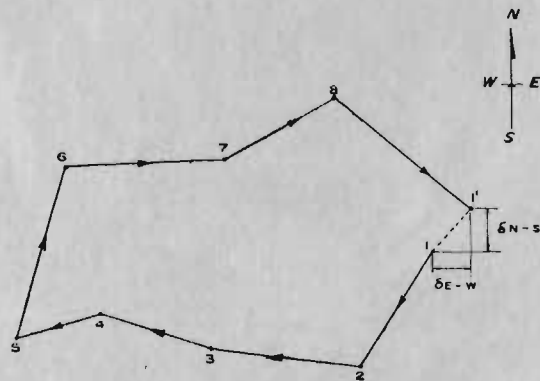


Fig. N° 66 - Expresión gráfica del error de cierre

$\mathcal{E}$  representa el error total cometido al hacer la poligonal; generalmente se expresa en forma unitaria, es decir, como el número de metros en los cuales, proporcionalmente, se cometería un error de 1 metro.

Siendo  $D$  la longitud total de la poligonal y  $\mathcal{E}$  el error total cometido, el número de metros ( $X$ ) en los cuales se cometería 1 m. de error, sería:

$$\frac{\mathcal{E}}{1} = \frac{D}{X} \quad \therefore X = \frac{D}{\mathcal{E}}$$

y se expresa 1 :  $X$ . De acuerdo con la exactitud requerida, se han establecido límites máximos para el error unitario. Se toman como guía las siguientes normas:

Error Máximo	Clase de Levantamiento
1 : 800	Levantamiento de terrenos quebrados y de muy poco valor, levantamientos de reconocimiento, colonizaciones, etc., generalmente hechos por Taquimetría.
1 : 1.000 a 1 : 1.500	Levantamiento de terrenos de poco valor; Taquimetría con dobles lecturas de mira.
1 : 1.500 a 1 : 2.500	Levantamiento de terrenos agrícolas de valor medio. Levantamientos con estadia.
1 : 2.500 a 1 : 4.000	Levantamientos urbanos y terrenos rurales de cierto valor.
1 : 4.000 en adelante	Levantamientos en ciudades y terrenos bastante valiosos.
1 : 10.000 y más	Levantamientos geodésicos.

Si el error de cierre es mayor del especificado habrá que repetir el levantamiento; si está dentro del valor tolerado hay que distribuirlo para que el polígono quede cerrado y se pueda dibujar correctamente.

## AJUSTE DE LA POLIGONAL

Manera de Distribuir el error de cierre:

Existen varios métodos para repartir el error de cierre y hacer que las proyecciones den sumas iguales, o sea, que el polígono cierre perfectamente. Se mencionan aquí los dos métodos más usuales y se efectúa el ajuste por ambos métodos para indicar la diferencia. En el modelo de cuadro de cálculos se emplea el método A que es más frecuentemente utilizado; en tabla separada indicamos los resultados del ajuste por el método B.

Método A:

La relación entre la corrección ( $C$ ) que se hace a cada proyección y el error total ( $\delta$ ) es igual a la relación entre dicha proyección y la suma de las proyecciones. Así, la corrección para las proyecciones N y S será:

$$C = \frac{\delta_{NS}}{\Sigma N + \Sigma S} \times \text{la respectiva proyección.}$$

y la corrección para las proyecciones E y W será:



$$C = \frac{\delta_{EW}}{\Sigma E + \Sigma W} \times \text{la respectiva proyección.}$$

Para las proyecciones cuya suma ha dado mayor, la corrección es negativa; para la que ha dado menor la corrección es positiva. Este método se emplea principalmente cuando asumimos que los ángulos han sido medidos con mayor precisión que las distancias.

Método B:

La relación entre la corrección (C) que se hace a cada proyección y el error total ( $\delta$ ) es igual a la relación entre el lado respectivo de la poligonal y la longitud total de ésta. Así, la corrección para las proyecciones N y S será:

$$C = \frac{\delta_{NS}}{L} \times \text{cada lado de la poligonal.}$$

y la corrección para las proyecciones E y W será:

$$C = \frac{\delta_{EW}}{L} \times \text{cada lado de la poligonal.}$$

El signo de la corrección sigue la misma regla del método A. Este método se usa cuando asumimos que el error se debe a la influencia de pequeños errores accidentales cometidos tanto en la medición de distancias como en la lectura de los ángulos:

AJUSTE POR MEDIO DEL METODO B

$\Delta$	Distancia	PROYECCIONES				COORDENADAS	
		E	W	N	S	E	N
1			-6		+2	300.00	100.00
2	86.05		82.256		25.269	217.750	74.729
3	82.10		63.389	52.175		154.367	126.901
4	58.09		38.844	43.192		115.527	170.091
5	61.43		46.020	40.692		69.512	210.781
6	46.40		40.980	21.762		28.535	232.541
7	33.47	+2			-2	46.834	260.565
8	80.12	18.297			37.622	117.577	222.941
9	95.13	70.737			61.721	189.957	161.217
10	101.80	72.373			17.504	290.265	143.710
1	44.78	100.301			43.709	300.000	100.000
Sumas	689.37	271.441	271.489	185.847	185.825		
Sumas Corregidas		271.465	271.465	185.836	185.836		

Factor de corrección para las E, W:

$$C = \frac{\delta_{EW}}{L} = \frac{48}{689.37} = 0.06962 \text{ mm./m.}$$

Factor de corrección para las N, S:

$$C = \frac{\delta_{NS}}{L} = \frac{22}{689.37} = 0.03191 \text{ mm./m.}$$

LEVANTAMIENTO DE DETALLES

Como en la mayoría de los casos, todos los lados del terreno no son rectos (o siendo rectos no se puede trazar el polígono coincidiendo completamente con los linderos del terreno) es necesario inscribir o circunscribir un polígono y desde sus vértices y lados tomar los datos que determinen el área que deseamos conocer. Esta operación se denomina "levantamiento de detalles" y se hace por uno de los dos métodos que a continuación se exponen, o por una combinación de ellos que es el caso más usual y práctico.

a) Detalles por Izquierdas y Derechas:

A partir del polígono, los detalles del perímetro exacto del lote y demás, se toman indicando la distancia sobre cada lado (abscisa) a partir de la estación correspondiente y midiendo, perpendicularmente a éste, la longitud izquierda o derecha, como se puede ver en la figura 67.

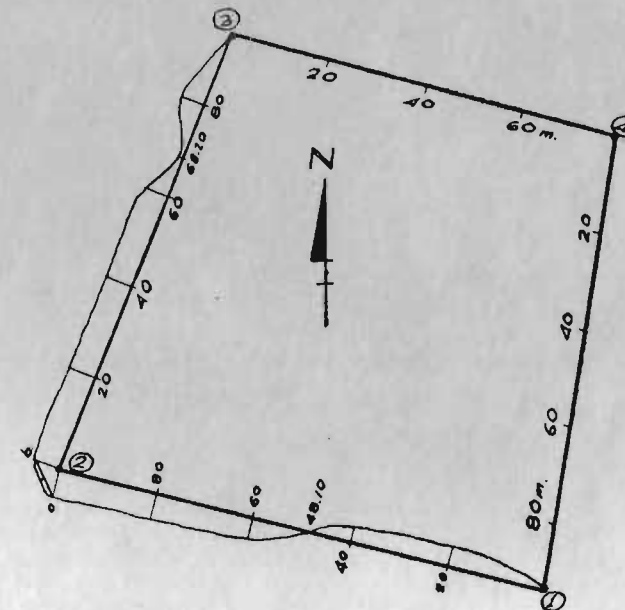


Fig. N° 67 - Detalles por izquierdas y derechas

Modelo de Cartera:

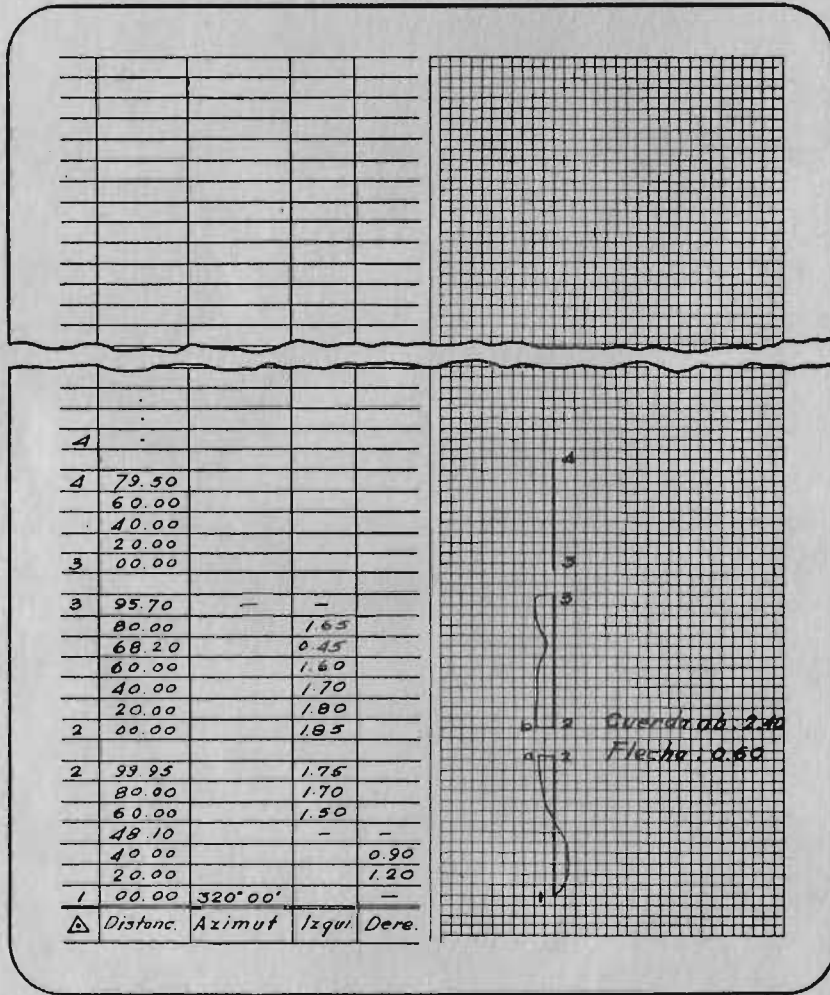


Fig. N° 67A - Modelo de cartera: detalles por izquierdas y derechas

Cálculos:

Una vez que se ha calculado y ajustado la poligonal y hallado el área dentro de ella, se encuentra el área comprendida entre la poligonal y el lindero del lote y se suma o resta según que esté fuera o dentro del polígono. Para calcular estas áreas se puede emplear la fórmula de los trapecios, o la de Simpson, (ver pág. 31) para mayor rapidez.

Hay que tener especial cuidado para que no haya omisión de algún dato indispensable para el cálculo geométrico de estas áreas; por tanto es conveniente, al mismo tiempo que se va llevando la cartera, ir comprobando que cada pedazo de terreno tenga los datos suficientes para su cálculo. Se recomienda especial cuidado en los vértices de la poligonal y en los puntos en que hay cambio de izquierdas a derechas o viceversa. También hay que tomar izquierda o derecha intermedias cuando cambie bruscamente la dirección del lindero, (ver abscisa 68.20 del tramo 2-3).

b) Detalles por Radiación:

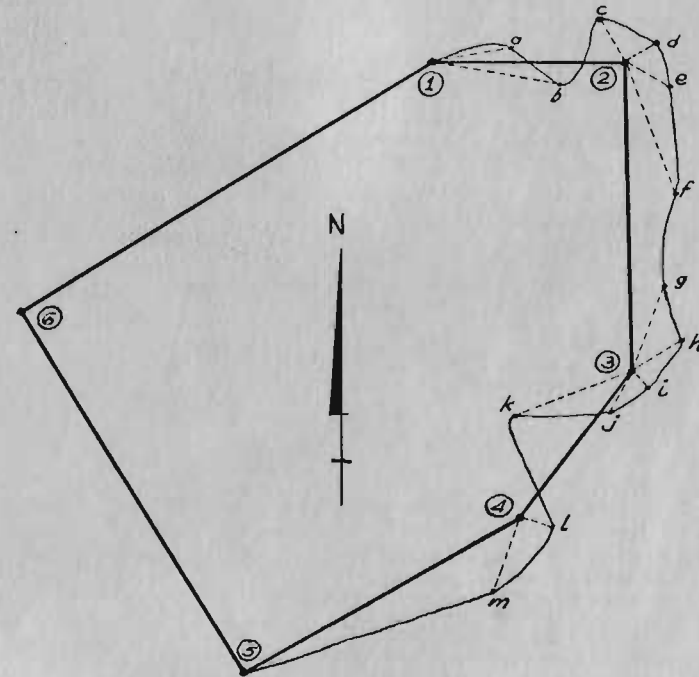


Fig. N° 68 - Detalles por radiación

Consiste en tomar desde cada estación (o vértice de la poligonal) suficientes datos del perímetro del lote y demás detalles. Estos puntos se determinan por radiación, o sea, anotando su azimuth y distancia desde la estación correspondiente.

Sea un lote como el que muestra la Fig. 68 y 1-2-3-4-5-6-1, el polígono. Los puntos que se deben determinar por radiación son a,b,c,d,e.....,m.





FORMULAS PARA EL CALCULO DEL AREA

Cálculo del Area de un Polígono en función de las Coordenadas de sus vértices

Sea, como ejemplo, calcular el área del polígono 1-2-3-4-5-, (Fig. 70) de cuyos vértices conocemos las coordenadas (Nortes y Estes). El área del polígono queda determinada por la diferencia entre las áreas A-12-3-B y A-1-5-4-3-B.

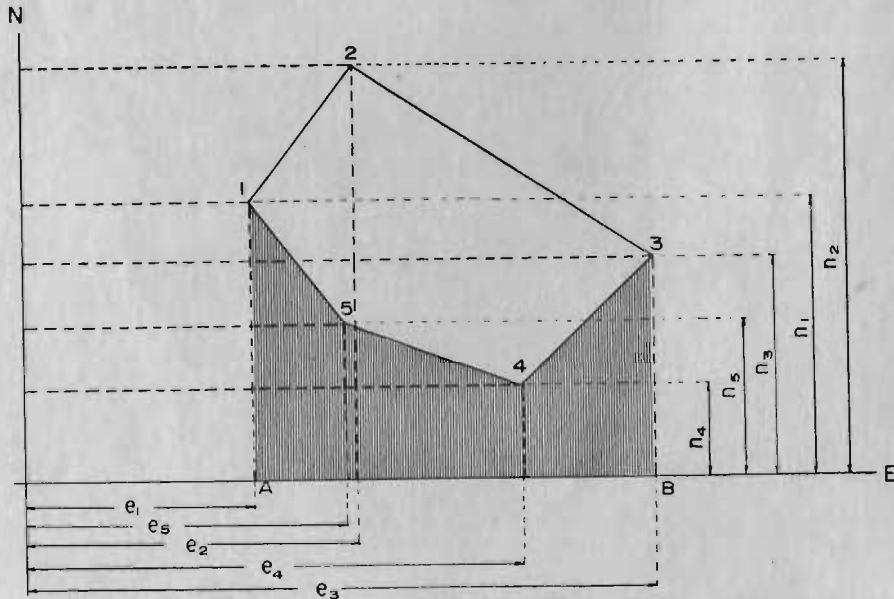


Fig. N° 70 - Cálculo del área de un polígono en función de las coordenadas de los vértices

Llamando A a esta diferencia se tiene:

$$(1) A = \left[ \frac{n_1 + n_2}{2} (e_2 - e_1) + \frac{n_2 + n_3}{2} (e_3 - e_2) \right] - \left[ \frac{n_3 + n_4}{2} (e_3 - e_4) + \frac{n_4 + n_5}{2} (e_4 - e_5) + \frac{n_5 + n_1}{2} (e_5 - e_1) \right]$$

A partir de la ecuación (1) se puede calcular el área. Para resolverla mecánicamente existen dos métodos:

Primer Método: De la ecuación (1) se obtiene:

$$2A = (n_1 e_2 + n_2 e_3 + n_3 e_4 + n_4 e_5 + n_5 e_1) - (e_1 n_2 + e_2 n_3 + e_3 n_4 + e_4 n_5 + e_5 n_1)$$

Esto se obtiene a partir del cuadro de coordenadas, (si se ordenan éstas como se ve en la Fig. 71) así: Se copian al final las coordenadas del primer punto; luego se efectúan los productos en diagonal: los productos a la derecha se toman positivos y los productos a la izquierda, negativos. La suma algebraica de estos productos da el doble del área.

Coordenadas		
⊙	N	E
1	$n_1$	$e_1$
2	$n_2$	$e_2$
3	$e_3$	$n_3$
4	$n_4$	$e_4$
5	$n_5$	$e_5$
1	$n_1$	$e_1$

Fig. N° 71 - Ordenación de las coordenadas para el 1er método

$$2A = \sum \swarrow - \sum \searrow$$

Segundo Método: Transformando la ecuación (1) se obtiene:

$$2A = n_1 (e_2 - e_5) + n_2 (e_3 - e_1) + n_3 (e_4 - e_2) + n_4 (e_5 - e_3) + n_5 (e_1 - e_4)$$

Esta misma expresión se obtiene a partir del cuadro de coordenadas si se ordenan éstas como se ve en la Fig. 72. (Se copia al principio la Este del último punto y al final la Este del primer punto). Se multiplica luego cada Norte por la diferencia entre la Este del punto inmediatamente inferior y la del inmediatamente superior. El signo de esta diferencia determina el signo de cada producto.

Coordenadas		
⊙	N	E
5		$e_5$
1	$n_1$	$e_1$
2	$n_2$	$e_2$
3	$n_3$	$e_3$
4	$n_4$	$e_4$
5	$n_5$	$e_5$
1		$e_1$

Fig. N° 72 - Ordenación de las coordenadas para el 2º método

La suma algebraica de todos estos productos da el doble del área. Se observa que por este segundo método sólo se hace la mitad del número de multiplicaciones del método anterior.

Nota: Es indispensable al aplicar estos métodos que las coordenadas aparezcan en el mismo orden en que los puntos se suceden en el terreno, no importando si se toman en sentido horario o en sentido contrario.

DETERMINACION DEL AREA DE UN POLIGONO POR EL METODO DE LAS DOBLES LONGITUDES

Preliminares:

El eje N-S desde el cual se miden las E y las W se denomina *meridiano*. Las proyecciones E y W se denominan proyecciones de *Longitud* y se toman positivas las E y negativas las W. El eje E-W desde el cual se miden las N y las S se denomina *paralelo*. Las proyecciones N y S se denominan proyecciones de *latitud*, tomándose positivas las N y negativas las S.

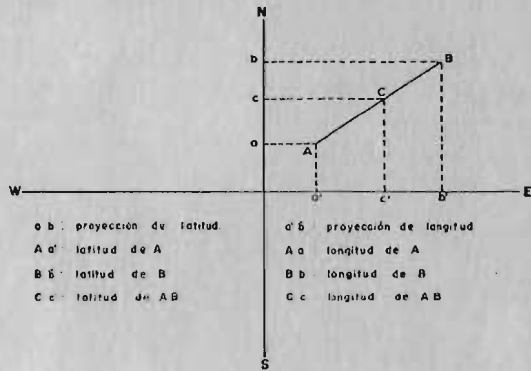


Fig. N° 73 - Proyecciones de longitud y latitud

Una recta tal como AB, (Fig. 73) tendrá como proyección de longitud la diferencia algebraica entre la longitud del punto A y la del punto B (a'b'). La proyección de latitud será la diferencia algebraica entre la latitud de A y la de B (ab).

Se llama longitud de una línea a la longitud de su punto medio. Así, para la línea AB, siendo C su punto medio se tendrá como expresión de su longitud:

$$Cc = \frac{Bb + Aa}{2}$$

de donde:

$$2 Cc = Bb + Aa \quad (1)$$

en que Bb y Aa son las longitudes de B y de A respectivamente y 2 Cc la doble longitud de la línea AB.

Determinación del Area:

Como ejemplo se determinará el área del polígono A B C D E, (Fig. 74). Se debe hacer pasar el meridiano por el punto más occidental del polígono (que en este caso es A) que será aquél que tenga la mayor W; si no hay puntos al W, no es necesario.

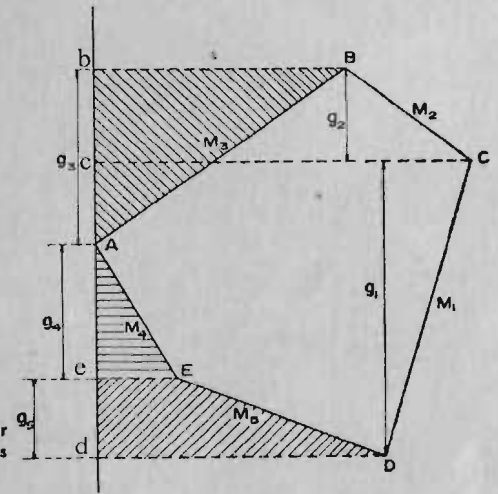


Fig. N° 74 - Determinación del área por el método de las dobles longitudes

Llamando S = superficie del polígono, de la figura 74 se tiene:

$$S = dDCc + cCBb - BbA - AeE - eEDd \quad (2)$$

pero:  $dDCc = \frac{Cc + Dd}{2} \cdot dc$ ;  $cCBb = \frac{Cc + Bb}{2} \cdot cb$ ;  $BbA = \frac{bB}{2} \cdot ba$ ;

$AeE = \frac{eE}{2} \cdot ae$ ;  $eEDd = \frac{eE + dD}{2} \cdot ed$

Llamando: M: doble longitud  
g: proyección de latitud

y de acuerdo con (1) se puede escribir:

$$dDCc = \frac{1}{2} M_1 g_1; \quad cCBb = \frac{1}{2} M_2 g_2; \quad BbA = \frac{1}{2} M_3 g_3;$$

$$AeE = \frac{1}{2} M_4 g_4; \quad eEDd = \frac{1}{2} M_5 g_5;$$

y reemplazando estas expresiones en (2) se obtiene:

$$S = \frac{1}{2} [ M_1 g_1 + M_2 g_2 - M_3 g_3 - M_4 g_4 - M_5 g_5 ]$$

pudiéndose enunciar la siguiente

*Regla:* Para determinar la superficie de un polígono se multiplica la proyección de latitud de cada lado del polígono por la "doble longitud" correspondiente. Luego se suman algebraicamente estos productos y el resultado se divide por dos. El signo de cada producto se determina partiendo de A en el sentido contrario al de las manecillas del reloj, y tomando proyecciones Norte positivas y proyecciones Sur negativas.

## TRIANGULACION TOPOGRAFICA

## Generalidades:

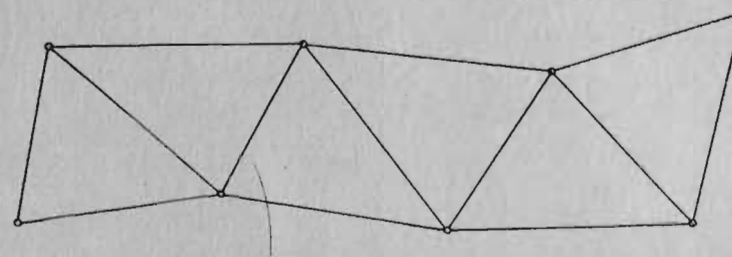
Se llama *triangulación* el método en el cual las líneas del levantamiento forman figuras triangulares, de las cuales se miden los ángulos únicamente y cuyos lados se calculan trigonométricamente a partir de uno conocido llamado *base*. El caso más simple de triangulación es aquél que se vio en el "levantamiento de un lote por intersección de visuales": de cada triángulo que se forma se conoce un lado (la base) y los dos ángulos adyacentes; trigonométricamente se calculan los demás elementos.

Una *red de triangulación* se forma cuando se tiene una serie de triángulos conectados entre sí, de los cuales se pueden calcular todos los lados si se conocen los ángulos de cada triángulo y la longitud de una línea denominada "base". No necesariamente han de ser triángulos las figuras formadas; también pueden ser cuadriláteros (con una o dos diagonales) o cualquier otra forma de polígono que permita su descomposición en triángulos, (Fig. 75).

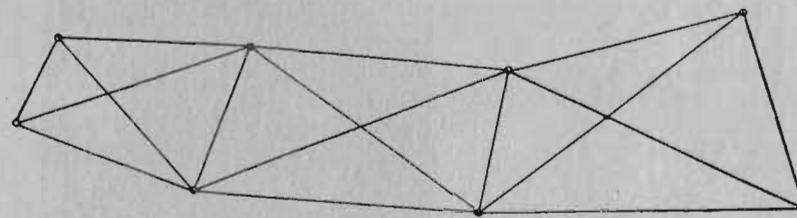
Se debe medir otra línea al final para confrontar su longitud medida directamente y la calculada a través de la triangulación, lo cual sirve de chequeo de ésta. La precisión de una triangulación depende del cuidado con que se haya medido la base y de la precisión en la lectura de los ángulos observados.

Los ángulos de cada triángulo deben sumar  $180^\circ$ ; debido a pequeños errores inevitables, esto no se logra exactamente y, así, se presenta un pequeño error en cada triángulo (cierre en ángulo). De acuerdo con el grado de precisión deseada este error tiene un valor máximo tolerable. También se puede encontrar el error de cierre en lado (cierre de la base), o sea, la diferencia que se encuentra entre la base calculada, una vez ajustados los ángulos, y la base medida, expresada unitariamente.

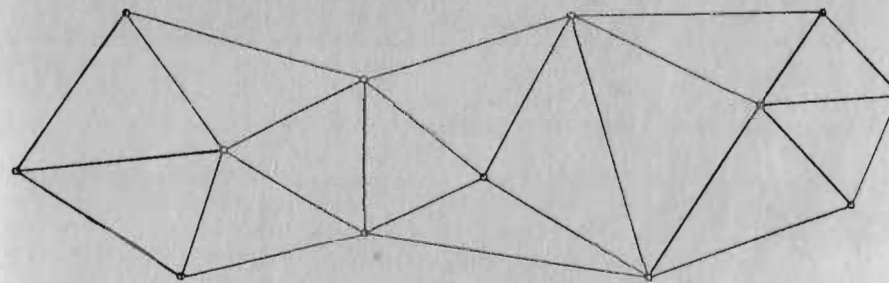
De acuerdo con la magnitud del error promedio en ángulo y en lado, se clasifican las triangulaciones en: triangulaciones de 1o., 2o., 3o. y 4o. orden, de acuerdo con las siguientes especificaciones:



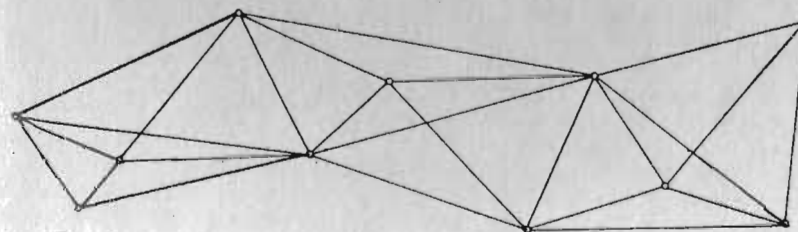
a) Red formada por seis triángulos independientes.



b) Red formada por cuatro cuadriláteros.



c) Red formada por tres figuras de punto central



d) Red formada por tres figuras de punto central con una diagonal extra.



ERRORES MAXIMOS PERMITIDOS SEGUN EL  
ORDEN DE LA TRIANGULACION

Clase de Error	ORDEN DE LA TRIANGULACION			
	1o.	2o.	3o.	4o.
1) Error probable* en la medición de la base	1:1'000.000	1:500.000	1:200.000	1:20.000
2) Máximo error de cierre en ángulo (en c. triángulo).	3"	5"	10"	30"
3) Cierre promedio en ángulo	1"	3"	6"	15"
4) Cierre de la base (cierre en lado) calculada después del ajuste angular.	1:25.000	1:10.000	1:5.000	1:3.000

\* Error probable de la media. (Ver página 22).

Las triangulaciones de 1o., 2o. y 3er. orden son empleadas en Geodesia. Tanto la técnica para llevarlas a cabo como el método de cálculo y ajuste están fuera del alcance de este curso. Al topógrafo, y en general al ingeniero, sólo interesa la *triangulación de 4o. orden*, pues ésta proporciona la precisión suficiente para los trabajos ordinarios de Ingeniería. Así, pues, todo lo que a continuación se expresa trata de esta clase de triangulaciones.

Trabajo de Campo para una Triangulación Topográfica:

Lo primero que se debe hacer es un reconocimiento del terreno para planear la triangulación, o sea, estudiar la posición más conveniente de las estaciones de acuerdo con la topografía misma del terreno y con las condiciones de visibilidad y facilidad de acceso. Luego se establecen las estaciones, lo cual se llama "materializarlas"; para esto se emplean mojones o estacas. Además, las estaciones deben hacerse visibles mutuamente; para tal fin se establecen señales que pueden ser, como lo muestra la Fig. 76, un trípode, con su vértice verticalmente sobre la estación, o un poste (pintado de color que lo haga más visible), que se coloca al lado de la estación y que se remueve mientras se están observando ángulos desde ella. Estas señales son indispensables, pues es imposible, dado que las distancias son muy grandes, (de 0.5 a 2.0 Kms. en promedio), alcanzar a ver piquetes o jalones colocados en otra estación. Igualmente, es necesario a veces construir "torres de observación" para lograr salvar obstáculos de visibilidad en algunas estaciones. En la parte superior de la torre se construye una plataforma de observación en la cual se sitúa el aparato para hacer las lecturas de los ángulos. Cuando se toma como estación la torre de una iglesia o la parte sobresaliente de un edificio, las observaciones desde esta estación no se pueden tomar, generalmente, situando el aparato exactamente sobre la estación. En estos casos se ocupa otro punto cercano conveniente (o se construye una torre de observación) y las observaciones desde allí hechas hay que corregirlas por "excentricidad".

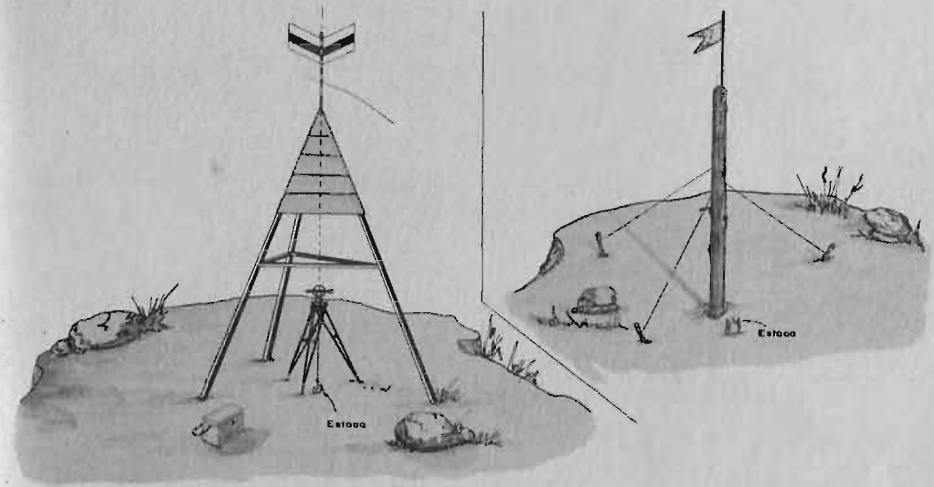


Fig. N° 76 - Materialización de las estaciones de triangulación

Se procede luego a la medición de la base. En esta clase de triangulaciones se emplean los métodos de precisión vistos en medición de una línea. Se debe patronar la cinta que se va a emplear en la medición; en el Instituto Geográfico se puede solicitar este patronamiento y así, una vez conocida la verdadera longitud de la cinta, se puede hacer la corrección del caso. La base se toma sobre un terreno que presente condiciones favorables para efectuar la medición; se debe medir varias veces para así conocer la precisión con que se hizo. Si se hacen varias mediciones y se calcula el error probable (ver pág. 22), éste no debe ser menor de 1:20.000. Es, entonces, requisito fundamental trabajar con un grupo de cadeneros lo suficiente expertos como para garantizar que se alcanzará esta precisión en la medición. En general, como los lados de la triangulación oscilan entre 200 y 2.000 mts., la base no debe ser menor de 300 mts. Si se ha medido otra base en el extremo de la triangulación, no se debe encontrar una discrepancia, entre el valor calculado y el valor medido, superior de 1:3.000. Usualmente se mide la base de partida y la base de confrontación al otro extremo de la red. También se emplea una base central y dos bases de confrontación en los dos extremos. Debe anotarse que a mayor longitud de la base se obtendrán resultados más exactos en el cálculo de las longitudes de los lados de la red.

Luego viene la medición de los ángulos. El tránsito se coloca en cada vértice y, por uno de los métodos de precisión ya vistos (según el aparato que se esté usando), se van midiendo todos los ángulos. Para cada ángulo la mitad de las lecturas se toma con el anteojo en posición directa y la otra mitad con el anteojo en posición inversa para evitar cualquier error ocasionado por ligeras descorrecciones del aparato. Se admite un error promedio en el cierre de los triángulos de 15".

Ajuste y Cálculo:

Si la triangulación es una cadena de triángulos, el ajuste se hace teniendo en cuenta dos condiciones: 1o., que la suma de los ángulos alrededor de cada estación sea 360° y 2o., que la suma de los ángulos en cada triángulo sea 180°. En este tipo de triangulaciones es suficiente hacer el ajuste así:

a) Se suman los ángulos alrededor de cada estación. La diferencia a 360° se divide en partes iguales de acuerdo con el número de ángulos alrededor de cada estación y esta corrección se suma o resta según que la suma haya resultado menor o mayor que 360°.

b) A partir de los valores encontrados en (a) se suman los ángulos de cada triángulo; la diferencia a 180° en cada triángulo se divide en tres partes iguales y esta corrección se suma o resta a cada ángulo del triángulo según que la suma haya sido menor o mayor que 180°.

Con los valores de los ángulos así ajustados se procede a calcular los lados de los triángulos; estos cálculos se hacen trigonométricamente, basándose en la relación de los senos; cada lado calculado sirve de base para el cálculo en el triángulo siguiente; así se continúa hasta conocer todos los lados de la triangulación.

Si en la triangulación se ha formado un cuadrilátero, éste se debe ajustar teniendo en cuenta:

1. Alrededor de cada estación los ángulos deben sumar 360°
2. Los ángulos interiores del cuadrilátero deben sumar:  $180^\circ \times (n-2) = 360^\circ$ .
3. Un lado calculado por uno u otro camino debe tener igual valor.

En efecto, si consideramos el cuadrilátero A-B-C-D, (Fig. 77) en el cual se conoce el lado AB, existen 4 rutas diferentes para calcular el lado opuesto CD; estas rutas son:

- |                                       |                                       |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| a) $AB \rightarrow BC \rightarrow CD$ | b) $AB \rightarrow BD \rightarrow CD$ |
| c) $AB \rightarrow CA \rightarrow CD$ | d) $AB \rightarrow AD \rightarrow CD$ |

El ajuste se hace así: 1o.) Se ajustan los ángulos alrededor de cada estación, como se vio anteriormente; 2o.) Se hace cumplir la 2a. condición por medio de la ecuación:

$$\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} + \hat{4} + \hat{5} + \hat{6} + \hat{7} + \hat{8} = 360^\circ \quad (1)$$

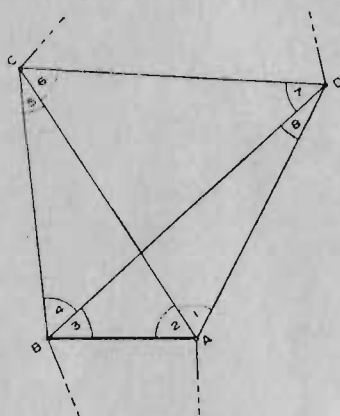


Fig. N° 77 - Ángulos en un cuadrilátero

Si la suma de los ángulos no da 360° exactamente, se divide el error por 8 y esta cantidad resultante se suma o resta a cada ángulo según que la suma haya resultado menor o mayor de 360°. 3o.) Con estos valores ya corregidos se hacen cumplir las condiciones geométricas:

$$\hat{3} + \hat{2} - (\hat{6} + \hat{7}) = 0 \quad (2)$$

$$\hat{4} + \hat{5} - (\hat{1} + \hat{8}) = 0 \quad (3)$$

Al hacer cumplir las ecuaciones (2) y (3) no se rompe la condición de la ecuación (1), pues a una pareja de ángulos se le suma la corrección y a otra pareja se le resta. 4o.) Finalmente, hacemos el ajuste para que el valor de CD sea el mismo, indistintamente de la ruta escogida. Para plantear la ecuación correspondiente se toman las dos rutas más convenientes:

$$AB \rightarrow BC \rightarrow CD \quad \text{y} \quad AB \rightarrow AD \rightarrow CD.$$

Por la 1a. ruta se tiene: (Fig. 78).

$$\frac{AB}{BC} = \frac{\text{Sen } \hat{5}}{\text{Sen } \hat{2}} \therefore BC = AB \frac{\text{Sen } \hat{2}}{\text{Sen } \hat{5}}$$

$$\frac{BC}{CD} = \frac{\text{Sen } \hat{7}}{\text{Sen } \hat{4}} \therefore CD = BC \frac{\text{Sen } \hat{4}}{\text{Sen } \hat{7}}$$

$$CD = AB \frac{\text{Sen } \hat{2} \text{ Sen } \hat{4}}{\text{Sen } \hat{5} \text{ Sen } \hat{7}}$$

Por la 2a. ruta se tiene:

$$\frac{AB}{AD} = \frac{\text{Sen } \hat{8}}{\text{Sen } \hat{3}} \therefore AD = AB \frac{\text{Sen } \hat{3}}{\text{Sen } \hat{8}}$$

$$\frac{AD}{CD} = \frac{\text{Sen } \hat{6}}{\text{Sen } \hat{1}} \therefore CD = AD \frac{\text{Sen } \hat{1}}{\text{Sen } \hat{6}} = AB \frac{\text{Sen } \hat{1} \text{ Sen } \hat{3}}{\text{Sen } \hat{6} \text{ Sen } \hat{8}}$$

Igualando estos dos valores de CD, se tiene:

$$\frac{\text{Sen } \hat{1} \text{ Sen } \hat{3}}{\text{Sen } \hat{6} \text{ Sen } \hat{8}} = \frac{\text{Sen } \hat{2} \text{ Sen } \hat{4}}{\text{Sen } \hat{5} \text{ Sen } \hat{7}}$$

$$\therefore \text{Sen } \hat{1} \text{ Sen } \hat{3} \text{ Sen } \hat{5} \text{ Sen } \hat{7} = \text{Sen } \hat{2} \text{ Sen } \hat{4} \text{ Sen } \hat{6} \text{ Sen } \hat{8}.$$

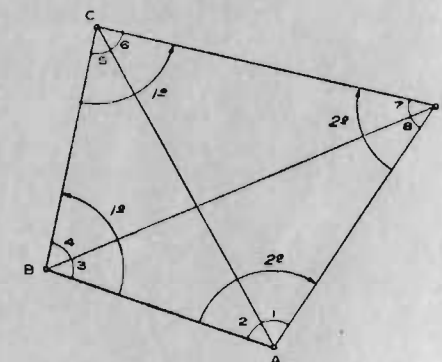


Fig. N° 78 - Rutas para el cálculo del lado opuesto

Al tomar logaritmos encontramos la "ecuación de lado":

$$\log \widehat{\text{sen}} 1 + \log \widehat{\text{sen}} 3 + \log \widehat{\text{sen}} 5 + \log \widehat{\text{sen}} 7 = \log \widehat{\text{sen}} 2 + \log \widehat{\text{sen}} 4 + \log \widehat{\text{sen}} 6 + \log \widehat{\text{sen}} 8.$$

El error (E) que presente esta ecuación se distribuye en tal forma que a todos los ángulos del cuadrilátero les corresponda una corrección igual (para cuatro de ellos positiva y para los otros cuatro negativa, según el miembro de la ecuación que se considere). Para encontrar esta corrección promedio (en segundos) se divide el *error promedio* en log sen (o sea  $E \div 8$ ) por el *promedio* de diferencias tabulares para 1" de todos log sen. Esta corrección se aplica a cada ángulo.

Con este método aproximado de distribuir el error de la "ecuación de lado" no se rompen las condiciones impuestas en las ecuaciones (1), (2) y (3), pues alternativamente se suma y resta la corrección a todos los ángulos del cuadrilátero.

*Ajuste de una Triangulación Topográfica entre dos bases medidas*

Si se ha medido otra base al final de la triangulación (que es lo más aconsejable) se puede establecer otra condición para el ajuste: "la longitud de cualquier lado debe ser la misma si se calcula a partir de la base inicial o de la final". En triangulación topográfica es suficiente el método que a continuación se expone para ajustar esta condición. Se escoge una línea ("base media") más o menos en la mitad de la triangulación, es decir, equidistante de las dos bases medidas, y se calcula su longitud a partir de uno y otro extremo de la triangulación, utilizando los valores de los ángulos ya ajustados como se acabó de ver. Se toma un promedio de estos dos valores calculados independientemente y se supone este promedio como el valor verdadero de la "base media" (con lo cual se admite que las dos mitades de la triangulación están hechas con igual precisión). A partir de este valor verdadero de la base media, se ajustan las dos mitades de la triangulación por uno de los dos métodos siguientes:

1o. Si se considera que los ángulos están medidos relativamente con mayor precisión que las bases, entonces se corrigen únicamente los lados de la triangulación y se dejan invariables los ángulos. Cada lado se corrige proporcionalmente a su longitud comparada con la de la base media.

2o. Si se considera una mayor precisión en la medición de las bases que en la de los ángulos, entonces la corrección a cada lado se hace no solamente proporcional a su longitud sino también proporcional a su distancia desde la base medida, decreciendo la corrección desde la corrección total para la base media hasta cero para la base medida. Este procedimiento cambia ligeramente el valor de los ángulos, siendo necesario calcularlos de nuevo para utilizarlos en cálculos posteriores.

-1-

## EJEMPLO DE AJUSTE DE UNA RED

FIG. 79

Longitud de la base : 578,792 mts.  
Longitud de la base de Comprobación : 276,091 mts.

1) AJUSTE ANGULAR

a) Triángulo : 1

	Ángulos leídos	Corr	Ángul Correg	log. sen.
$\hat{a}$	87° 35' 43"	+06"	87° 35' 49"	9.9996179
$\hat{b}$	42° 25' 35"	+06"	42° 25' 41"	9.8280875
$\hat{c}$	49° 58' 24"	+06"	49° 58' 30"	9.8840949
$\Sigma$	179° 59' 42"	+18"	180° 00' 00"	

b) Cuadrilátero. 1°)

1	—	35°	47'	25	
2	—	49	00	08	
3	—	54	52	18	
4	—	38	20	32	
5	—	37	47	12	
6	—	50	42	38	
7	—	53	09	40	
8	—	40	20	17	
$\Sigma$	=	360	00	10	
		-	360	00	00

Error de cierre : + 10"

FIG. 80



-2-

CORRECCION PARA CADA ANGULO : -1".25

2°)  $\hat{3} \text{ --- } 54^{\circ} 52' 18''$        $\hat{6} \text{ --- } 50^{\circ} 42' 38''$   
 $\hat{2} \text{ --- } 49^{\circ} 00' 08''$        $\hat{7} \text{ --- } 53^{\circ} 09' 40''$   
103° 52' 26"                      103 52 18

Error de cierre : 08"

Corrección:

para ángulos  $\hat{2}$  y  $\hat{3}$  ..... -02"  
 --- " ---  $\hat{6}$  y  $\hat{7}$  ..... +02"

3°)  $\hat{4} \text{ --- } 38^{\circ} 20' 32''$        $\hat{1} \text{ --- } 35^{\circ} 47' 25''$   
 $\hat{5} \text{ --- } 37^{\circ} 47' 12''$        $\hat{8} \text{ --- } 40^{\circ} 20' 17''$   
76° 07' 44"                      76° 07' 42"

Error de cierre : 02"

Corrección:

para ángulos  $\hat{4}$  y  $\hat{5}$  ..... -0.5"  
 --- " ---  $\hat{1}$  y  $\hat{8}$  ..... +0.5"

4°)

ECUACION DE LADO

		dí			dí
log sen $\hat{1}$	9.7670222	29	log sen $\hat{2}$	9.8777945	18
log sen $\hat{3}$	9.9126818	14	log sen $\hat{4}$	9.7926418	27
log sen $\hat{5}$	9.7872643	27	log sen $\hat{6}$	9.8887168	17
log sen $\hat{7}$	9.9032662	15	log sen $\hat{8}$	9.8111031	24
SUMAS :	39.3702345	85	SUMAS :	39.3702585	86

Error : 39.3702565 - 39.3702345 = 0.0000220

Error promedio : 0.0000220 ÷ 8 = 0.00000275

Promedio dí : (85+86) ÷ 8 = 171 ÷ 8 = 21.375

Corrección para cada ángulo  $\frac{27500}{21375} = \pm 1".285$

-3-

CUADRO RESUMEN DE AJUSTE DEL CUADRILATERO

Ang	Angulo	dí	CORRECCIONES			Angulo Ajustado	Ang
			1º	2º y 3º	4º		
1	35° 47' 25"	29	-1".25	+0.5	+1.28	35° 47' 25".53	1
	9.7670222				9.7670238		
2	49° 00' 08"	18	-1".25	-2".0	-1".28	49° 00' 03".47	2
	9.8777945				9.8777862		
3	54° 52' 16"	14	-1".25	-2".0	+1.28	54° 52' 16".03	3
	9.9126818				9.9126788		
4	38° 20' 32"	27	-1".25	-0.5	-1.28	38° 20' 28".97	4
	9.7926418				9.7926125		
5	37° 47' 12"	27	-1".25	-0.5	+1.28	37° 47' 11".53	5
	9.7872643				9.7872630		
6	50° 42' 38"	17	-1".25	+2".0	-1.28	50° 42' 37".47	6
	9.8887168				9.8887158		
7	53° 09' 40"	15	-1".25	+2".0	+1.28	53° 09' 42".03	7
	9.9032662				9.9032693		
8	40° 20' 17"	24	-1".25	+0.5	-1.25	40° 20' 14".97	8
	9.8111031				9.8110980		

c) Triángulo : 2

	Angulos leídos	Corr	Ang Correg.	log sen.
$\hat{e}$	22° 18' 28"	+04"	22° 18' 32"	9.5793259
$\hat{f}$	97° 28' 45"	+04"	97° 28' 49"	9.9962882
$\hat{d}$	60° 12' 35"	+04"	60° 12' 39"	9.9384494
$\Sigma$	179° 59' 48"	+12"	180° 00' 00"	

## II) CALCULO DE LOS LADOS

Triángulo	Lado Conocido	Lados Calculados
ABC	AB	BC
BCD	BC	CD y BD
CED	CD	ED
BDE	BD	ED
DEF	ED	DF

Como ya tenemos los ángulos ajustados y los correspondientes  $\log. \text{sen.}$ , podemos calcular todos los lados desconocidos basándonos en la relación de senos:

lado desconocido = lado conocido  $\times \frac{\text{sen. áng. opuesto al lado desconocido}}{\text{sen. áng. opuesto al lado conocido}}$   
o igualmente:

$\log. \text{lado desconocido} = \log. \text{lado conocido} + \log. \text{sen. áng. opuesto lado desconocido} - \log. \text{sen. ángulo opuesto al lado conocido.}$

### CUADRO DE CALCULOS

Base medida: 578,792 m

$\hat{1} + \hat{2} : 84^{\circ} 47' 29'' 00$   
 $\hat{5} + \hat{6} : 88^{\circ} 29' 49'' 00$

Cantidad (x)	log (x)	Cantidad (x)	log (x)
AB	+ 2.7625225	CB	+ 2.8780455
Sen $\hat{a}$	+ 9.9996179	sen $\hat{3}$	+ 9.9126788
Sen $\hat{e}$	- 9.8840949	sen $\hat{6}$	- 9.8110980
CB	2.8780455	BD	2.9796263
CB	+ 2.8780455	BD	+ 2.9796263
sen( $\hat{1} + \hat{2}$ )	+ 9.9982030	sen $\hat{1}$	+ 9.7670238
sen $\hat{6}$	- 9.8110980	sen $\hat{e}$	- 9.8887158
CD	3.0651505	ED	2.8579343
CD	+ 3.0651505	ED	+ 2.8579343
sen $\hat{4}$	+ 9.7926337	sen $\hat{e}$	+ 9.5793259
sen( $\hat{5} + \hat{6}$ )	- 9.9998505	sen $\hat{f}$	- 9.9962882
ED	2.8579337	DF	2.4409720
Antilog. DF : 276,040 mts (base comprobación)			
Error de cierre = 276.091 - 276.040 = .051 (1:5520)			

### Aplicaciones:

La triangulación se emplea en combinación con las poligonales para determinar puntos o detalles de un levantamiento. La triangulación resulta más económica cuando se trata de medición de grandes distancias; cuando las distancias son cortas, el costo de la construcción de las estaciones, torres de observación, etc., hace preferible el empleo de poligonales. Por otra parte, el empleo de instrumentos de precisión en las triangulaciones no aumenta considerablemente el costo. Se recomienda el empleo de una triangulación topográfica cuando se trate del levantamiento de una zona relativamente grande o que presente inconvenientes para el trazado de una poligonal, ya sea por vegetación abundante o por cursos de agua, como en el caso del levantamiento de la hoya de un río, de una zona costanera, etc. Los detalles del levantamiento se toman por radiación desde las estaciones de la triangulación o trazando poligonales adicionales a partir de ellas.

### Solución Trigonométrica al Problema de los Tres Puntos:

La solución de este típico problema de resección es muy interesante, pues frecuentemente es necesario determinar un punto, conocidos otros tres visibles desde él, sin necesidad de tomar distancias o de volver a ocupar alguno de los ya conocidos; es tan solo necesario leer los ángulos entre esos tres puntos desde el punto desconocido.

Sean A, B y C los tres puntos conocidos y P el punto desconocido, (Fig. 81), desde el cual se han medido los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$ .

Es necesario determinar los elementos de los triángulos (1) y (2), de los cuales se conocen un ángulo  $\left\{ \begin{matrix} \alpha \\ \beta \end{matrix} \right\}$  y un lado  $\left\{ \begin{matrix} b \\ c \end{matrix} \right\}$ ; además, se conocen los ángulos  $\varphi$  y  $\theta$ . Se deben determinar los ángulos  $x$  e  $y$ ; conocidos éstos, se pueden calcular los lados CP, AP y BP por relación de senos.

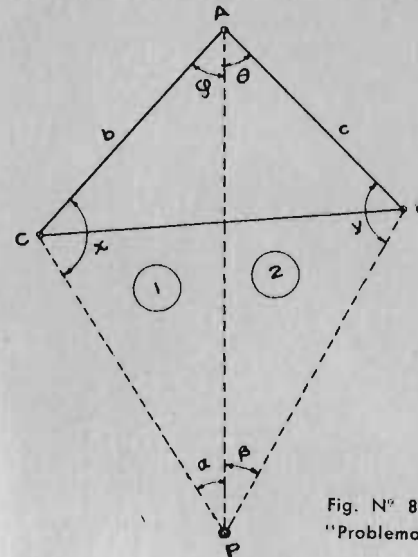


Fig. N° 81 - Solución al "Problema de los tres puntos"

Llamando:  $S = \frac{x + y}{2}$  y  $\Delta = \frac{x - y}{2}$  se pueden calcular  $x$  e  $y$  si se conocen  $S$  y  $\Delta$

a) Determinación de  $S$ . De la figura 81 se obtiene:

$$x + y + (\varphi + \theta) + \alpha + \beta = 360^{\circ} \therefore S = \frac{x + y}{2} = 180 - \frac{(\varphi + \theta) + \alpha + \beta}{2}$$

b) Determinación de  $\Delta$ . Por la relación de los senos en el triángulo(1):

$$\frac{AP}{\text{sen } y} = \frac{c}{\text{sen } \beta} \therefore AP = \frac{c \text{ sen } y}{\text{sen } \beta}$$

Por la relación de los senos, en el triángulo (2):

$$\frac{AP}{\text{sen } x} = \frac{b}{\text{sen } \alpha} \therefore AP = \frac{b \text{ sen } x}{\text{sen } \alpha}$$

luego:

$$\frac{c \text{ sen } y}{\text{sen } \beta} = \frac{b \text{ sen } x}{\text{sen } \alpha}$$

de donde:

$$\frac{c \text{ sen } \alpha}{b \text{ sen } \beta} = \frac{\text{sen } x}{\text{sen } y}$$

Tomando un ángulo auxiliar  $\gamma$  tal que:  $\text{tg } \gamma = \frac{\text{sen } y}{\text{sen } x}$

Se tiene:

$$\frac{c \text{ sen } \alpha}{b \text{ sen } \beta} = \frac{\text{sen } x}{\text{sen } y} = \frac{1}{\text{tg } \gamma} \quad (3)$$

Como el primer miembro es conocido, se puede despejar a  $\gamma$ .

De la ecuación (3).

$$\frac{\text{sen } x - \text{sen } y}{\text{sen } x + \text{sen } y} = \frac{1 - \text{tg } \gamma}{1 + \text{tg } \gamma}$$

y como:

$$\text{sen } x - \text{sen } y = 2 \text{ sen } \frac{x - y}{2} \text{ cos } \frac{x + y}{2}$$

$$\text{sen } x + \text{sen } y = 2 \text{ sen } \frac{x + y}{2} \text{ cos } \frac{x - y}{2}$$

$$\text{tg } (\gamma + 45^\circ) = \frac{\text{tg } 45^\circ + \text{tg } \gamma}{1 - \text{tg } 45^\circ \text{ tg } \gamma} = \frac{1 + \text{tg } \gamma}{1 - \text{tg } \gamma}$$

luego:

$$\frac{2 \text{ sen } \frac{x - y}{2} \text{ cos } \frac{x + y}{2}}{2 \text{ sen } \frac{x + y}{2} \text{ cos } \frac{x - y}{2}} = \text{ctg } (\gamma + 45^\circ)$$

$$\text{tg } \frac{x - y}{2} = \text{tg } \frac{x + y}{2} \text{ ctg } (\gamma + 45^\circ)$$

o sea:

$$\text{tg } \Delta = \frac{\text{tg } S}{\text{tg } (\gamma + 45^\circ)} \quad (4)$$

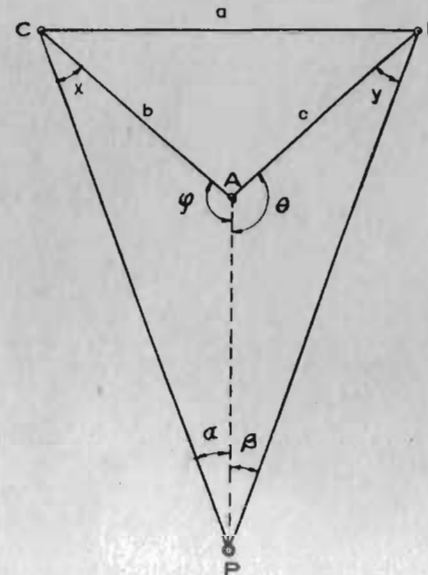
de donde se obtiene  $\Delta$ , pudiéndose ya calcular  $x$  e  $y$ .

$$\text{Si } \text{tg } \Delta \text{ es } (+) \quad \begin{cases} x + y = 2S \therefore x = S + \Delta \\ x - y = 2\Delta \therefore y = S - \Delta \end{cases}$$

$$\text{Si } \text{tg } \Delta \text{ es } (-) \quad \begin{cases} x + y = 2S \therefore x = S - \Delta \\ x - y = 2\Delta \therefore y = S + \Delta \end{cases}$$

El problema es indeterminado para:  $\alpha + \beta + (\varphi + \theta) = 180^\circ$ , pues estarían A, B, C y P sobre un círculo y cualquier punto de él satisface la ecuación.

Si  $\alpha + \beta + (\varphi + \theta)$  es próximo a  $180^\circ$  el problema es poco preciso.



Cuando el punto P está como se ve en la Fig. 82, entonces:

$$A + \varphi + \theta = 360^\circ$$

$$\varphi = 180^\circ - (\alpha + x)$$

$$\theta = 180^\circ - (\beta + y)$$

$$\therefore A - \alpha - \beta = x + y$$

$$\therefore S = \frac{x + y}{2} = \frac{A - (\alpha + \beta)}{2}$$

Lo demás sigue igual.

Ejemplo:

Según la Fig. 83, se conocen los siguientes datos:

$$b = 1,428.46 \text{ mts.}$$

$$c = 848.40 \text{ mts.}$$

$$\hat{\alpha} + \hat{\theta} = 205^\circ 26' 19''$$

Fig. N° 82 - Caso particular del "problema de los tres puntos"



Azimut de A  $\rightarrow$  B =  $75^{\circ} 30' 30''$

Coordenadas de A:

$$N = 21.565.73 \text{ mts.}$$

$$E = 12.345.45 \text{ mts.}$$

Se miden en el terreno los ángulos:

$$\alpha = 44^{\circ} 53' 05''$$

$$\beta = 20^{\circ} 41' 10''$$

Se pide, calcular las coordenadas del punto P, en función de los datos conocidos y de los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  medidos en el terreno.

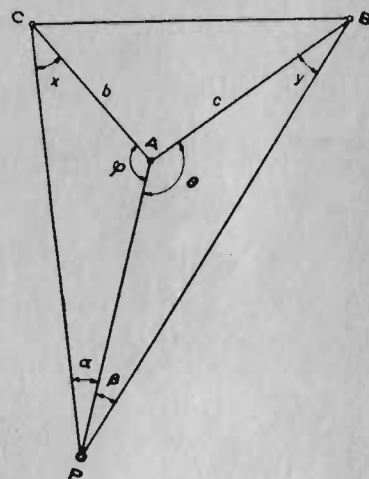


Fig. N° 83 - Ejemplo de aplicación:  
"Problema de los tres puntos"

1o. Cálculo de S:

$$A = 360^{\circ} - 205^{\circ} 26' 19'' = 154^{\circ} 33' 41''$$

$$S = \frac{154^{\circ} 33' 41'' - (44^{\circ} 53' 05'' + 20^{\circ} 41' 10'')}{2} = 44^{\circ} 29' 43''$$

$$\text{tg } S = 0.98253527$$

2o. Cálculo de  $\Delta$ :

$$\text{tg } \gamma = \frac{b \text{ sen } \beta}{c \text{ sen } \alpha} = \frac{1.428.46 \times 0.35324808}{848.40 \times 0.70568267} = 0.84282638$$

$$\text{tg } (\gamma + 45^{\circ}) = \frac{1 + 0.84282638}{1 - 0.84282638} = 11.72478167$$

$$\text{tg } \Delta = \frac{0.98253527}{11.72478167} = 0.08379988$$

$$\therefore \Delta = 4^{\circ} 47' 24''$$

3o. Cálculo de  $x$  e  $y$ :

$$x = 44^{\circ} 29' 43'' + 4^{\circ} 47' 24'' = 49^{\circ} 17' 07''$$

$$y = 44^{\circ} 29' 43'' - 4^{\circ} 47' 24'' = 39^{\circ} 42' 19''$$

De donde:

$$\varphi = 180^{\circ} - (49^{\circ} 17' 07'' + 44^{\circ} 53' 05'') = 85^{\circ} 49' 48''$$

$$\theta = 180^{\circ} - (39^{\circ} 42' 19'' + 20^{\circ} 41' 10'') = 119^{\circ} 36' 31''$$

$$\text{Comprobación: } \varphi + \theta = 205^{\circ} 26' 19''$$

4o. Cálculo de las coordenadas de P:

$$\text{Azimut de A } \rightarrow \text{ P} = 75^{\circ} 30' 30'' + 119^{\circ} 36' 31'' = 195^{\circ} 07' 01''$$

$$\text{Distancia } \overline{AP} = 848.40 \frac{0.63883869}{0.35324808} = 1.534,306 \text{ mts.}$$

$$\text{Rumbo de AP} = \text{S } 15^{\circ} 07' 01'' \text{ W}$$

$$\text{Proyección Sur} = 1.534,306 \times 0.96539555 = 1.481.21 \text{ mts.}$$

$$\text{Proyección Oeste} = 1.534,306 \times 0.26079002 = 400.13 \text{ mts.}$$

$$\text{Coordenadas de P: } N = 21.565.73 - 1.481.21 = 20.084.52 \text{ mts.}$$

$$E = 12.345.45 - 400.13 = 11.945.32 \text{ mts.}$$

GENERALIDADES SOBRE  
OTRAS CLASES DE LEVANTAMIENTOS

Levantamiento de Edificaciones:

Este tipo de levantamiento es de gran utilidad para conocer o reconstruir planos de edificaciones existentes, con el fin de proyectar ampliaciones, localizar maquinarias, calcular asentamientos en placas, conocer dimensiones de las estructuras y muchos otros objetivos.

El procedimiento a seguir se puede resumir en los siguientes puntos:

1. *Construir una base:* por medio de dos mojones de concreto y placas metálicas se determina una base, escogiendo la más adecuada localización dentro del terreno aledaño. De esta base se debe conocer: a) su longitud; b) su orientación con respecto a la N-S verdadera, o magnética, según sea necesario; c) coordenadas y cotas.
2. *Hacer un plan de trabajo* consistente en: a) elaborar esquemas a mano alzada tanto de las plantas como de los cortes necesarios del edificio o edificios por levantar, haciendo resaltar los elementos estructurales, (ver Fig. 84); b) sobre dichos esquemas escoger los puntos a localizar; c) adoptar una nomenclatura conveniente, por ejemplo: para cada planta asignar una letra mayúscula que la identifique, que será la misma para los puntos de la poligonal con un subíndice numérico; para los puntos diversos a localizar en cada planta, se adoptará la misma letra, en minúscula, con un subíndice numérico que llegará a tener igual valor que el número total de puntos localizados en cada planta.
3. *Sobre los esquemas,* se dispone la localización de las estaciones de modo que sea el menor número posible y que desde cada una de ellas se pueda localizar el máximo de puntos.
4. *Se deben medir* todas las dimensiones posibles, que puedan servir luego de comprobación, entre puntos que se vayan a localizar por radiaciones, lo mismo que el espesor de los muros y elementos estructurales fácilmente visibles.

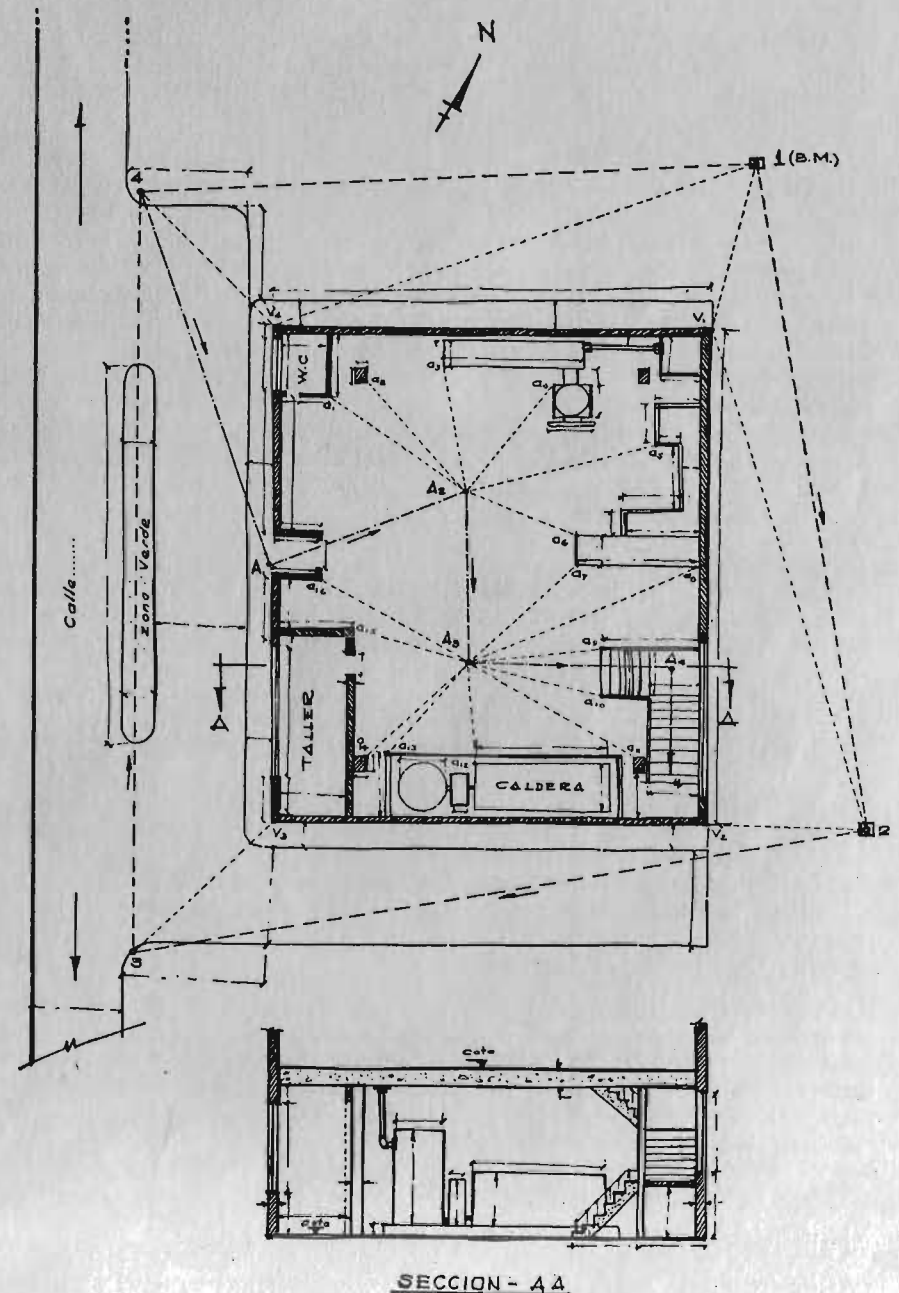


Fig. N° 84 - Esquema preliminar (a mano alzada) a un levantamiento de una edificación

5. *Equipo empleado:* a) tránsito de precisión debidamente corregido y que lea por lo menos  $10''$ ; b) cinta metálica patronada; c) dinamómetro; d) termómetro; e) plomada y demás elementos accesorios; f) tachuelas de acero para determinar las estaciones; g) nivel de precisión, con burbuja de coincidencia; h) mira metálica patronada e i) nivel circular para mira.
6. *Procedimiento:* a) si se trata de edificios separados entre sí, o de un bloque de edificaciones, se hace una poligonal que lo rodee con el fin de tener la localización general de la planta de las edificaciones a levantar, lo mismo que de los puntos exteriores importantes del conjunto; b) el levantamiento de la poligonal o poligonales necesarias se hace referido a las placas antes mencionadas, determinando así las coordenadas de todas las estaciones. Debe tenerse especial cuidado tanto en las mediciones de las distancias como en las de los ángulos, haciendo siempre comprobaciones y tomando varias lecturas de cada elemento a medir. Es necesario, además, cerrar independientemente las poligonales parciales en cada planta; c) puesto que tanto los ángulos como las distancias medidas son horizontales, para efecto de cerrar la poligonal total, se puede lanzar una visual desde una estación situada, por ejemplo, en el último piso del edificio que se está levantando, a una de las placas, si esto es posible, o si no a un punto convenientemente situado desde el cual sea visible una de las placas. Para efecto de la medición de la distancia entre un punto de un piso alto del edificio y un punto al nivel del piso más bajo, se puede emplear la estadia de invar con buenos resultados; d) las nivelaciones se referirán todas a una de las placas adoptadas como BM. Mientras las nivelaciones se hagan a campo abierto, es conveniente el uso de parasol que evita las perturbaciones que los cambios de temperatura causan en la burbuja. Con el objeto de disponer de BM's en cada piso para las nivelaciones en cada uno de ellos, se hace una nivelación y contranivelación a partir del BM inicial, fijando las cotas de estos BM's auxiliares. Se determinarán las cotas de todos los puntos que se considere necesario según los esquemas y el plan de trabajo previamente elaborado. Deberán, además, tomarse mediciones directas de distancias verticales sobre los muros en los diferentes pisos, con el objeto de tener comprobación, por una parte, de los resultados de las nivelaciones, y por otra para determinar por diferencias, los espesores de las placas de los pisos en los sitios donde no sea posible medirlos directamente.
7. *Cálculos y dibujo:* en estos dos aspectos debe tratarse de obtener los resultados más exactos, para lo cual se deben emplear los métodos e instrumentos de mayor precisión. El dibujo deberá hacerse a las escalas acostumbradas en dibujo arquitectónico. Una planta general de localización, a escala más pequeña, del conjunto total levantado, complementa y aclara notablemente el trabajo.

### LEVANTAMIENTO DE POBLACIONES

Si la población es de tamaño considerable, se debe hacer una triangulación de precisión que cubra toda la región. Así se establecen puntos (tanto planimétrica como altimétricamente) que sirven luego como apoyo para efectuar el resto del levantamiento; estos puntos se denominan puntos de control.

Si la población no es muy grande, basta entonces con trazar una poligonal de gran precisión alrededor de la zona urbana. Los vértices de ésta sirven de apoyo para completar el levantamiento. En general, esta poligonal debe cerrar con un error de ángulo menor que  $a \sqrt{n}$  (en que  $a$  es la aproximación del aparato y  $n$  el número de estaciones) y un error en lado menor que  $1 : 5.000$ . El tránsito empleado debe leer mínimo  $\frac{1}{2}$  minuto y se debe usar cinta metálica para las mediciones.

Como estos puntos de control deben ser fijos y permanentes, se deben materializar por medio de mojoneras de concreto (aprox.  $10 \times 10 \times 60$  cms.), que se incrustan en el terreno y en cuya cara superior se fija una placa (de bronce generalmente) que lleva señalado el punto determinado. Cada placa lleva un número que la identifica. Una vez materializados y determinados los puntos de control, se procede a completar el levantamiento. Se trazan, a partir de estos puntos, poligonales que van por los ejes de las calles. En las esquinas se dejan estacas o placas que sirven para luego tomar detalles o trazar poligonales más pequeñas.

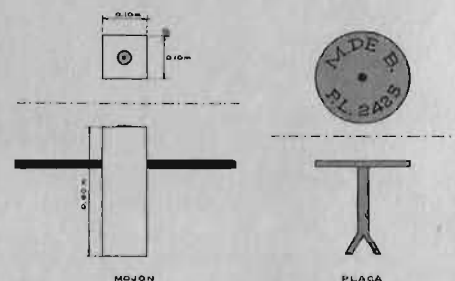


Fig. N° 85 - Materialización de un punto

Todas estas poligonales se deben controlar tanto en ángulo como en lado; o sea, que deben cerrar sobre los puntos de control. Pueden ser de una precisión menor que la poligonal base. Luego se procede a tomar los paramentos de las manzanas y demás detalles necesarios para la confección del plano.

Como los puntos de control están también determinados altimétricamente, se pueden trazar circuitos de nivel para conocer las cotas de las estacas de las poligonales y así poder dibujar las curvas de nivel.

### LEVANTAMIENTO DE LOTES URBANOS:

Cuando se trata de levantar un lote en la ciudad, generalmente hay que referir las coordenadas del lote al sistema de coordenadas de las placas de la ciudad. Para esto, se comienza de dos placas (las dos más cercanas posibles), de las cuales se conocen las coordenadas. Se calcula el azimut existente entre ellas y con ese azimut se comienza la poligonal que, luego de cubrir el lote que se quiere levantar, se debe prolongar hasta encontrar otras dos placas sobre las cuales se cierra dicha poligonal, pudiéndose calcular el error tanto en ángulo como en lado y ver si está dentro de los límites permisibles.

#### Ejemplo:

Si se conocen las coordenadas de las placas P-231 y P-230, (Fig. 86), se puede conocer el azimut de P-230  $\rightarrow$  P-231. Con el teodolito en P-230 se da vista a P-231 poniendo el azimut calculado. Una vez terminada la poligonal



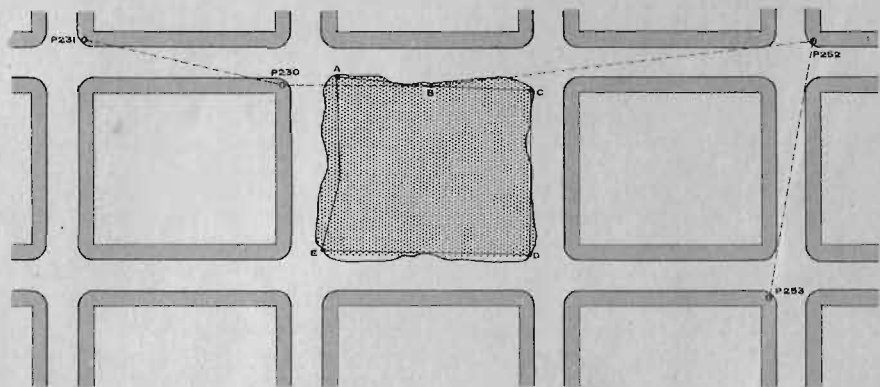


Fig. N° 86 - Trazado de una poligonal referenciada a puntos de coordenadas conocidas

que tiene como último lado P-252- P-253, se ve cómo ha cerrado en ángulo y en lado; pues, también se deben conocer las coordenadas de P-252 y P-253.

Cuando en las cercanías del lote urbano a medir no existen más placas, se puede volver a cerrar en las iniciales, calculando nuevamente distancias y azimut, para verificar el cierre. Cada municipio tiene especificaciones para estos cierres en levantamientos de lotes urbanos, pero en general se puede decir que no son inferiores a: 1 : 4.000 en distancia y  $a \sqrt{n}$  en ángulo, con un valor de  $a = 30'$  como máximo.

# CAPITULO

# 13

## PARTICIONES

### Caso General:

Este caso se presenta cuando, por ejemplo, se trata de dividir una finca entre varios herederos, proporcionalmente al capital heredado por cada uno de ellos. Si, v.gr., son tres los herederos y se dispone de los siguientes datos:

- Al 1o. le corresponden \$ 15.000.00 sobre \$ 80.000.00
- Al 2o. le corresponden 30.000.00 sobre 80.000.00
- Al 3o. le corresponden 35.000.00 sobre 80.000.00

Siendo \$ 80.000,00 el avalúo de la finca.

El ingeniero debe asesorarse de un agrónomo que le indique las zonas en que se puede dividir la finca y los valores unitarios (por hectárea o fanegada) correspondientes. Así habrá zonas ganadera, agrícola, forestal, valle, ladera, etc.

Luego se hace un levantamiento cuya precisión depende del valor de los terrenos, y en el cual deben quedar definidas las diversas zonas, (Fig. 87).



Si el agrónomo ha suministrado los siguientes datos:

- Zona agrícola: \$ 3.000.00/hectárea
- Zona forestal: \$ 700.00/hectárea
- Zona ganadera: \$ 1.875.00/hectárea

De acuerdo con el levantamiento hecho se puede calcular el valor de cada zona:

Zona agrícola:	22 hect. ....	\$ 66.000.00
Zona ganadera:	12 hect. ....	\$ 22.500.00
Zona forestal:	8 hect. ....	\$ 5.600.00

Fig. N° 87 - Ejemplo de zonificación en una partición

De estos datos se deduce:

Area total de la finca ..... 42 hectáreas  
 Valor real de la finca ..... \$ 94.100.00

Enseguida, se divide el valor real de la finca proporcionalmente a lo que le corresponde a cada heredero:

80.000.00 ..... 15.000  
 94.100.00 ..... x      x = 17.643.75

Al 1o. corresponden, ahora,	\$ 17.643.75
Al 2o.           "           "	35.287.50
Al 3o.           "           "	41.168.75
	<hr/>
	\$ 94.100.00

Se procede entonces a la partición: Sobre el plano se marcan las partes en las cuales se va a dividir, teniendo en cuenta: 1) que a cada parte le correspondan terrenos de todas las clases que el agrónomo señaló, (esto hasta donde sea posible); 2) que todas las partes queden con acceso (si no, se debe proyectar una carretera de penetración que les de salida a todas); 3) que todas dispongan de agua.

Con el planímetro se van haciendo tanteos hasta que se obtengan áreas equivalentes en valor a la parte correspondiente a cada uno. Se determinan las coordenadas de los linderos y se calcula analíticamente el área de cada parte. Esto nos da unos valores bastante próximos a los que buscamos.

La última aproximación se hace añadiendo o quitando un pequeño triángulo: Se conoce cuánto falta o sobra en valor (\$); de acuerdo con la zona y el valor por hectárea se averigua la extensión que falta o sobra; se fija la base o la altura del triángulo y se ve cuánto tiene la otra dimensión.

Por último, se sitúan estos linderos sobre el terreno, se hace una descripción de cada uno de ellos, la cual se lleva al Juez, quien, si encuentra todo correcto, lo pasa a la Notaría para la protocolización.

Casos especiales en la partición de un terreno.

1. Partir un terreno en dos zonas de áreas conocidas, por una línea que pase por un punto dado.

Sea el terreno A-B-C-D-E-A, (Fig. 88) que se quiere partir en dos zonas de áreas A<sub>1</sub> y A<sub>2</sub> por una línea que pase por el punto P.

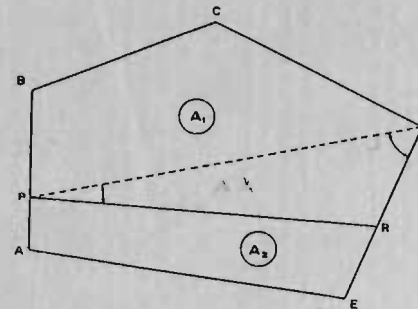


Fig. N° 88 - Partición de un terreno: caso 1

Sea PR la línea pedida, la cual se determina como sigue: se ve qué línea que pase por P y por uno de los vértices determina más o menos la división pedida; esto a estima.

Se supone que esta línea sea PD. Como se conocen las coordenadas de P y de D se puede conocer la distancia PD y su azimut y también calcular el área P-B-C-D-P; se compara con A<sub>1</sub> que es el área pedida y se ve si es mayor o menor. En este caso, A<sub>1</sub> > P-B-C-D-P, o sea que hay que agregar al área P-B-C-D-P una cantidad ΔA para que sea igual a A<sub>1</sub>. Como se ve: ΔA = área del triángulo PDR, del cual se pueden conocer el ángulo en D y el lado PD; los otros elementos se pueden calcular:

$$\Delta A = \frac{1}{2} PD \cdot DR \cdot \text{Sen } \hat{D}$$

$$\therefore DR = \frac{2 \cdot \Delta A}{PD \cdot \text{Sen } \hat{D}}$$

Luego se calcula el ángulo en P y por tanto, se puede conocer el azimut de PR y también la longitud de PR (por relaciones trigonométricas en el triángulo PDR) con lo cual queda solucionado el problema.

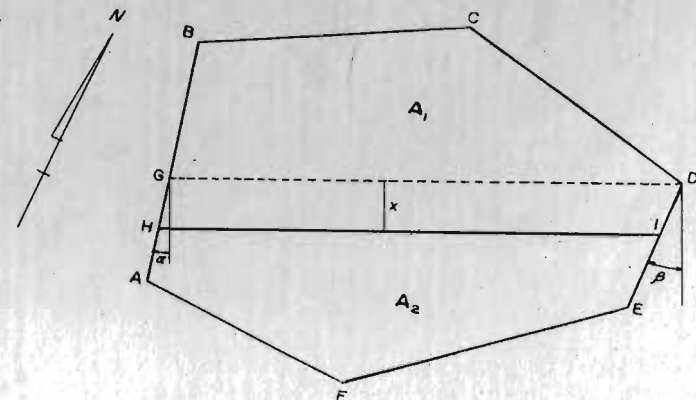


Fig. N° 89 - Partición de un terreno: caso 2

2. Partir un terreno en dos zonas de áreas conocidas, por una línea que tenga una dirección dada. Sea el terreno A-B-C-D-E-F-A., (Fig. 89), que se quiere partir en dos zonas de áreas  $A_1$  y  $A_2$  por una línea de dirección dada, por ejemplo, N-60°-E. Se toma un vértice cercano a la línea pedida. Sea D este vértice. Se traza DG con la dirección dada. Se puede calcular GB y GD tal como se vio en el caso en el cual se desconocen dos longitudes de una poligonal, pero se conocen sus direcciones.

Se calcula el área G-B-C-D-G y se compara con  $A_1$ . Suponiendo que haya dado menor y que HI es la verdadera línea divisoria, se debe agregar el área del trapecio GHID (GD es paralela a HI a una distancia  $x$ ).

Llamando  $\Delta A = \text{área del trapecio}$

$$\Delta A = GD \cdot x + \frac{x^2}{2} [\pm \operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta] \quad (1)$$

el  $\pm$  de la tangente indica si el ángulo está dentro o fuera del trapecio. De (1) se obtiene el valor de  $x$ . Así se pueden calcular GH y DI y se sitúan H e I sobre las líneas respectivas. Se puede calcular HI como chequeo.

$$HI = GD + x (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta)$$

teniendo en cuenta que  $\alpha$  y  $\beta$  son positivos o negativos según estén dentro o fuera del trapecio.

## CAPITULO

# 14

### URBANIZACIONES

A continuación se dan, de manera simplificada, las normas generales sobre los tipos más usuales de urbanizaciones, los trámites generales a seguir (en el D.E. de Bogotá), las principales especificaciones y la manera como se deben planear y ejecutar las obras necesarias.

Una completa información sobre Definiciones, Convenciones, Tramitación, Normas, Reglamentación, Vías, Servicios Públicos, Manzanas y Lotes, Cesión de zonas para uso público y Presentación de Planos se consigue en el Acuerdo Número 30 de 1961 del Concejo de Bogotá, D.E.

La aplicación de las reglamentaciones existentes dependerá de: a) *Departamento Administrativo de Planificación*: en lo concerniente a la fijación de especificaciones urbanísticas y al estudio y aprobación de proyectos; b) *Secretaría de Obras Públicas del Distrito y de las Empresas de Servicios Públicos* en lo que se refiere a fijación de especificaciones de construcción, control de ejecución y recibo de las obras y c) *Personería Distrital* en lo que se refiere a presentación de garantías y legislación de contratos que se exijan a los urbanizadores y a los propietarios de tierras.

— Para tramitar licencias de Urbanizaciones o Parcelaciones, es requisito ser Ingeniero, Arquitecto o Urbanista titulado y matriculado e inscrito en el Departamento Administrativo de Planificación Distrital.

*Trámites generales a seguir:*

— Previo el concepto favorable del Departamento Administrativo de Planificación, se procede a elaborar un esquema urbanístico preliminar, con base en el levantamiento topográfico del terreno, a escala 1 : 1.000, en el cual aparezcan las zonas de cesión: zonas verdes, zonas escolares y vías. Debe presentarse también un cuadro de áreas y porcentajes de dichas zonas.

— Una vez aprobado el esquema urbanístico preliminar, se localiza éste en el terreno, (en base a los puntos de referencia dejados al hacer el levantamiento topográfico inicial), haciendo los ajustes correspondientes en cuanto a tamaño y forma de los lotes, de acuerdo con los resultados de la localización. Se deben dejar mojones de referencia desde los cuales se puedan replantar los puntos que sean necesarios durante la ejecución de las obras.



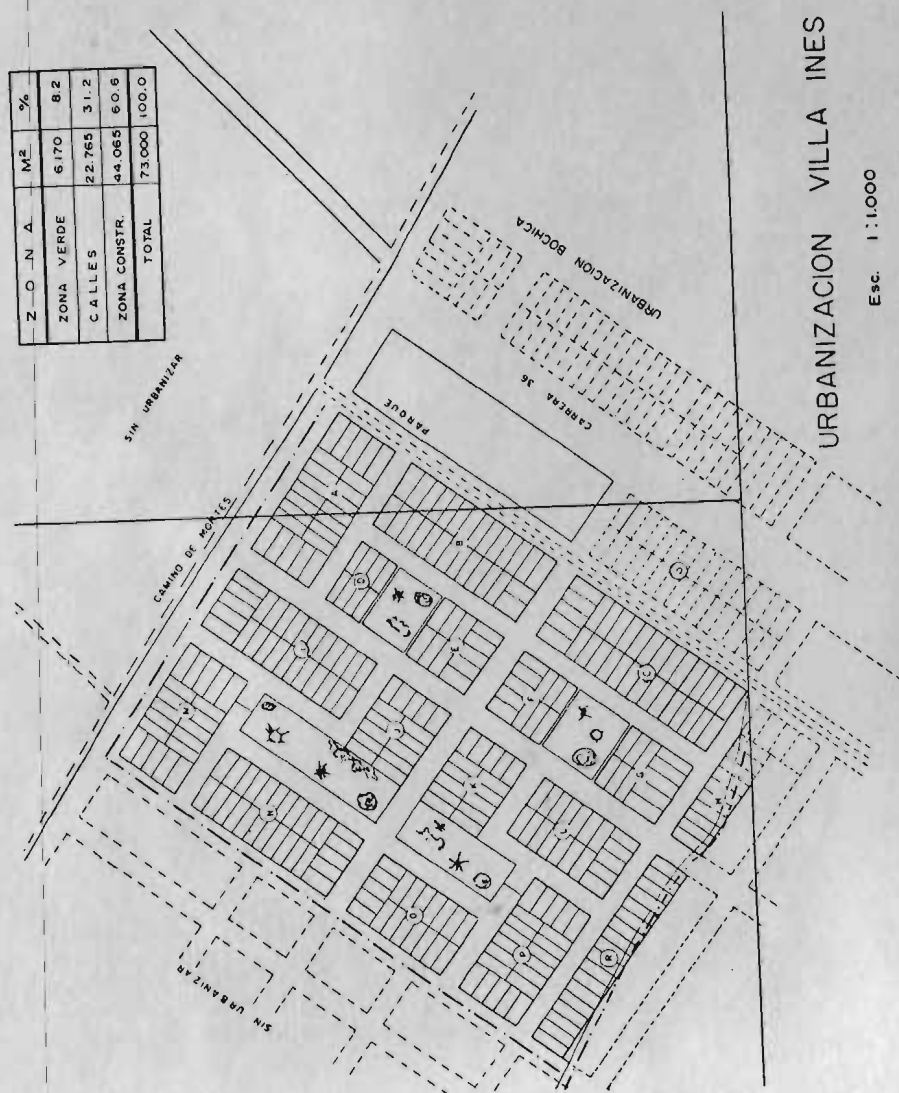


Fig. N° 90 - Esquema urbanístico preliminar

- Enseguida se elabora, en papel tela y a escala 1:1.000, el "Proyecto general de Lotificación" o "Plano de Loteo", en el cual deben acotarse todos los lotes. Dicho plano se lleva al Departamento Administrativo de Planificación para su aprobación. Tres copias deberán enviarse al Departamento de Nomenclatura.
- Dos copias del plano aprobado se envían a la Empresa de Acueducto y dos a la de Teléfonos para la elaboración de los proyectos y presupuestos respectivos de dichas instalaciones.
- Luego se elaboran los planos detallados de vías (según especificaciones de la Secretaría de OO. PP.), alcantarillado y red eléctrica (siguiendo especificaciones de estas empresas) y se someten a su revisión y aprobación.
- Se solicitan al Departamento de Interventoría de la Secretaría de OO. PP. las especificaciones para calzadas y andenes.
- Se elabora el presupuesto de obras a ejecutar, incluyendo: a) excavación de tierra, de acuerdo con los perfiles de las vías escogidas, (ver Fig. 93); b) rellenos en recebo, macadam, pavimento de calles y andenes, de acuerdo con los precios vigentes aprobados por el Departamento de Interventoría de la Secretaría de OO. PP.; c) alcantarillado; d) red eléctrica; e) arreglo de zonas verdes; f) acueducto y teléfono (presupuestos oficiales presentados por las respectivas empresas). Todos los puntos anteriores se resumen en un formulario especial del Departamento Administrativo de Planificación, formulario que se somete a aprobación.
- Luego de obtenida la anterior aprobación, se otorga una garantía de cumplimiento, bancaria o de una compañía de seguros, por un valor equivalente al 10% del presupuesto. Esto permite asegurar la correcta ejecución de las obras de urbanización propuestas.
- Se elabora un contrato con la Personería en el cual debe constar la garantía citada, el compromiso de ceder al Municipio las áreas de servicio público fijadas y la obligación de buena ejecución de las obras. Después de firmado este contrato, se obtiene la licencia para ejecutar el programa de urbanización.
- Antes de iniciar cada obra, deberá notificarse a la entidad correspondiente la fecha de iniciación, con el fin de que sea nombrado un interventor. Los trabajos se inician generalmente con las excavaciones para las vías y los trabajos de alcantarillado de aguas negras.
- Al finalizar las obras de alcantarillado, acueducto, red eléctrica y teléfonos debe solicitarse el recibo definitivo a la respectiva empresa y al término de la totalidad de las obras, se solicita al Departamento de Interventoría su recibo, adjuntando los recibos anteriormente mencionados.
- Una vez levantada el acta de recibo final por parte de la Interventoría se procede a elaborar el plano definitivo de la urbanización, en escala 1:1.000, ligado a las coordenadas de la ciudad y en base al levantamiento topográfico de todas las obras terminadas, con perfiles de las vías, locali-



zación de servicios y cálculo exacto de las áreas de cesión. Este plano debe incluir una zona de terreno de 100 mts., a la redonda de la urbanización. Estos planos se presentan, junto con las carteras, para su aprobación en Planificación.

— Finalmente se elabora la Escritura de cesión de zonas al Distrito.

### PLAN VIAL — PERFILES

ACUERDO 30 de 1961

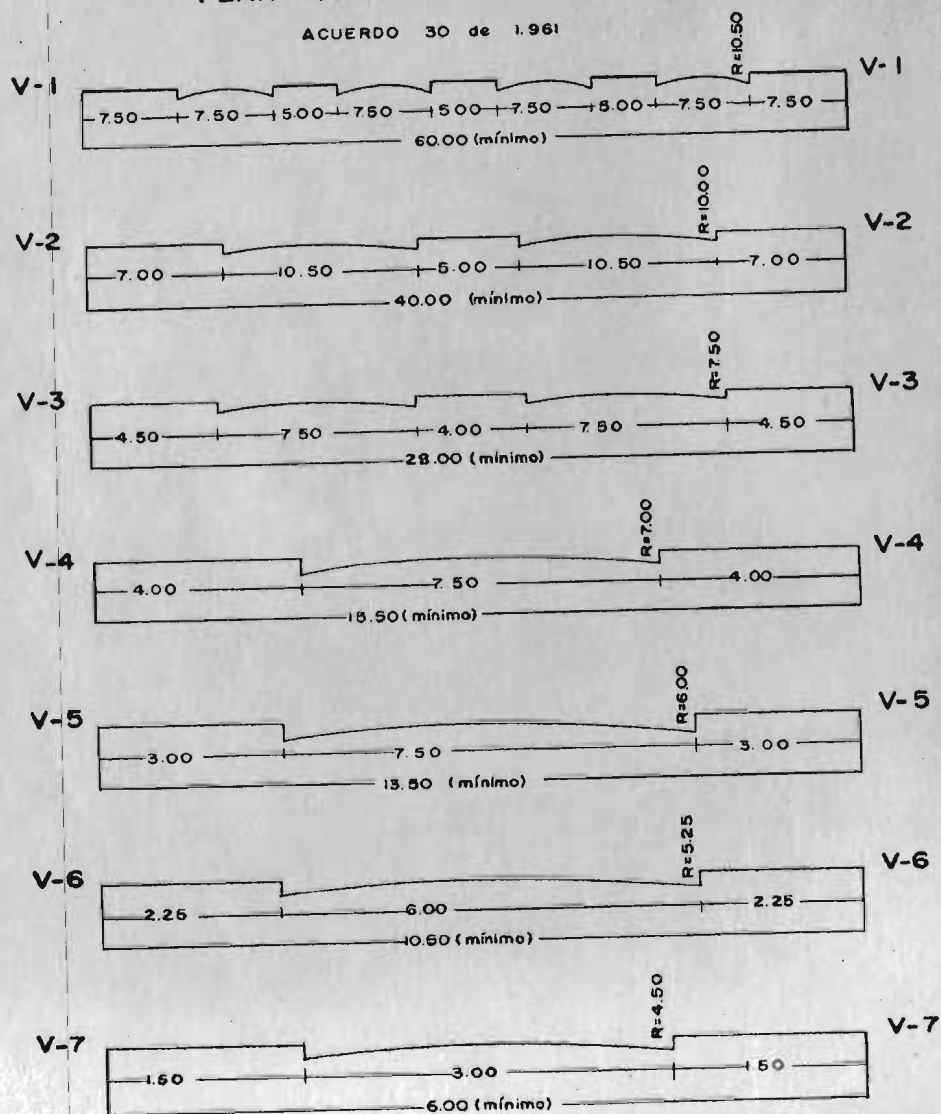


Fig. N° 93 - Secciones transversales de las vías de una urbanización

### Reglamentación Interna

Toda urbanización deberá tener una reglamentación interna que contenga las normas de la correspondiente urbanización, sobre especificaciones urbanísticas y reglamentaciones particulares sobre alturas, voladizos, aislamientos, proyectos de conjunto y demás de carácter restrictivo. Del conocimiento de esta reglamentación interna debe hacerse dejar constancia por escrito por parte de los compradores de lotes.

VIAS: - Están clasificadas en dos grupos:

- Vías arterias o Vías de Plan Vial (denominadas V-1, V-2 y V-3).
- Vías Locales, (denominadas V-4, V-5, V-6 y V-7). (Fig. 93).

### Normas sobre Trazado de Vías

- En las intersecciones no es permissible el desplazamiento de los ejes de las vías continuas.
- No se permiten intersecciones con un ángulo menor de 60°.
- Sólo se permiten calles ciegas en las equivalentes a vías V-6 y V-7, cuando rematan en un volteadero que permite el viraje de vehículos. Estas vías son para facilitar el acceso a un número limitado de lotes y no obran como conexión entre otras dos vías.

### Normas sobre Diseño Geométrico

- Las curvas horizontales deben ser circulares y de radios mínimos de 40 mts., en las vías tipo V-4 y 20 mts., en las vías tipo V-5. En las vías de tránsito rápido deben emplearse espirales de transición.
- Se deben emplear curvas verticales parabólicas cuando los cambios de pendiente sean superiores a 1%. En las vías V-4 la longitud de las curvas verticales se calculará para una distancia de visibilidad de 70 mts.

### Servicios Públicos

Toda urbanización deberá estar dotada de los servicios públicos de alcantarillado, acueducto, teléfono, energía eléctrica y alumbrado.

En el citado acuerdo 30 de 1961 del Concejo de Bogotá, D.E., están las normas generales sobre las instalaciones de servicios públicos, de donde extractamos los siguientes puntos que son, a la vez que elementales, los más básicos:

- Los pozos de Inspección del alcantarillado tendrán diámetro mínimo de 1.20 mts., y su localización será en las bocacalles o en lugares intermedios, de acuerdo a las especificaciones de las Empresas de Acueducto y Alcantarillado.
- Los sumideros estarán en las esquinas de las manzanas, a una distancia mínima de 3 mts., de la intersección de los alineamientos de los sardineles.



c) Para las instalaciones domiciliarias las tuberías de alcantarillado deberán colocarse en el centro del lote si el terreno es plano, y en la parte más baja del lote cuando el terreno es inclinado.

d) Las tuberías del acueducto se deberán localizar preferencialmente bajo las zonas verdes de los andenes.

e) El suministro de energía eléctrica para alumbrado público y servicios domésticos e industriales deberá hacerse por medio de redes subterráneas de doble canalización, una por cada andén. En las urbanizaciones industriales, los postes de madera o de concreto que se empleen en vez de red subterránea, serán de 12 mts., de alto.

f) El servicio de teléfonos será preferiblemente prestado a través de redes subterráneas.

#### Normas sobre Manzanas y Lotes

Las manzanas deberán diseñarse para obtener las siguientes condiciones:

a) Proveer espacio adecuado para las edificaciones y sus anexos, de acuerdo a la destinación de la urbanización.

b) Buscar la mayor economía en el área de Vías.

c) Aprovechar las condiciones topográficas.

d) Obtener eficiente drenaje de las aguas lluvias.

e) No exceder una longitud de 350 mts., entre vías.

f) Localizar caminos de peatones a distancias máximas de 120 mts.

g) En las zonas industriales, comerciales y comunales proveer el espacio necesario para estacionamiento de vehículos.

Los lotes deberán reunir las siguientes características:

a) Tener acceso inmediato desde una vía pública

b) Posibilidad de conexión de servicios

c) Formas regulares y fácilmente deslindables

d) Orientación determinada por: asoleación máxima, dominio del paisaje y aprovechamiento de las características topográficas.

e) Dimensiones mayores en los lotes de esquina para permitir el antejardín sobre las dos vías.

En el siguiente cuadro se expresan las áreas mínimas de los lotes, sus correspondientes frentes normales mínimos, para varios tipos de urbanizaciones en relación con su localización urbana:

TIPO DE URBANIZACION	Número de Pisos Edificables	Area Mínima del Lote M <sup>2</sup>	Frente Normal Mínimo M.
Estrictamente Residencial	3	960	24,00
Estrictamente Residencial	3	528	16,00
Estrictamente Residencial	3	386	13,30
Residencial Transformable	2	286	10,00
Residencial Transformable	2	239	9,00
Residencial Transformable	2	196	8,00
Residencial Obrera	2	156	7,00
Residencial Obrera	2	120	6,00
Residencial Multifamiliar	2	86	5,00
Residencial Multifamiliar	4	352	12,30
Residencial Multifamiliar	4	298	11,20
Residencial Multifamiliar	4	245	10,00
Talleres	4	196	8,80
Industria General	2	264	8,00
Industria General	4	1548	24,00
Industria General	4	2580	30,00

#### Zonas de Cesión para Uso Público

Puesto que toda urbanización deberá proveer y ceder al Distrito Especial de Bogotá las áreas mínimas que se requieran para uso público, se consignan en el cuadro a continuación, expresadas por el porcentaje sobre el área bruta total del respectivo terreno, las áreas con destino a parques, escuelas, estacionamiento de vehículos y vías locales.

TIPO DE URBANIZACION	% Mínimo para Parque	% Mínimo para Escuela	% Mínimo para estacionamiento de vehículos	% Mínimo para vías locales	% Mínimo de cesión general
Estrictamente Residencial	2,4	—	2,4	11,7	23,5
Estrictamente Residencial	4,7	—	2,7	12,4	26,8
Estrictamente Residencial	6,0	—	3,0	12,6	28,6
Residencial Transformable	7,1	1,5	3,1	12,9	31,6
Residencial Transformable	7,9	1,8	3,2	13,0	32,9
Residencial Transformable	8,7	2,2	3,3	13,2	34,4
Residencial Obrera	9,7	2,8	3,4	13,5	36,4
Residencial Obrera	10,9	3,6	3,5	13,8	38,8
Residencial Multifamiliar	12,3	4,7	3,6	14,4	42,0
Residencial Multifamiliar	12,1	4,6	6,2	12,6	42,5
Residencial Multifamiliar	12,9	5,3	6,3	12,8	44,3
Residencial Multifamiliar	13,7	6,1	6,5	12,9	46,2
Talleres	14,7	7,2	6,6	13,1	48,6
Industria General	7,5	1,8	3,8	13,1	33,2
Industria General	—	—	6,9	11,4	25,3
Industria General	—	—	7,2	10,9	25,1

NOTA: Mientras la presente edición estaba en proceso, el Acuerdo No. 30 de 1961 del Concejo de Bogotá, D. E. que se había tomado como base para este capítulo fue modificado sustancialmente en algunos aspectos. Sin embargo, se ha conservado el contenido original del capítulo sobre Urbanizaciones, pues tratándose de un libro de texto, estas normas se pueden considerar como un buen ejemplo de las reglamentaciones que en una determinada ciudad controlan los trámites y especificaciones de una urbanización.

INTRODUCCION A LA ALTIMETRIA

Generalidades:

La Altimetría considera las diferencias de nivel existentes entre puntos de un terreno o construcción. Para poder conocer estas diferencias de nivel hay que medir distancias verticales directa o indirectamente. Esta operación se denomina Nivelación.

Las distancias verticales, que se miden a partir de una superficie de nivel o plano de referencia arbitrario, que debe ser normal a la dirección de la plomada, se denominan Cotas. Cuando el plano de referencia coincide con el nivel del mar, las distancias verticales medidas a partir de dicho plano se denominan Altitudes o Alturas, (ver Fig. 94).

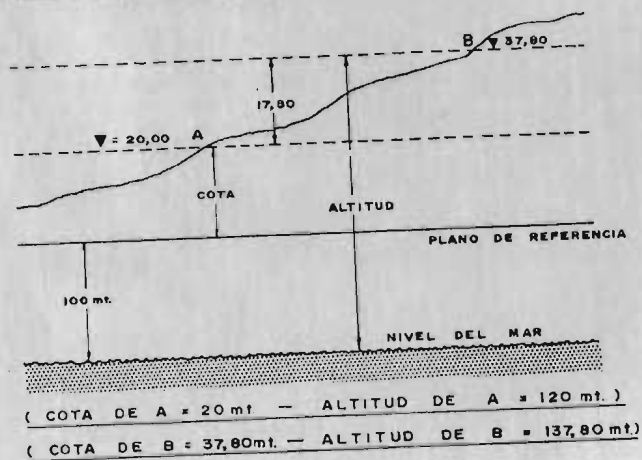


Fig. N° 94 - Cotas y altitudes

La superficie de nivel que se toma como referencia, bien sea ésta real o imaginaria, se llama DATUM.

BM. - Denomínase así a un punto de carácter más o menos permanente, del cual se conocen su localización y su elevación. Su cota, que ha sido de-

terminada previamente por una nivelación de precisión o adoptada arbitrariamente, sirve de base para efectuar la nivelación.

Como en muchos casos tan solo es necesario conocer diferencias de nivel entre los diversos puntos de un terreno, se le puede asignar al plano de referencia una altura arbitraria que sirve de base para calcular las cotas de dichos puntos y así las diferencias de nivel entre ellos.

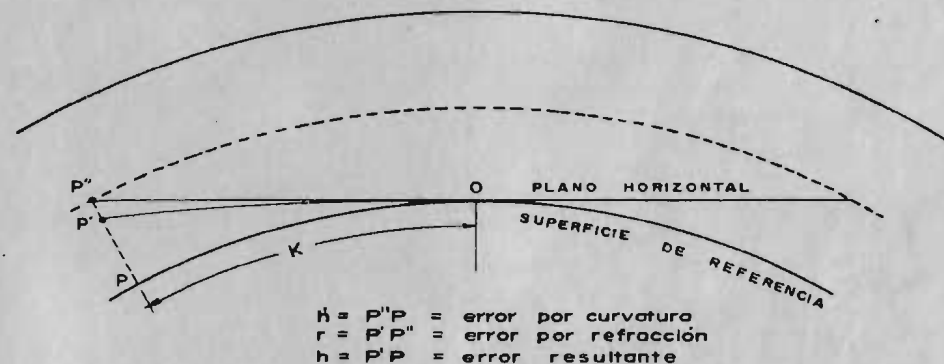


Fig. N° 95 - Refracción atmosférica y curvatura terrestre

Hay dos factores que afectan las nivelaciones; éstos son: la Curvatura Terrestre y la Refracción Atmosférica, (Fig. 95). Se estima que el efecto producido por la curvatura terrestre, es directamente proporcional al cuadrado de la distancia. Llamando  $h'$ : efecto de la curvatura terrestre y  $K$ : distancia en kms. entre dos puntos, se tiene (según Davis & Foote):

$$h' = 0.08 K^2$$

La refracción atmosférica varía con la temperatura, la presión atmosférica y el sitio. Se puede casi eliminar tomando observaciones recíprocas, asumiendo que las condiciones atmosféricas son iguales en los dos puntos. Es mejor hacer las observaciones hacia el medio día, pues a esa hora la refracción es menos variable que en las mañanas o en las tardes. La refracción atmosférica produce un efecto contrario al anterior y menor que él. Llamando  $r$ : efecto por refracción atmosférica, se tiene (según Davis & Foote):

$$r = 0.01 K^2$$

Llamando  $h$  el efecto combinado de estos dos fenómenos:

$$h = 0.07 K^2$$

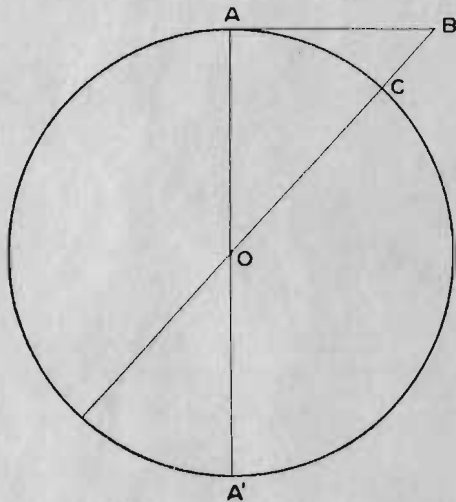
Nota:  $h$ ,  $h'$  y  $r$  están expresados en mts.;  $K$  en Kms.

En nivelaciones de alta precisión hay que tener en cuenta estos dos fenómenos y hacer las correcciones respectivas. Estas nivelaciones de alta precisión se emplean en levantamientos geodésicos. En las nivelaciones de las

cuales tratará este curso, aunque son de precisión, no se tendrán en cuenta correcciones por Refracción y Curvatura, puesto que, por las condiciones mismas del trabajo, los errores introducidos por estos efectos son mínimos, como se ve: en el efecto por refracción para  $K = 1 \text{ Km.}$ , se obtiene:  $r = 1 \text{ cm.}$ ; por curvatura se tiene que, para  $h' = 1 \text{ cm.}$

$$K = \sqrt{\frac{0.01}{0.08}} = 0.355 \text{ Km.}$$

Así, como en la práctica las visuales máximas no sobrepasan los 300 mts. debido a las características ópticas de los aparatos empleados, son despreciables los efectos por curvatura y refracción.



De la siguiente manera se puede calcular también la distancia en la cual se comete un error de 1 cm., debido a la curvatura terrestre, (Fig. 96).

Llamando:  $AA' = D$ : diámetro de la tierra =  $12.3 \times 10^6 \text{ Kms.}$

$AB = K$ : distancia entre dos puntos, en kilómetros.

$BC = 1 \text{ cm.}$

Se tiene:  $K^2 = D \times BC$  (por Geometría).

$$K^2 = 12.3 \times 10^6 \times 0.01$$

$$K = 352 \text{ mts.}$$

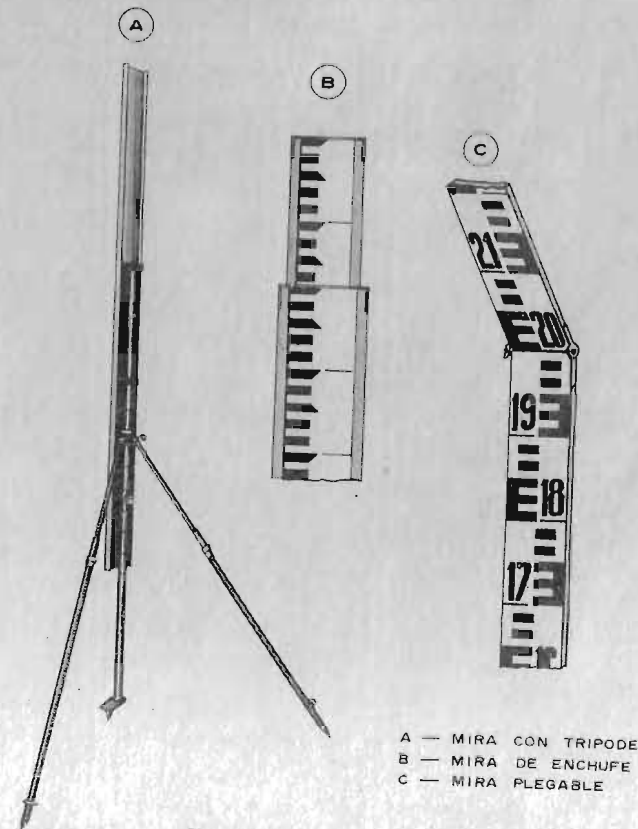
Fig. N° 96 - Efecto de la curvatura terrestre

# CAPITULO

# 16

## APARATOS EMPLEADOS EN NIVELACION

Los aparatos empleados en nivelación son: NIVELES (para lanzar las visuales) y MIRAS (para medir distancias verticales). Los niveles los hay de precisión y niveles de mano. En general, tienen dos características principales: 1) La línea de vista y 2) un nivel de burbuja para poner la línea de vista horizontal.



A - MIRA CON TRIPODE  
B - MIRA DE ENCHUFE  
C - MIRA PLEGABLE

Fig. N° 97 - Tipos de miras



También se emplean, aunque no son propiamente aparatos de nivelación, el barómetro y el teodolito para calcular diferencias de nivel.

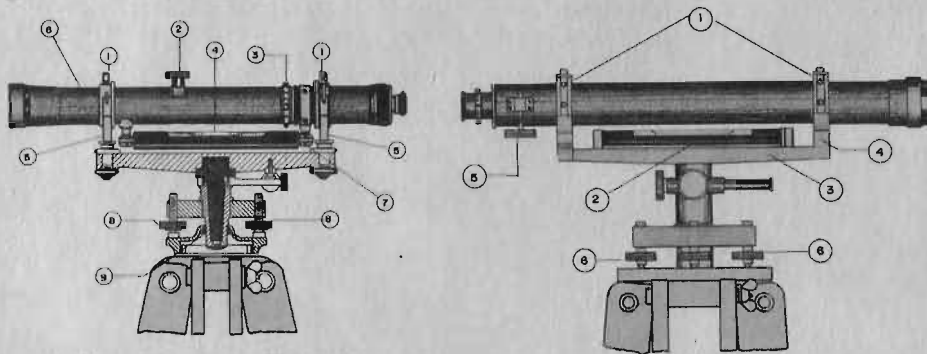
Las MIRAS son unas reglas verticales cuya longitud varía 3 a 6 metros. Las hay de enchufe, (Fig. 97-B) y plegables, (Fig. 97-C); esto en esencia, los detalles secundarios varían según el fabricante. Para nivelaciones de precisión existen miras equipadas con trípodes que sirven para mantenerlas verticales, (Fig. 97-A).

### 1. Niveles de Precisión

Hay dos clases de niveles de precisión:

a) Niveles de Y-Y. (Fig. 98).

El anteojo descansa sobre unos soportes en forma de Y; se puede sacar, girar sobre su eje longitudinal o voltear extremo por extremo. En general, el anteojo es igual al del teodolito. Los hay de enfoque interno y de enfoque externo; también, de imagen en posición normal, (los más antiguos) y de imagen invertida, (los más modernos).



NIVEL "Y-Y" (TIPO AMERICANO)

- 1 - ARRASADERA DEL SOPORTE Y-Y
- 2 - TORNILLO DE ENFOQUE
- 3 - TORNILLO DE CORRECCION DEL RETICULO
- 4 - NIVEL (Solidario al anteojo)
- 5 - SOPORTES Y-Y
- 6 - ANTEOJO
- 7 - TORNILLO DE CORRECCION DEL NIVEL
- 8 - TORNILLOS DE NIVELACION
- 9 - ROTULA

NIVEL "Y-Y" (TIPO FRANCÉS)

- 1 - ASAS DE SUJECION DEL TELESCOPIO
- 2 - NIVEL (Solidario a la barra del nivel)
- 3 - BARRA DEL NIVEL
- 4 - SOPORTES Y-Y
- 5 - TORNILLO DE ENFOQUE
- 6 - TORNILLOS DE NIVELACION

Fig. N° 98-A - Nivel de Y. Y. tipo americano

Fig. N° 98-B - Nivel de Y. Y. tipo francés

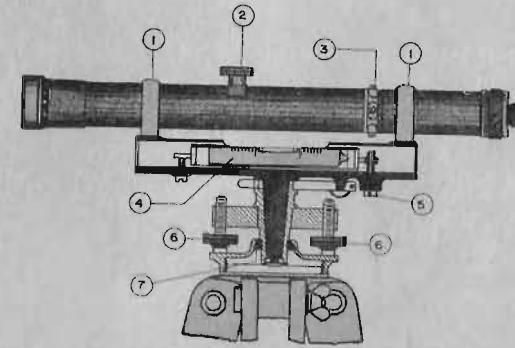
La diferencia fundamental con el teodolito es que el nivel no tiene eje horizontal, en tanto que el teodolito sí. En los niveles de Y-Y se pueden distinguir dos tipos especiales:

- nivel de Y-Y tipo francés, (Fig. 98-B): lleva el nivel de burbuja solidario al soporte.
- nivel de Y-Y tipo americano, (Fig. 98-A): lleva el nivel de burbuja solidario al anteojo. La única ventaja del nivel de Y-Y es el poder sacar y

girar el anteojo para las correcciones, pero en general posee muchos inconvenientes debidos al desgaste y consiguiente desajuste en las partes de contacto entre el anteojo y el soporte. El aumento del anteojo es de 20 a 30 diámetros.

b) Niveles Dumpy:

La característica principal es que el anteojo es solidario con el resto del aparato. Está construido en tal forma que siempre el eje óptico es perpendicular al eje vertical del aparato. El nivel Dumpy es más sencillo y práctico que el de Y-Y debido a que tiene menos partes sujetas a desgaste y a que las correcciones que hay que hacerle son menos y más sencillas. Todos los niveles modernos son de este tipo.



NIVEL "DUMPY"

- 1 - SOPORTES FIJOS
- 2 - TORNILLO DE ENFOQUE
- 3 - TORNILLO DE CORRECCION DEL RETICULO
- 4 - NIVEL
- 5 - TORNILLO DE CORRECCION DEL NIVEL
- 6 - TORNILLOS DE NIVELACION
- 7 - ROTULA

Fig. N° 99 - Nivel Dumpy

### 2. Niveles de Mano:

Son de dos tipos: Locke y Abney.

a) Nivel Locke:

Se usa para hacer nivelaciones de muy poca precisión. Consta de: (ver Fig. 100), un tubo de longitud de 13 a 15 cms. que sirve de anteojo para dar vista y sobre el cual va montado un nivel de burbuja para hacer la visual horizontal. Por medio de un prisma se refleja la burbuja dentro del campo visual del an-

tejo y en el momento en que ésta quede bisecada por el hilo horizontal, la línea de vista es horizontal y por tanto es cuando se debe hacer la lectura sobre la mira.

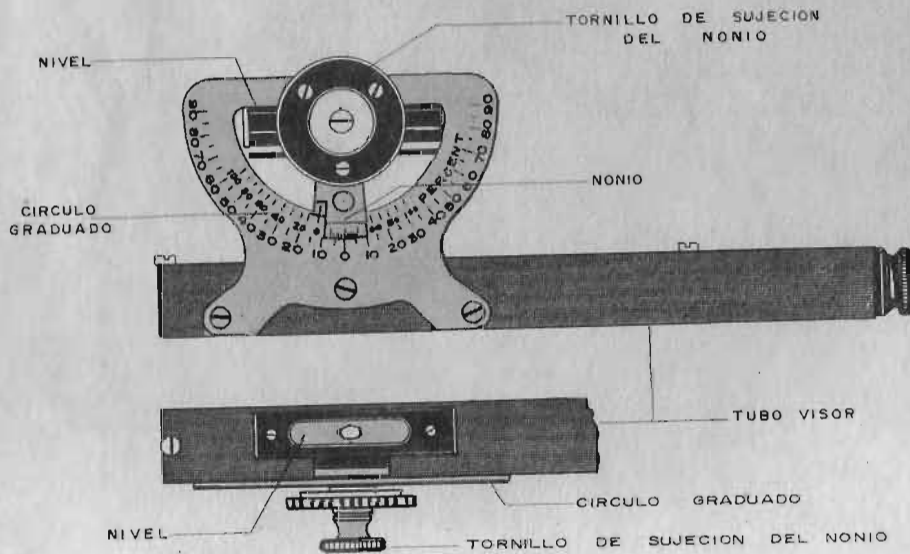


**NIVEL "LOCKE"**

Fig. N° 100 - Nivel de mano: Nivel Locke

b) Nivel Abney:

Consta de las mismas partes de un Locke, pero posee además parte de un círculo vertical graduado, (Fig. 101). Con este nivel pueden efectuarse las siguientes operaciones:



**NIVEL "ABNEY"**

Fig. N° 101 - Nivel de mano: Nivel Abney

- a) Lanzar visuales horizontales (como si fuera un Locke).
- b) Averiguar la pendiente o ángulo vertical de una línea.
- c) Lanzar visuales inclinadas con una pendiente o ángulo vertical dados.

Para lo primero (a) se pone en ceros el índice del círculo vertical, se ajusta el tornillo de fijación y se trabaja como si fuera un Locke. Para lo segundo (b) se da vista y haciendo girar el índice solidario con la burbuja se hace que ésta quede centrada, o sea que se vea bisecada por el hilo horizontal; se lee en el círculo la pendiente o ángulo vertical que tiene esa visual. Para lo tercero (c) se marca dicha pendiente o ángulo en el círculo vertical (teniendo en cuenta si es positiva o negativa) y se baja o levanta la visual hasta que la burbuja quede bisecada por el hilo horizontal. Tanto el nivel Abney como el Locke se usan apoyándolos en una vara o un jalón que les sirve de trípode.



Fig. N° 101-A - Manejo del nivel de mano Locke



Fig. N° 101-B - Manejo del nivel de mano Abney

**CORRECCIONES A LOS NIVELES**

*Correcciones al Nivel Dumpy*

1. El eje vertical del aparato debe ser verdaderamente vertical, o sea que el eje del nivel del plato debe ser perpendicular al eje vertical del aparato.

*Comprobación:* se nivela cuidadosamente el aparato y si al girarlo 180° sobre el eje vertical permanece nivelado, está correcto.

*Corrección:* si al girar 180°, la burbuja se sale de sus "reparos", hay que corregirlo. La corrección se efectúa la mitad con los tornillos de corrección

de la burbuja y la otra mitad con los tornillos de nivelar (volviéndose a nivelar). Se debe chequear varias veces hasta que quede completamente corregido.

2. El hilo horizontal del retículo debe ser verdaderamente horizontal, o sea que, cuando el aparato esté nivelado, al girar el anteojo, el hilo horizontal se desplace sobre un plano perpendicular al eje vertical.

**Comprobación:** se sitúa y nivela el aparato a unos 25 mts. de un muro sobre el cual se marca un punto por medio de una tachuela o de dos líneas que se cortan, de modo que éste quede en un extremo del hilo horizontal, (Fig. 102-A); enseguida, con el tornillo de movimiento lento, se gira el anteojo; si el punto se mantiene sobre el hilo horizontal, como en la Fig. 102-B, está correcto.

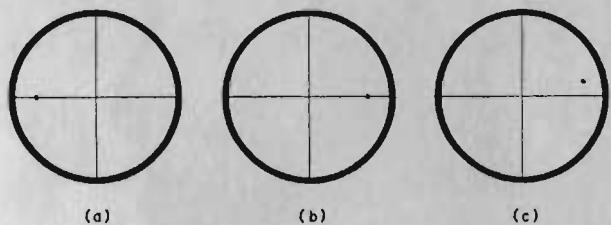


Fig. N° 102 - El hilo horizontal debe ser verdaderamente horizontal

**Corrección:** Si sucede como en la Fig. 102-C, hay que corregirlo aflojando dos tornillos consecutivos del retículo y haciéndolo girar hasta que quede correcto.

3. La línea de vista debe ser horizontal cuando el aparato está nivelado, o sea que la visual debe ser paralela al eje del nivel del plato.

**Comprobación:** Se hace por el método de las dos estacas ya visto en las correcciones al teodolito. Existe otro método, el cual se verá a continuación, pudiéndose emplear el que se desee de los dos. La única diferencia entre esta corrección y la correspondiente para el tránsito está en que la corrección se hace al nivel del anteojo cuando se trata del tránsito y a los hilos del retículo cuando estamos corrigiendo el nivel.

A una distancia aproximada de 100 mts. se clavan dos estacas, A y B, sobre un terreno más o menos plano; se nivela el aparato en el extremo A, de modo que el ocular del anteojo quede a una distancia menor de 5 cms. de la mira colocada sobre la estaca A, (Fig. 103) y se toma la lectura *a* sobre la mira (observando por el objetivo del anteojo); luego sobre una mira situada en la estaca B, se toma la lectura correspondiente (sea *b* esta lectura). Igualmente, con el aparato en B se toman las lecturas *c* y *d*. Si  $e = dd' = bb'$ , representa el error en la línea de vista en la distancia AB, se tendrá:

— considerando el aparato en A:  

$$\text{verdadera diferencia de nivel} = a - (b-e) \quad (1)$$

— considerando el aparato en B:  

$$\text{verdadera diferencia de nivel} = (d-e) - c \quad (2)$$

— sumando las ecuaciones (1) y (2) resulta:  

$$\text{verdadera diferencia del nivel} = \frac{(a-b) + (d-c)}{2} \quad (3)$$

si  $(a-b) = (d-c)$  el aparato está correcto.

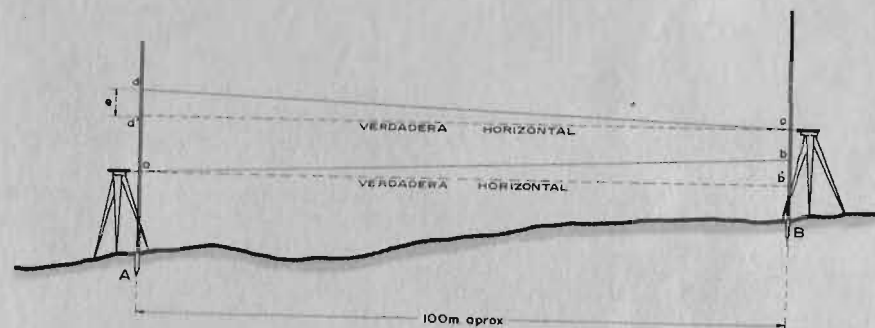


Fig. N° 103 - Línea de vista horizontal cuando el aparato está nivelado

**Corrección:** si  $(a-b) \neq (d-c)$ , entonces hay que corregir haciendo que la línea de vista caiga sobre *d'*. El valor de *d'* se halla así:

$$d' = c + \text{verdadera diferencia de nivel.}$$

El ajuste se efectúa subiendo o bajando (según el caso) la visual por medio de los dos tornillos verticales opuestos del retículo.

*Correcciones al Nivel de Y-Y*

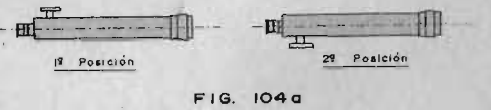
*A - Correcciones al Modelo Francés de Y-Y*

1. El eje vertical del aparato debe ser verdaderamente vertical cuando la burbuja esté dentro de sus reparos.  
(Ver corrección No. 1, nivel Dumpy).
2. El hilo horizontal debe ser verdaderamente horizontal.  
(Ver corrección No. 2, nivel Dumpy).

La corrección puede hacerse girando el retículo, como en el Dumpy, o simplemente girando el anteojo sobre su eje longitudinal (si el aparato tiene un dispositivo especial para hacer esto).



3. La línea de vista debe ser paralela al eje de la burbuja. Para esto se requiere que: a) la línea de vista sea paralela al eje de las Y-Y- o eje mecánico y b) la línea de vista y el eje mecánico sean paralelos al eje de la burbuja, con lo cual se hace horizontal la visual.



**Comprobación:** a) con el anteojo en la primera posición, (Fig. 104-A), se lanza una visual sobre una mira situada a unos 30 mts.; luego, con el anteojo en la segunda posición, se lanza otra visual; si las dos lecturas sobre la mira coinciden, está correcto. De lo contrario sucede lo ilustrado en la Fig. 104-B; para corregirlo se hace el promedio de las dos lecturas sobre la mira y, subiendo o bajando los hilos del retículo, se hace caer la visual sobre el punto a (punto medio).

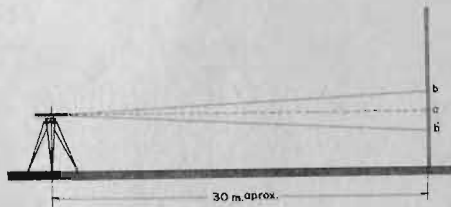
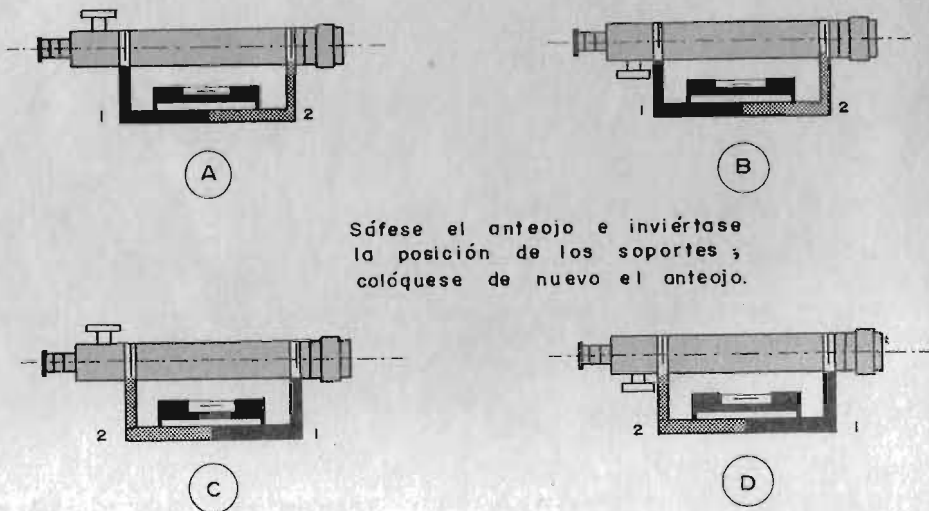


Fig. N° 104 - Línea de vista paralela al eje mecánico

b) Se hacen cuatro lecturas sobre una mira (una en cada una de las posiciones (A), (B), (C), (D), de la Fig. 105), y se saca un promedio de ellas. Hay que llevar la visual hasta que se lea dicho promedio en la mira, lo cual se logra por medio de un tornillo de ajuste, que tiene el aparato en uno de los soportes, el cual sube o baja el anteojo, variando así la posición del eje mecánico.



Sátese el anteojo e inviértase la posición de los soportes; colóquese de nuevo el anteojo.

Fig. N° 105 - Línea de vista y eje mecánico paralelos al eje de la burbuja

B - Correcciones al Modelo Americano de Y-Y

1. El eje de la burbuja debe estar en el mismo plano vertical con el eje mecánico, (Fig. 106).

**Comprobación:** Se nivela el aparato (Fig. 107-A), luego se gira el anteojo sobre su eje longitudinal, (Fig. 107-B). Si la burbuja no se sale de sus "reparos", está correcto.

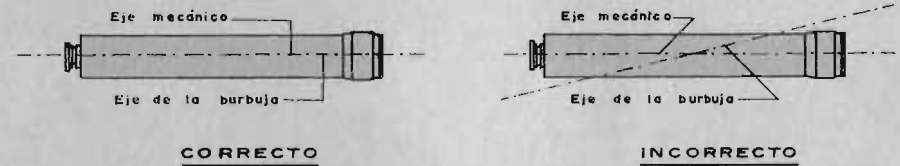


Fig. N° 106 - Eje de burbuja y eje mecánico en el mismo plano vertical

**Corrección:** Si la burbuja se sale de sus "reparos", está descorregido. Se ajusta por medio de los tornillos laterales de corrección que tiene el nivel de burbuja en uno de sus extremos; este tornillo desplaza el extremo del nivel, pudiéndose así situarlo en el plano vertical requerido.

2. El eje mecánico debe ser paralelo al eje de la burbuja.

**Comprobación:** Se nivela cuidadosamente el aparato, (Fig. 108-A), luego se saca el anteojo y se cambia extremo por extremo. Si la burbuja permanece en sus "reparos", está correcto, (Fig. 108-B).

**Corrección:** Si la burbuja se sale de sus "reparos", (Fig. 108-C) hay que corregir la mitad con los tornillos de corrección de la burbuja y la otra mitad volviendo a nivelar.

3. El hilo horizontal del retículo debe ser verdaderamente horizontal, o sea que, cuando el aparato esté nivelado, al girar el anteojo, el hilo horizontal se desplace sobre un plano perpendicular al eje vertical.

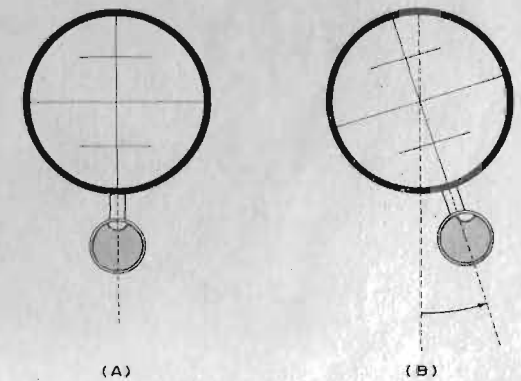


Fig. N° 107 - Comprobación de que el eje de la burbuja y el eje mecánico estén en el mismo plano vertical

(Ver corrección 2 al nivel Dumpy)

4. La línea de vista debe ser paralela al eje mecánico con lo cual será paralela al eje de la burbuja.

**Comprobación:** Con el anteojo en la posición indicada en Fig. 109-A se marca un punto P (intersección de los hilos del retículo) sobre un muro a unos 50 mts. Se gira el anteojo 180° sobre su eje longitudinal, (Fig. 109-B). Si la visual vuelve a determinar el punto P, se cumple la condición enunciada.

**Corrección:** Si la visual cae sobre otro punto (P'') hay que corregir llevando la visual hasta el punto medio entre P' y P''. Esto se logra con los tornillos de ajuste del retículo, desplazando el retículo: primero horizontalmente con los dos tornillos opuestos horizontales y luego verticalmente con los dos tornillos opuestos verticales, hasta que pase por P.

5. El eje de la burbuja (y por tanto el eje mecánico) debe ser perpendicular al eje vertical del aparato.

**Comprobación:** Se nivela el aparato, y si al girar 180° sobre el eje vertical, (Fig. 110) la burbuja no se sale de sus reparos, está correcto.

**Corrección:** Si en la posición de la Fig. 110-B la burbuja se sale de sus "reparos", hay que corregir la mitad con los tornillos que controlan la elevación del anteojo en uno de los extremos de las Y-Y y la otra mitad con los tornillos de nivelar.

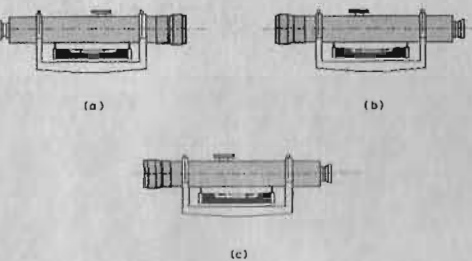


Fig. N° 108 - Eje mecánico paralelo al eje de la burbuja

**Nota:** Todas las correcciones deben hacerse todas las veces que sea necesario; una vez hechas, se comprueba la horizontalidad de la visual por el método de las dos estacas. (Pág. 61).

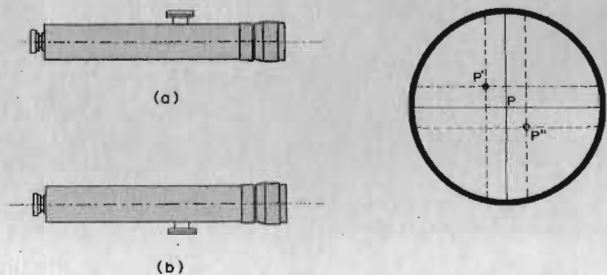


Fig. N° 109 - Línea de vista paralela al eje mecánico y por tanto paralela al eje de la burbuja

Ajuste a los Niveles Locke y Abney

a) El nivel Locke se puede ajustar basándose en la horizontal determinada por un nivel de precisión. En el caso de no disponer de un nivel de precisión, se puede emplear el siguiente método: (Ver Fig. 111). Con el nivel en C se da vista hacia A y se lee el punto D; luego se pasa el nivel a D, se da vista hacia B y se lee el punto E. El promedio F, define la horizontal

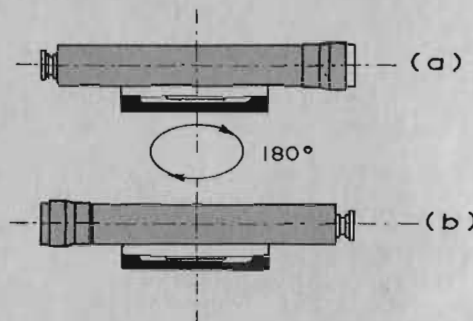


Fig. N° 110 - Eje de la burbuja perpendicular al eje vertical del aparato

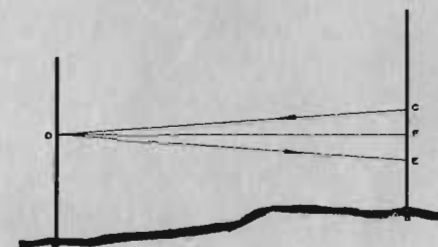


Fig. N° 111 - Ajuste de un nivel de mano

DF. La corrección se efectúa con el tornillo que sube o baja un extremo del nivel de burbuja, haciendo que, con el nivel en D, cuando la visual pase por F, la burbuja esté centrada.

b) El nivel Abney se ajusta como si fuera un Locke, poniendo en ceros el índice del círculo vertical.

## NIVELACION BAROMETRICA

*Concepto General:*

La presión atmosférica varía en forma inversamente proporcional a la altura sobre el nivel del mar; así, en función de la presión en un determinado lugar se puede determinar su altura; por lo tanto, si se conoce la diferencia de presión entre dos puntos, se puede determinar la diferencia de nivel existente. En este principio se basa la nivelación "barométrica", llamada así por ser el barómetro el aparato usado en la determinación de la presión atmosférica.

Existen dos clases de barómetros: a) el *barómetro de mercurio*, que da la presión según la altura de la columna de mercurio en un tubo al vacío y b) el *aneróide*, que mide la deformación experimentada por una cápsula, parcialmente al vacío, al ser sometida a la presión atmosférica; esta deformación es transformada por medios mecánicos en el movimiento de una aguja que marca directamente sobre un tablero circular graduado, la presión existente y la altura correspondiente.

Debido a que el barómetro de mercurio es muy delicado para su transporte y a que una lectura toma bastante tiempo (mientras llega a su posición definitiva la columna de mercurio), el aneróide, que es, además, más liviano y pequeño, lo ha reemplazado, tanto más cuanto que día a día se perfeccionan la medición de la deformación experimentada por el diafragma de la cápsula y los mecanismos que convierten esta deformación en movimiento de la aguja indicadora. Los últimos modelos de aneroides, llamados *altímetros*, son los que actualmente se utilizan en esta clase de nivelaciones y con ellos se obtienen alturas que sólo presentan errores promedios de un metro aproximadamente.

Como la presión atmosférica varía además con la temperatura y con la humedad relativa, se deben hacer las correcciones necesarias para lo cual existen tablas y gráficos, que generalmente se suministran con el instrumento. Debido a esto y a que los instrumentos de medición no son totalmente exactos, las alturas que se determinan por medio de la nivelación barométrica no son muy precisas, utilizándose esta clase de nivelación sólo para determinaciones a "grosso modo" de diferencias de nivel entre puntos de terrenos montañosos.

*Método cuando se dispone de un solo altímetro:*

Se parte del punto de altura conocida (o del punto que se toma como base para determinar las diferencias de nivel); se lee la altura en el altímetro y se anota la hora en que se hizo la observación y la temperatura que indica el termómetro; se lleva luego el instrumento a los otros puntos cuya cota se desea conocer y en cada uno de ellos se anota la altura, la hora y la tempera-

tura. Se regresa inmediatamente al punto inicial y de nuevo se lee la altura, el tiempo y la temperatura. Debido a cambios en las condiciones atmosféricas, la altura leída inicialmente no concuerda, por lo general, con la lectura del altímetro luego de tomar los otros puntos. Si suponemos que las condiciones atmosféricas variaron gradualmente durante el lapso de tiempo comprendido entre la lectura inicial y la final, podemos conocer la corrección que le corresponde a cada lectura intermedia, pues se tiene la hora en que se hizo cada observación.

Como el altímetro viene calibrado para una determinada temperatura es necesario hacerle la corrección a cada lectura según la temperatura observada. Si se trabaja en una zona donde se presenta alta humedad se debe hacer la corrección correspondiente, para lo cual es necesario tomar lecturas con termómetros con bulbo seco y con bulbo húmedo.

*Método cuando se dispone de dos altímetros:*

Sean los altímetros No. 1 y No. 2; el No. 1 permanece fijo en la estación inicial mientras que el No. 2 se utiliza para tomar lecturas en los otros puntos. El No. 1 es leído frecuentemente (cada 10 minutos, por ejemplo), para así determinar la curva de la variación de la altura (y, por consiguiente, de la presión) durante el tiempo en que se hizo la nivelación. En cada lectura se toma la altura que la aguja indica, la hora en que se hizo la observación y la temperatura correspondiente.

El altímetro No. 2 se lee primeramente (en forma simultánea con el No. 1) en la estación inicial. La diferencia entre la lectura del No. 1 y la del No. 2 se debe exclusivamente a la calibración de cada aparato; esta diferencia se toma como un *error índice* y se aplica luego a todas las lecturas tomadas con el No. 2 para reducirlas a lecturas del No. 1. Luego se lleva el No. 2 a cada uno de los puntos de la nivelación, anotándose la altura, el tiempo y la temperatura correspondientes.

Se debe procurar que el tiempo de recorrido entre una y otra estación sea mínimo. Si por alguna razón hay alguna demora en una estación se debe tomar una lectura tan pronto se llega y otra inmediatamente antes de partir; esto ayuda a verificar la curva de variación determinada por el No. 1. Se regresa, finalmente, al punto inicial y se toman nuevamente las tres lecturas.

En la curva de variación de la altura debida a cambios en las condiciones atmosféricas (obtenida de las observaciones del No. 1), podemos interpolar para cada instante en que se hicieron observaciones en los otros puntos. La diferencia entre la lectura encontrada de la curva y la lectura observada (corregida ya por el error índice), es la diferencia de nivel entre los dos puntos. Esta diferencia debe corregirse luego por temperatura (según la temperatura de observación y aquella para la cual viene calibrado el altímetro). Si se regresa por el mismo camino es conveniente hacer otra lectura en cada estación; así se tienen dos determinaciones de la diferencia de nivel y su promedio es un mejor estimativo de la verdadera diferencia existente.

Haciendo observaciones cuando las condiciones atmosféricas son más o menos estables durante el día y aprovechando las horas en las cuales la temperatura no toma valores extremos, se obtienen resultados mejores. Las lecturas se deben hacer al aire libre y con el altímetro preferiblemente en posición horizontal. Si la nivelación es muy larga, se puede subdividir en tramos y en cada uno de ellos aplicar uno de los dos métodos expuestos. El último punto de cada tramo sirve de base para el siguiente.



NIVELACION TRIGONOMETRICA

Concepto General:

En esta clase de nivelación se miden ángulos verticales y distancias horizontales; las diferencias de nivel se calculan trigonométricamente. Si las distancias se han determinado por métodos indirectos, como sucede en las triangulaciones, hay que tener presente que instrumentos tales como el geodímetro, el electrotape y el telurómetro, miden distancias inclinadas y que la estadia de invar mide directamente la distancia horizontal.

Los ángulos verticales se pueden medir a partir de la horizontal (ángulo de pendiente) o a partir del cenit (ángulo cenital), siendo esto último lo más conveniente. El ángulo vertical debe medirse varias veces, la mitad de ellas con el anteojo en posición directa y la otra mitad con el anteojo transitado; así se obtendrá una mejor estimación del verdadero valor del ángulo, eliminando además, posibles errores por falta de corrección del aparato.

Consideremos dos puntos A y B, (Fig. 112), cuyas alturas sobre el nivel del mar son  $h_A$  y  $h_B$  respectivamente. Por medio de nivelación trigonométrica, deseamos conocer la diferencia de nivel ( $h_B - h_A$ ) entre dichos dos puntos.

Se denominan: R el radio del esferoide terrestre y  $\varphi$  el ángulo al centro. Debido a la refracción atmosférica una visual entre A y B, no sigue la línea recta AB sino el arco AB. Cuando observamos desde A, la dirección de la visual hacia B es tangente a dicho arco en el punto A. Así pues el ángulo cenital leído en A es  $Z_1$ . De igual manera, cuando ocupamos la estación B el ángulo leído es  $Z_2$ .

Se ha observado que existe una relación aproximadamente constante entre  $\tau$  y  $\varphi$  para unas mismas condiciones atmosféricas. El valor de esta relación se le denomina "coeficiente de refracción" (m) y su valor oscila entre 0.06 y 0.08.

$$m = \frac{\tau}{\varphi} \therefore \tau = \varphi \cdot m$$

Del  $\Delta ACB$  se tiene:

$$h_B - h_A = AC \frac{\text{sen } \gamma}{\text{sen } \theta} \quad (1)$$

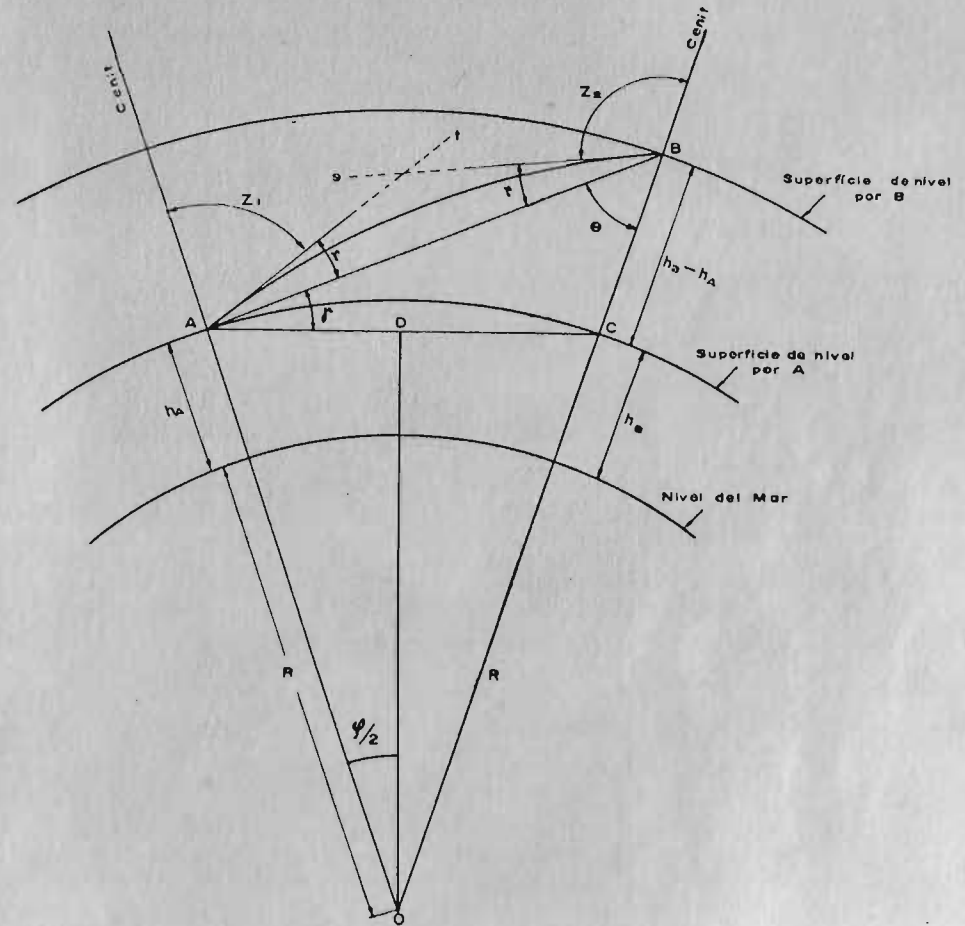


Fig. N° 112 - Nivelación trigonométrica

$$\text{También en el } \Delta ACO: \quad AC = 2(R + h_A) \text{sen } \frac{\varphi}{2} \quad (2)$$

Determinación del ángulo  $\gamma$ :

$$\hat{\gamma} = \hat{ACO} - \hat{\theta} \quad \begin{cases} \hat{ACO} = 90^\circ - \varphi/2 \\ \hat{\theta} = 180^\circ - Z_2 - m\varphi \end{cases}$$

$$\hat{\gamma} = -90^\circ - \frac{\varphi}{2} + Z_2 + m\varphi \quad (3)$$

Por otra parte, en el punto A:

$$\hat{\gamma} = 180^\circ - \left[ Z_1 + m\varphi + 90^\circ - \frac{\varphi}{2} \right] \quad (4)$$

$$\text{Promediando (3) y (4): } \hat{\gamma} = \frac{Z_2 - Z_1}{2} \quad (5)$$

Determinación del ángulo O:

$$\hat{O} = 180^\circ - [\varphi + (180^\circ - Z_1 - m\varphi)] \text{ en el } \triangle ABO \quad (6)$$

$$\hat{O} = 180^\circ - Z_2 - m\varphi \text{ en el punto B} \quad (7)$$

Promediando (6) y (7):

$$\hat{O} = 90^\circ - \left[ \frac{\varphi}{2} + \frac{Z_2 - Z_1}{2} \right] \quad (8)$$

Sustituyendo (2), (5) y (8) en (1) se tiene:

$$h_b - h_a = 2(R + h_a) \operatorname{sen} \frac{\varphi}{2} \frac{\operatorname{sen} \frac{Z_2 - Z_1}{2}}{\cos \left[ \frac{\varphi}{2} + \frac{Z_2 - Z_1}{2} \right]} \quad (9)$$

La ecuación para determinar  $\varphi$  es:  $\operatorname{sen} \varphi/2 = \frac{D}{2(R + h_a)}$

En nivelaciones topográficas no es necesario calcular el valor exacto de R para cada lugar; basta con tomar el valor promedio  $R = 6'378.200$  mts.

Nótese que cuando la observación es recíproca, el valor del coeficiente de refracción ( $m$ ) no aparece en la fórmula (9), lo cual quiere decir que el efecto causado por la refracción atmosférica se elimina. Cuando la observación no es recíproca, es necesario conocer el valor del coeficiente de refracción para así determinar el ángulo  $\tau$  y hacer la respectiva corrección al ángulo cenital.

Cuando se trata tan solo de estimar aproximadamente la diferencia de nivel BC (Fig. 113) entre dos puntos, ésta se calcula asumiendo que el ángulo ACB =  $90^\circ$  y haciendo la corrección combinada por curvatura y refracción, quedando la expresión de la diferencia de nivel:

$$BC = \overline{AC} \operatorname{ctg} Z_a \pm 0.07 \frac{\overline{AC}^2}{1.000}$$

Se tomará el signo (+) si  $Z_a < 90^\circ$  y

(-) si  $Z_a > 90^\circ$

AC = distancia horizontal en mts.

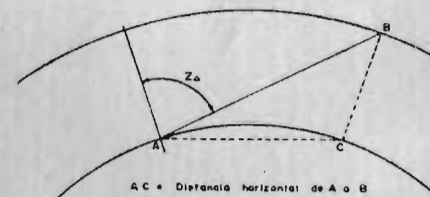


Fig. N° 113 - Nivelación trigonométrica; observación no recíproca

Los ángulos cenitales  $Z_1$  y  $Z_2$  que se emplean en la fórmula (9), deben ser corregidos por la diferencia existente entre "T" (altura sobre la placa, del punto observado) y "t" (altura del tránsito sobre la placa en el punto de observación).

El valor de dicha corrección, " $\alpha$ ", en segundos de arco, se deduce fácilmente a partir de las figuras 114 y 115.

En la Fig. 114, asimilando el valor ( $T_1 - t_1$ ), a un arco de radio D y ángulo al centro  $\alpha_1$  (en segundos) se puede escribir:

$$\alpha_1 = \frac{T_1 - t_1}{D \times \operatorname{Sen} 1''}$$

y por tanto:

$$Z_1 = S_1 + \alpha_1$$

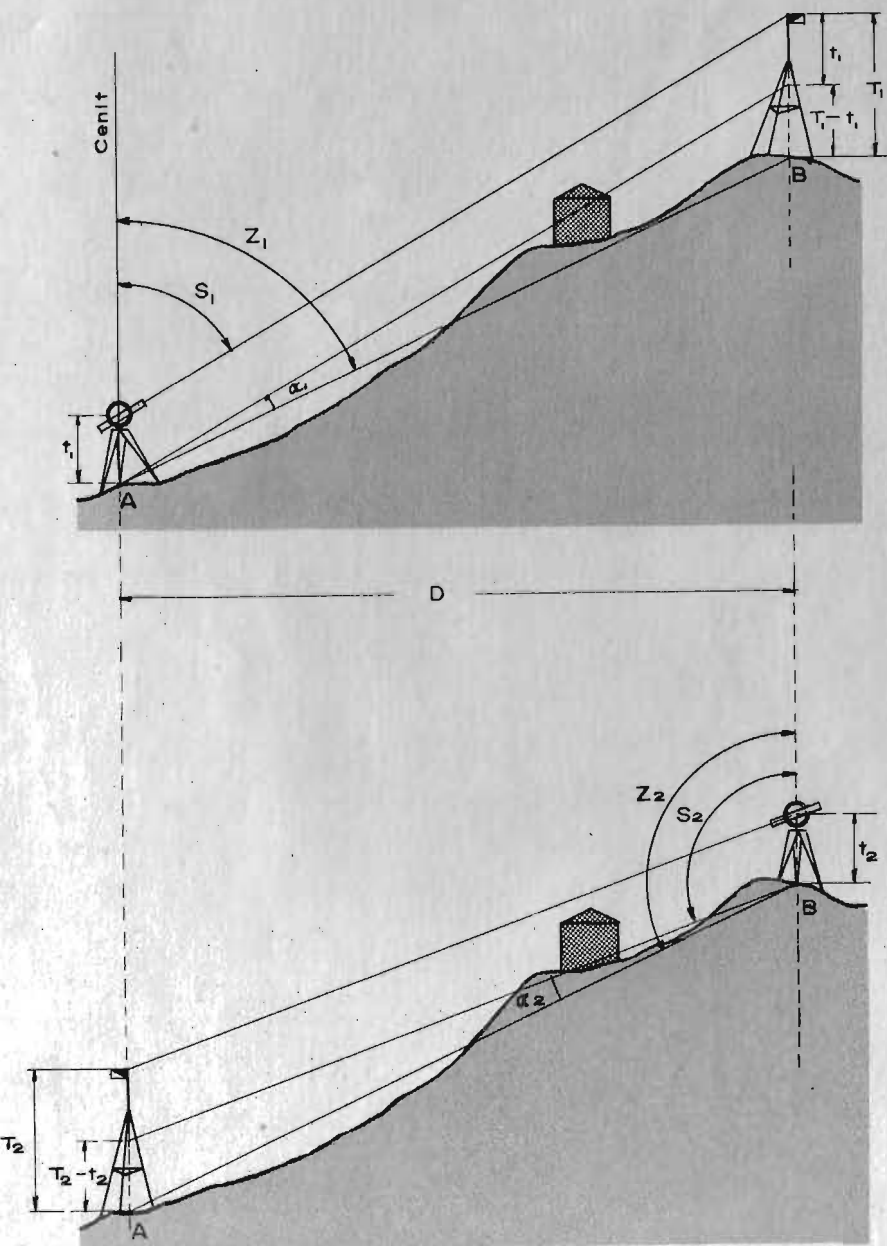
Haciendo un raciocinio similar en la Fig. 115 se obtiene:

$$\alpha_2 = \frac{T_2 - t_2}{D \times \operatorname{Sen} 1''}$$

y por tanto:

$$Z_2 = S_2 + \alpha_2$$

El valor de  $\operatorname{sen} 1'' = 0.00000485$ .



figs. Nos. 114 y 115 - Nivelación trigonométrica: corrección por altura del aparato y altura del punto observado

## CAPITULO

# 19

### NIVELACION GEOMETRICA (O DIRECTA)

*Nivelación Directa (o Geométrica):* es el sistema más empleado en trabajos de Ingeniería, pues permite conocer rápidamente diferencias de nivel por medio de lectura directa de distancias verticales. Puede ser: simple o compuesta.

a) *Nivelación Directa (o Geométrica) Simple.*

Es aquella en la cual desde una sola posición del aparato se pueden conocer las cotas de todos los puntos del terreno que se desea nivelar, (Fig. 116). Se sitúa y nivela el aparato en el punto más conveniente, o sea el que ofrezca

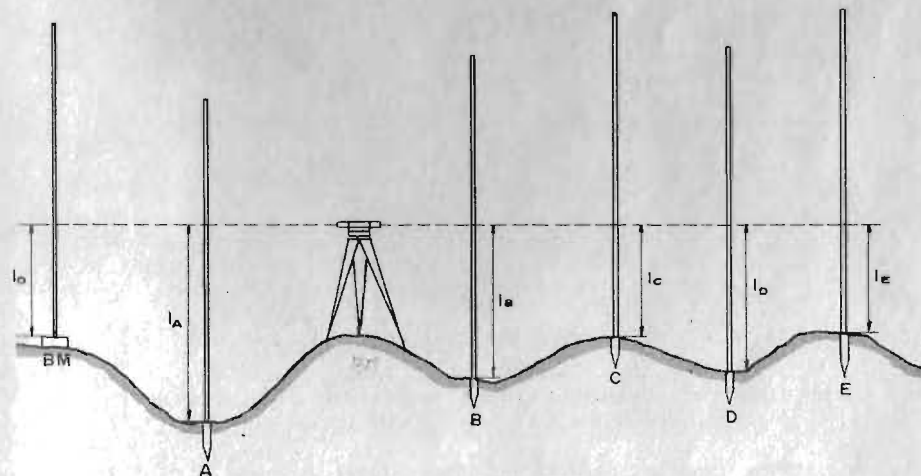


Fig. N° 116 - Nivelación geométrica simple

mejores condiciones de visibilidad. La primera lectura se hace sobre la mira colocada en un punto estable y fijo que se toma como BM, y a partir del cual se van a nivelar todos los puntos del terreno. Este BM, puede tener cota determinada previamente, o arbitrariamente escogida. Sea  $l_0$  la lectura al BM que servirá para encontrar la altura del plano horizontal que recorre la línea de vista y que se denomina *altura del aparato* ( $h \nabla$ ); así, pues:

$$h \nabla = \nabla BM + l_0 \quad (\nabla = \text{cota}).$$



La lectura sobre un punto de cota conocida se denomina *vista atrás*; a, sumada a la cota del punto, da la altura del aparato.

Las cotas de los diferentes puntos tales como A, B, C, etc., se encuentran sumando a la altura del aparato la lectura correspondiente sobre cada punto,

$$\nabla A = h \bar{\Delta} - l_A$$

$$\nabla B = h \bar{\Delta} - l_B$$

Las lecturas sobre los diferentes puntos, tales como  $l_A$ ,  $l_B$ , etc., se denominan *vistas intermedias*; éstas, restadas de la altura del aparato, dan la cota de cada punto.

⊙	(+) VISTA ATR.	(-) VIST. INT.	ALTURA $\bar{\Delta}$	COTAS	OBSERVACIONES
BM	$l_a$		$\nabla BM + l_a$	$\nabla D.M.$	Localización del B.M.
A		$l_b$		$h\bar{\Delta} - l_b$	
B		$l_c$		$h\bar{\Delta} - l_c$	
C		$l_d$		$h\bar{\Delta} - l_d$	
D		$l_e$		$h\bar{\Delta} - l_e$	
...					

Fig. N° 116A - Modelo de cartera: Nivelación geométrica simple

**Nivelación Directa (o Geométrica) Compuesta:**

Es el sistema empleado cuando el terreno es bastante quebrado, o las distancias resultan demasiado largas (> 300 mts.).

El aparato no permanece en un mismo sitio sino que se va trasladando a diversos puntos desde cada uno de los cuales se toman nivelaciones simples, y se van ligándose entre sí por medio de los llamados *puntos de cambio*.

El punto de cambio se debe escoger de modo que sea estable y de fácil identificación; es un B.M. de carácter transitorio.

En la nivelación directa compuesta se efectúan tres clases de lecturas:

1. *Vista Atrás*: Es la que se hace sobre el BM para conocer  $h\bar{\Delta}$ .

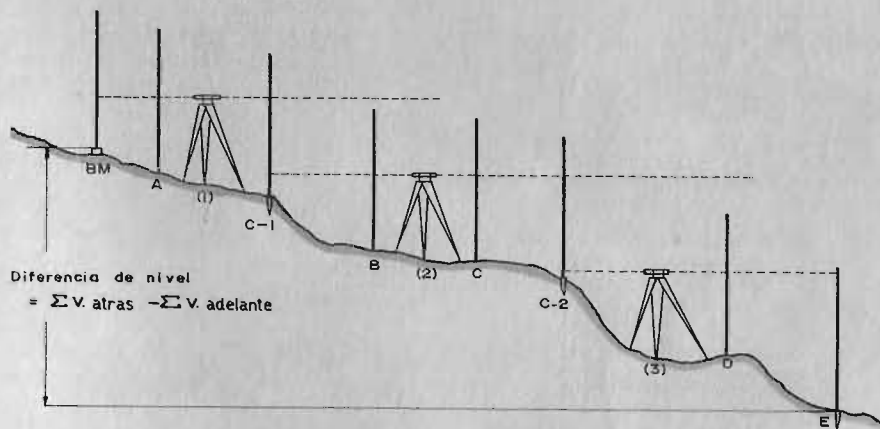


Fig. N° 117 - Nivelación geométrica compuesta

2. *Vista Intermedia*: Es la que se hace sobre los puntos que se quiere nivelar para conocer la correspondiente cota.
3. *Vista Adelante*: Es la que se hace para hallar la cota del punto de cambio (o BM provisional).

El procedimiento a seguir en una nivelación directa compuesta puede resumirse así:

1. Se arma y nivela el aparato en un punto favorable (1), desde donde se pueda leer al BM y al máximo número de puntos posible, (de acuerdo con la pendiente del terreno y la longitud de la mira de que se disponga). (Ver figura 117).

2. Se toma la lectura  $l_a$  (vista atrás) con la mira sobre el BM para encontrar la altura del aparato.

$$h_1 \bar{\Delta} = \nabla BM + l_a$$

3. Se toman lecturas de la mira sobre los diferentes puntos, tales como A, B, etc., (vistas intermedias), las cuales sirven para hallar las cotas respectivas, así:

$$\nabla A = h \bar{\Delta} - l_a; \quad \nabla B = h \bar{\Delta} - l_b$$

4. Cuando ya no se puedan hacer más lecturas desde esta primera posición del aparato, se busca un punto de cambio (C No. 1), sobre el cual se lee la mira (vista adelante).

$$\nabla C \# 1 = h_1 \bar{\Delta} - (\text{vista adelante}).$$

5. Se lleva el aparato a una segunda posición (2) desde la cual se pueda leer al C No. 1 y al máximo número de puntos posible. Se arma y nivela el aparato, y luego se lee la mira (V-atrás), con lo cual se halla la nueva altura del aparato.

$$h_2 \overline{\wedge} = \nabla C \# 1 + V. \text{ atrás}$$

6. Se prosigue nuevamente como en 3, 4, 5.

○	V.Atrás+	V.Inter (-)	V.Adel. (-)	Altura $\overline{\wedge}$	COTA	OBSERVACIONES
B.M.	$l_2$			$h_1 \overline{\wedge}$	$\nabla B.M.$	Descripción
A		$l_1$			$\nabla A$	
C#1	$l'_{c\#1}$		$l_{c\#1}$	$h_2 \overline{\wedge}$	$\nabla C\#1$	Descripción
B		$l_2$			$\nabla B$	
C		$l_c$			$\nabla C$	
C#2	$l'_{c\#2}$		$l_{c\#2}$	$h_2 \overline{\wedge}$	$\nabla C\#2$	Descripción
D		$l_d$			$\nabla D$	
E		$l_e$			$\nabla E$	

Fig. N° 117A - Modelo de cartera: Nivelación geométrica compuesta

Chequeo de la Cartera:

Se hace para estar seguro de no haber cometido error en las operaciones aritméticas o en las anotaciones en la cartera. Se basa el chequeo en que:  $\Sigma$  vistas atrás —  $\Sigma$  vistas adelante = diferencia de nivel entre el primer punto (al cual se tomó vista atrás) y el último (al cual se tomó vista adelante). Esta condición se deduce fácilmente al observar la Fig. 117.

Contranivelación:

El chequeo de la cartera no indica que la nivelación esté bien o mal hecha. Así, pues, si no se cierra la nivelación sobre un punto de cota conocida (lo cual sirve como chequeo), entonces, es necesario CONTRANIVELAR, o sea, nivelar a partir del último punto hasta llegar al B.M. inicial. La cota de llegada se compara con la cota de partida y la diferencia entre ellas da el error de cierre de la nivelación.

ERRORES PERMITIDOS EN NIVELACION

K = distancia nivelada, en kilómetros

CLASE DE NIVELACION	Longitud de la visual máxima	Aproximación en la lectura de la mira	Error Máximo en centímetros
Poca Precisión	300 mts.	5 centímetros	$9.5\sqrt{K}$
Ordinaria	150 "	0.5 "	$2.4\sqrt{K}$
Precisión	100 "	0.1 "	$1.2\sqrt{K}$
Geodésica 2o. orden	100 "	" "	$0.8\sqrt{K}$
Geodésica 1er. orden	100 "	" "	$0.4\sqrt{K}$

Anotaciones respecto a Nivelación:

1. Tanto en nivelación como en contranivelación, para ahorrar trabajo y tiempo, se debe procurar: a) si se va subiendo: hacer las "vistas atrás" en el extremo superior de la mira y las "vistas adelante" en el extremo inferior. b) Si se va bajando: hacer las "vistas atrás" en el extremo inferior de la mira y las "vistas adelante" en el extremo superior. Así se podrá abarcar más en cada posición del aparato.

2. Una nivelación puede cerrar bien, pero esto no indica que las cotas de los puntos intermedios por los cuales pasó la nivelación estén correctas, pues pueden haberse cometido equivocaciones en las lecturas o en las anotaciones y cálculos de puntos sobre los cuales se tomó vista intermedia.

3. En nivelaciones de mayor precisión, para evitar los efectos de curvatura y refracción y por falta de ajuste en el aparato, se debe procurar: a) para curvatura y refracción: que la vista adelante se tome a una distancia más o menos igual a la que se tomó la vista atrás; b) Por falta de ajuste: que la suma de las distancias a que se tomaron las vistas atrás sea aproximadamente igual a la suma de las distancias a que se tomaron las vistas adelante.

4. Los errores más comunes cometidos en nivelaciones son los siguientes: (entre paréntesis se anota la manera de evitarlos).
  - a) Error al leer la mira, (familiarizarse con anterioridad con las divisiones de ésta).
  - b) Errores en las anotaciones, (chequeo de la cartera).
  - c) Errores aritméticos, (chequeo de la cartera).
  - d) Que en el "punto de cambio" se varíe la posición de la mira mientras se hace la lectura de vista atrás y vista adelante, (procurar hacerlo sobre un punto estable y plano o colocar una placa).

- e) Que la mira esté mal desdoblada, si es de bisagra, o mal empatada, si es de enchufe, (encargar al cadenero que observe constantemente la mira para que esto no se presente).
- f) Falta de perpendicularidad en la mira (para evitar esto se le da a la mira un movimiento de vaivén, "batir la mira", tomándose la lectura menor que presente. También, existe el nivel vertical llamado "ojo de pollo", que se fija a la mira para garantizar su perpendicularidad).
- g) Asentamientos, debidos a falta de resistencia del terreno, que pueden sufrir el trípode o la mira en los puntos de cambio. (Se fija bien el trípode, y los puntos de cambio se toman sobre terreno firme).
- h) Que la burbuja no esté dentro de sus "reparos" al hacer la lectura sobre la mira; (se debe verificar la burbuja a cada lectura).
- i) Error debido a que la línea de vista no sea exactamente paralela al eje de la burbuja, "error de colimación o error de nivel", (este error se puede determinar e introducir la corrección. Hay niveles modernos con el anteojo reversible que permite, efectuando dos lecturas, tomar el promedio como valor exacto).
- j) Paralaje, (enfocar correctamente el anteojo).

## CAPITULO

## 20

## CURVAS DE NIVEL - PERFIL - NIVELACION

Se denomina *curva de nivel* la línea determinada por la intersección del terreno con un plano horizontal, (Fig. 118). Así, una curva de nivel une puntos de igual cota. Tomando una serie de planos horizontales equidistantes se obtiene un conjunto de curvas de nivel, las cuales al proyectarlas sobre un

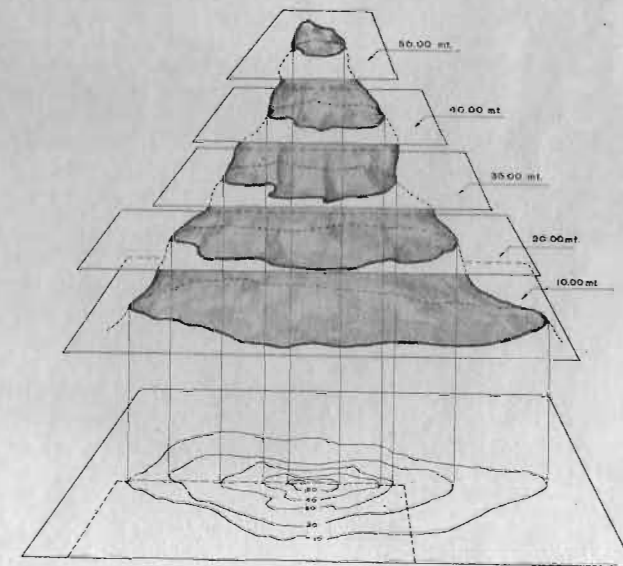


Fig.Nº 118 - Esquemización de los planos horizontales y las correspondientes curvas de nivel

plano representan el relieve del terreno, (Fig. 119). Se acostumbra dibujarlas en un color diferente al de los otros detalles del mapa, por lo general en color sepia; además, se indica en sus extremos la cota a la cual corresponde cada curva.

Las características principales de las curvas de nivel son: a) la distancia horizontal entre dos curvas de nivel es inversamente proporcional a la



pendiente del terreno; así, mientras más inclinado sea el terreno, más cercanas entre sí estarán las curvas de nivel. Cuando la pendiente es uniforme, éstas serán equidistantes. b) En superficies planas inclinadas (taludes) son rectas y paralelas entre sí. c) Líneas de nivel cerradas indican una prominencia o una depresión del terreno. d) Una curva de nivel va siempre entre una correspondiente a mayor elevación y una correspondiente a menor elevación. e) Dos curvas de nivel no pueden cortarse (salvo el caso de un socavón). La distancia vertical entre los planos que determinan las curvas de nivel depende del propósito para el cual se quiere utilizar el plano, de la escala a la cual se ha de dibujar, como también de las características mismas del terreno representado. Así, se podrán dibujar curvas de nivel cada 50 cms., cada metro, cada dos metros, etc.

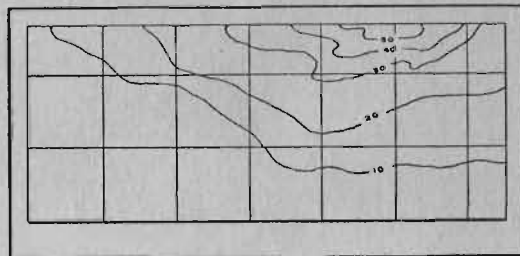


Fig. N° 119 - Dibujo de las curvas de nivel

El proceso a seguir para dibujar las curvas de nivel consiste en unir sobre el plano, puntos que tengan igual cota. El dibujante debe unir puntos de igual cota tratando de que, entre punto y punto, la curva represente fielmente la intersección del terreno con el plano correspondiente; para esto debe analizar y tratar de visualizar el relieve del terreno antes de proceder a trazar definitivamente estas curvas.

Los puntos que se unen para trazar una curva de nivel se llaman puntos de "cota redonda". Si éstas se han tomado directamente en el terreno, el problema es muy simple, pues basta con localizarlos en el plano y proceder a trazar las curvas; este procedimiento simplifica el trabajo de cálculo y dibujo, pero en cambio es bastante dispendioso en el terreno (ver "nivelación de una línea por cotas redondas", pág. 157). En cambio, si en el terreno se han tomado puntos determinados y se les ha calculado su cota, entonces es necesario interpolar entre éstos para encontrar los puntos de "cotas redondas". Esta interpolación se puede hacer:

1. *A Estima:* Se emplea cuando, además de no requerirse mayor precisión, el dibujante tiene conocimiento del terreno y criterio suficiente para que, mediante aproximados cálculos mentales, pueda efectuar la interpolación.

2. *Por computación aritmética:* Aunque es el sistema más dispendioso, es el que da mayor precisión. Se interpola en forma lineal. Ejemplo: (ver figura 120).

Se tiene  $\left\{ \begin{array}{l} \text{cota de } a = 99.20 \\ \text{cota de } b = 98.10 \end{array} \right.$  Se quiere buscar el punto de cota 99.00

Hacemos el siguiente raciocinio:

Si en 5 mts. hay una  $\neq$  de nivel de 1.10 mts.; en  $x$  metros habrá una  $\neq$  de 0.20 mts., de donde:

$$x = \frac{5 \times 0.20}{1.10} = 0.91 \text{ mts.}$$

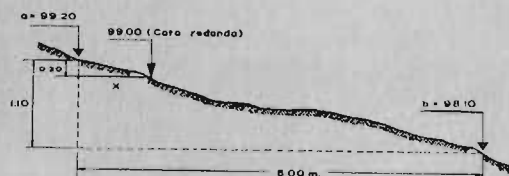


Fig. N° 120 - Interpolación aritmética de una cota redonda

3. *Gráficamente:* Interpolar aritméticamente, cuando el número de puntos que se desea interpolar es bastante grande, llega a ser demasiado dispendioso y por tanto, se ha ideado el método gráfico que da una aproximación aceptable. Un ejemplo lo explicará fácilmente.

Se tienen dos puntos A y B, (Fig. 121), (ya dibujados en el plano), de los cuales se conocen las cotas:

$$\begin{array}{l} \text{Cota A} = 85.10 \\ \text{Cota B} = 88.80 \end{array}$$

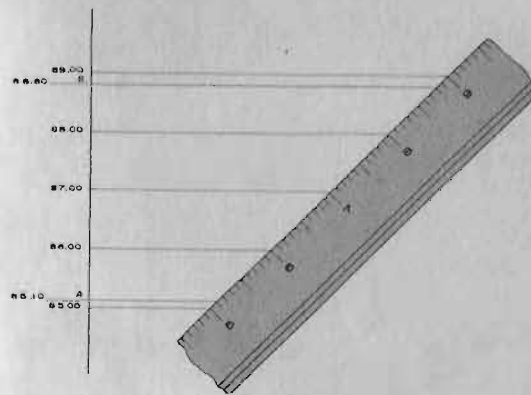


Fig. N° 121 - Interpolación gráfica de una cota redonda

Entre A y B estarán los puntos de cota 86.00 — 87.00 — 88.00, cuya localización se quiere determinar sobre la línea AB. Se trazan dos líneas paralelas entre sí (AC//BD) por A y por B. Se toma una escala (escogida convenientemente), y se marca 5.10 sobre la línea que pasa por A; luego se gira la escala hasta que marque 8.80 sobre la línea que pasa por B. Por los puntos 6.00 - 7.00 y 8.00 de la escala se trazan paralelas a AC y BD hasta cortar la línea AB, con lo cual se determinan los puntos requeridos. Este método se basa en que, por un teorema de Geometría, (Fig. 122), se tiene que:

$$\frac{Oa}{Ob} = \frac{aa'}{bb'} = \frac{a'a''}{b'b''} = \frac{a''a'''}{b''b'''}$$

PERFIL

Se denomina perfil la línea determinada por la intersección del terreno con un plano vertical.

Para dibujar el perfil de una línea, conociendo cotas de diferentes puntos sobre ella, se localizan éstos sobre el papel (generalmente papel milimetrado)

mediante un sistema de coordenadas en las cuales las abscisas representan la distancia horizontal entre ellos y las ordenadas correspondientes cotas. Uniendo estos puntos así determinados se obtiene el perfil de la línea, (Fig. 123).

En el caso de una poligonal, el perfil de cada tramo se encuentra como se acaba de ver y el perfil del conjunto se obtiene al dibujar uno tras otro los diferentes perfiles de los tramos que forman la poligonal, como si todos se hallasen en un mismo plano vertical.

NIVELACION DE:

- 1) Una línea
- 2) Un Terreno

Fig. N° 122 - Explicación geométrica de la interpolación gráfica

1) Nivelación de una línea

Para nivelar una línea se puede emplear uno de los métodos que se explican a continuación, el que se considere más conveniente en cada caso:

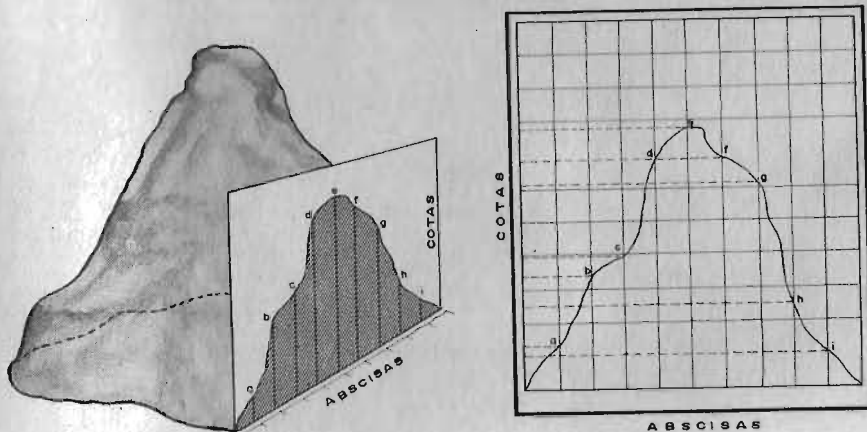


Fig. N° 123 - Esquematzación y representación de un perfil

- a) Tomando lecturas sobre la mira colocada en la línea cada 5, 10, 15 ó 20 mts., según la precisión que se desee. Este método se denomina *Nivelación por Distancias Fijas*.

- b) Buscando directamente en el terreno los puntos de cotas redondas, para lo cual, a partir de una estaca o BM. del cual se conozca su cota, se halla la altura del aparato y luego se corre la mira hasta el sitio en que la lectura cuadre con una cota redonda; por ejemplo: si se tiene altura del aparato = 101.65, hay que colocar la mira donde la lectura sea 1.65 para conocer la cota redonda 100; luego, donde se lea 2.65 estará el punto de cota 99; donde se lea 3.65 se tendrá la cota 98 y así sucesivamente. Hay que medir la distancia a la cual se encuentran estos puntos de cota redonda. Este método se denomina *Nivelación por Cotas Redondas*.
- c) Tomando lecturas sobre la mira colocada en los puntos donde el terreno presenta un quiebre o variación en su pendiente. Hay que ir midiendo las distancias parciales entre estos puntos. Este método se denomina *Nivelación por Puntos de Quiebre*.

Según las características de pendiente y longitud de la línea a nivelar, estos métodos anteriores se harán por nivelación simple o por nivelación compuesta.

También puede emplearse en la nivelación de una línea la Nivelación Trigonométrica. Según el grado de precisión requerido en la nivelación, se empleará nivel de precisión o nivel Locke; en el caso de nivelación trigonométrica se usará tránsito o nivel Abney.

2) Nivelación de un terreno

- a) *Sistema Radiación*: Se emplea cuando el terreno, además de no ser muy grande, es más o menos plano. Lo que se hace prácticamente es una nivelación simple desde el punto A (Fig. 124), sobre el cual se nivela el aparato. Cada una de las líneas A⊙ se nivela por uno cualquiera de los sistemas vistos para nivelar una línea. Luego se unen los puntos de cota redonda y se obtienen las curvas de nivel.

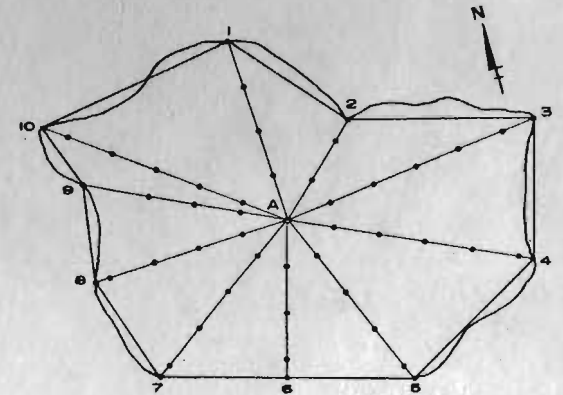


Fig. N° 124 - Nivelación de un terreno por radiación

- b) *Sistema Cuadrícula*: Se emplea cuando el terreno es más extenso y presenta variaciones considerables de nivel.

Al hacer el levantamiento del terreno se estaca el lado mayor del polígono, (AB, Fig. 125) y una perpendicular a ésta (BC) cada 5, 10 ó 20 mts. (según la precisión requerida). Luego se levantan perpendiculares a AB y (BC) por los puntos estacados; estas perpendiculares también se estacan.

Finalmente se nivelan todas las estacas y se hallan, por interpolación, las cotas redondas para dibujar las curvas de nivel.

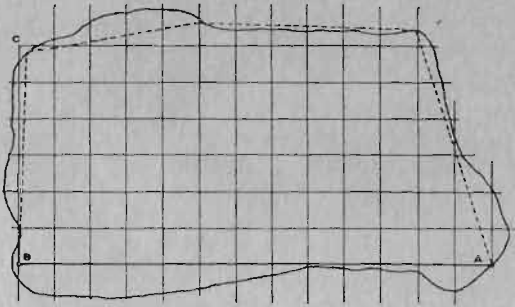


Fig. N° 125 - Nivelación utilizando sistema cuadrícula

c) Cuando se trata de nivelar una faja de terreno, se procede como sigue: Se traza una poligonal a lo largo de la zona cuya topografía se desea conocer (ABCD), (Fig. 126). Se ponen estacas cada 10 ó 20 mts., (según las características del terreno y la precisión requerida). Se nivela con nivel de precisión toda la poligonal, con lo cual se fijan cotas a las estacas. Luego, por cada estaca se trazan perpendiculares a la poligonal; estas perpendiculares deben tener una longitud de más o menos 50 mts., a lado y lado de la poligonal (esto varía según el ancho de la zona que se desea levantar). Se nivela cada una de estas transversales con lo cual se determinan los puntos de cota redonda para luego trazar las curvas de nivel. En los vértices también se nivelan las bisectrices y las perpendiculares exteriores a cada uno de los alineamientos para que no queden zonas sin determinar.

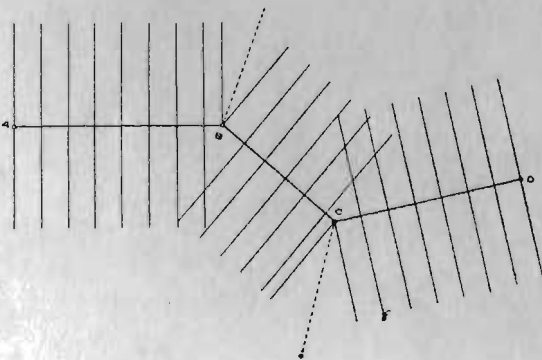


Fig. N° 126 - Nivelación de una faja de terreno

En la nivelación de estas transversales y bisectrices se puede emplear nivel de precisión si se desea una topografía muy exacta de la zona, pero generalmente es suficiente usar nivel de mano.

## CAPITULO

# 21

### AJUSTE DE UNA NIVELACION

En un circuito cerrado de nivelación (se denomina circuito cerrado cuando la nivelación regresa al punto de partida, o cuando va de un punto de cota conocida a otro punto de cota conocida), hay necesidad de repartir el error de cierre, pues debido a pequeños errores cometidos durante la nivelación la cota calculada del punto final no concuerda exactamente con el valor que se conoce. Como los principales errores en nivelación son accidentales, el error probable tiende a variar proporcionalmente a la raíz cuadrada del número de oportunidades de error, o sea a la raíz cuadrada del número de puntos de cambio. Suponiendo igual número por kilómetro, entonces el error probable varía como la raíz cuadrada del número de kilómetros. Como la corrección es proporcional al cuadrado del error probable, la corrección para cada punto intermedio es proporcional a la distancia a ese punto desde el punto de partida:

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2}$$

Ejemplo:

	Dist. (Mts.)	Cota	Corrección
BM <sub>0</sub>	00	A <sub>0</sub>	00.00
BM <sub>1</sub>	320	A <sub>1</sub>	C <sub>1</sub>
BM <sub>2</sub>	850	A <sub>2</sub>	C <sub>2</sub>
BM <sub>0</sub>	1.170	A <sub>0</sub> + e	C <sub>3</sub>

e: error de cierre en 2.340 mts. nivelados.

Por regla de tres:

$$\begin{array}{l} 2.340 \text{ ————— } e \\ 320 \text{ ————— } C_1 \end{array}$$

$$\therefore C_1 = \frac{320 \cdot e}{2.340}$$

$$\Sigma \text{ distancias niveladas} = 2.340 \text{ mts.}$$

$$\text{de igual manera: } C_2 = \frac{(320 + 850) \cdot e}{2.340}; \quad C_3 = \frac{(320 + 850 + 1.170) \cdot e}{2.340} = e$$



Cuando se trata de ajustar varias nivelaciones que cierran todas en el mismo punto (Fig. 127), hay necesidad de hacer dos ajustes: 1) ajustar la cota del punto común (A) de llegada para encontrar su valor más probable. 2) A partir de esta cota ajustar cada nivelación repartiendo (como se acabó de ver) el error de cierre, que es la diferencia entre el valor ajustado y el valor que se encontró por cada nivelación. Para el primer ajuste se procede así: los valores de la cota del punto (A) común, que se encuentran por las diferentes rutas no se pueden promediar aritméticamente, pues cada uno de ellos tiene mayor o menor probabilidad de error según la longitud de la ruta respectiva; entonces, se adopta el sistema de darle un "peso" a cada ruta, peso que es inversamente proporcional a la longitud de esa ruta; así pues, la nivelación que se ha traído desde una menor distancia, tendrá un "peso" mayor que aquélla que se ha traído desde una distancia mayor.

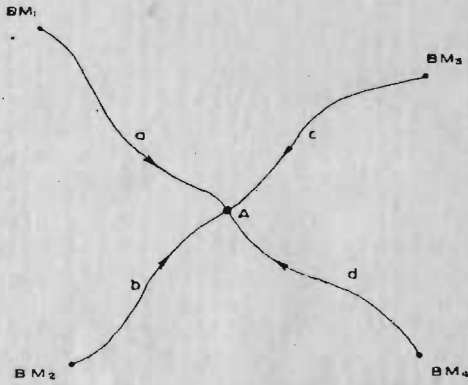


Fig. N° 127 - Ajuste de nivelaciones cerrando en punto común

so" mayor que aquélla que se ha traído desde una distancia mayor.

Ejemplo: (En la Fig. 127).

Ruta	Longitud (mts.)	Cota calculada de A (mts.)	Exceso a 420	Peso	Exceso Ponderado = Exceso x Peso
a	1.000	420.30	.30	1/10	0.03
b	1.200	420.80	.80	1/12	0.07
c	200	420.10	.10	1/2	0.05
d	400	420.60	.60	1/4	0.15
SUMAS				56/60	0.30

El promedio ponderado es la suma de los excesos ponderados dividida por la suma de los pesos, o sea:

$$0.30 \div 56/60 = 0.32$$

Se han tomado los excesos a 420.00 para simplificar las operaciones puesto que la cota de A es 420.00 más una fracción de metro, que es la que tratamos de determinar. El valor más probable de esta cota es, pues: 420.32 (cota ajustada).

El segundo ajuste se efectúa en cada ramal repartiendo el respectivo error de cierre (diferencia entre la cota ajustada 420.32 y la cota con que se

llegó por cada ramal), proporcionalmente a la distancia desde el punto de partida de cada ramal, como ya se vio en ajuste de un circuito cerrado de nivelación.

Ajuste de una Red de Nivelación:

Si varias líneas de nivelación forman una red, ésta se debe ajustar para que las cotas calculadas por uno u otro camino sean iguales. Sea, como ejemplo, la red de la Fig. 128-A; la dirección en la cual se recorrió cada línea está indicada por la flecha respectiva y la diferencia de nivel entre sus puntos extremos está expresada por la cifra, en metros, colocada en la parte superior de cada línea. Una diferencia negativa indica que el punto de llegada está más bajo que el de partida; el signo positivo indica lo contrario. Igualmente se indica, en Kms., la longitud aproximada de cada línea nivelada.

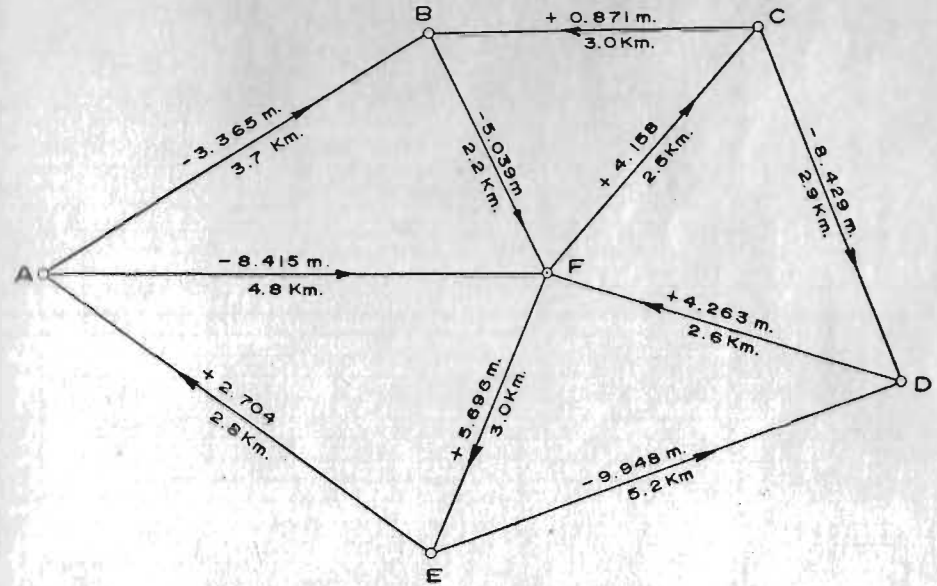


Fig. N° 128A - Red de nivelación

Se puede suponer que la red está formada de varios circuitos cerrados adyacentes y que cada circuito tiene su error de cierre, el cual es necesario repartir para que se pueda ajustar la red.

En el ejemplo se han considerado los circuitos I, II, III, IV, V y VI (siendo este último un circuito formado por las líneas exteriores de la red).

Para encontrar el error de cierre de cada circuito se parte de un punto cualquiera sobre el circuito y se van sumando algebraicamente las diferencias de nivel de las líneas, recorridas todas en un mismo sentido (en el caso del

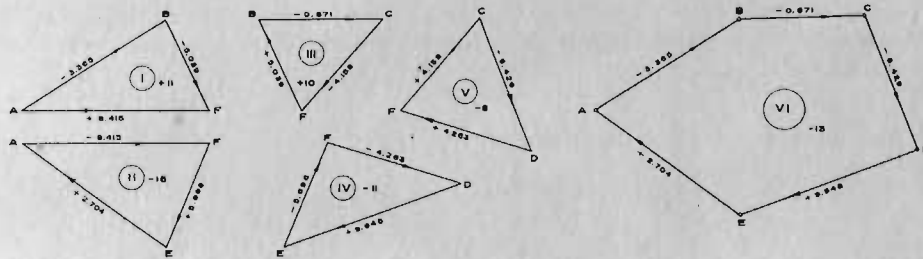


Fig. N° 128B - Circuitos de la red de nivelación

ejemplo se recorrieron en sentido horario). Nótese que una línea recorrida en un circuito en una dirección, es recorrida en sentido contrario en el circuito adyacente. Esto hace que al sumar los errores de cierre de varios circuitos adyacentes, se obtenga el error de cierre del circuito formado por las líneas exteriores (pues estas diferencias son las únicas que no se anulan).

En la figura 128-B se pueden observar los circuitos formados y sus respectivos errores de cierre, en milímetros.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
CIRCUITO	L	%	Ajuste	Nuevo	Ajuste	Nuevo	Ajuste	Nuevo	Ajuste	Nuevo	Ajuste	Nuevo	Correc.
			I	Cierre	II	Cierre	III	Cierre	IV	Cierre	V	Cierre	TOTAL
I	AB	3.7	35	-4									-2
	BC	3.5	20	-2									+1
	CA	4.5	45	-5									-10
	Σ	10.7	100										
Error cierre +11													
II	AF	4.8	45	+5									+10
	FE	9.0	28										0
	EA	2.8	27										+5
	Σ	10.6	100										
Error cierre -15													
III	BC	3.0	39										-3
	CF	2.5	32										-6
	FB	2.2	29	+2									-1
	Σ	7.7	100										
Error cierre +10													
IV	EF	3.0	28										0
	FD	2.6	24										+1
	DE	5.2	48										+10
	Σ	10.8	100										
Error cierre -11													
V	FC	2.5	31										+6
	CD	2.9	36										+3
	DF	2.6	33										-1
	Σ	8.0	100										
Error cierre -8													
VI	AB	3.7	21	-4									-2
	BC	9.0	17										-3
	CD	2.9	16										+3
	DE	5.2	30										+10
	EA	2.8	16										+5
Σ	17.6	100											
Error cierre -13													

Fig. N° 128C - Cuadro de cálculos: Ajuste de una red de nivelación

El ajuste se hace por aproximaciones sucesivas; se escoge para comenzar cualquier circuito; se reparte su error de cierre en forma proporcional a las longitudes de las líneas que lo forman. Como uno o varios lados de este circuito pertenecen a circuitos adyacentes el cierre de cada uno de éstos se modifica de acuerdo a estas correcciones.

Luego se van ajustando los otros circuitos, uno a uno, y se van haciendo las modificaciones respectivas en los demás circuitos. Así se continúa hasta que todos los circuitos quedan perfectamente ajustados. Las operaciones del ajuste se pueden desarrollar en un cuadro como el que se indica para el ejemplo.

En las columnas 1, 2 y 3 se indica: el circuito, las líneas que lo componen, la longitud aproximada de cada línea, su porcentaje respecto a la longitud total del circuito y el error de cierre respectivo. En columna 4 se indica el ajuste del circuito I y las modificaciones que experimentan los circuitos afectados. Obsérvese que si la corrección es positiva para la línea recorrida en un determinado sentido, lo es negativa para la línea en sentido opuesto, y viceversa.

En columna 5 aparece el nuevo cierre de todos los circuitos, después del ajuste de I. Nuevamente la suma de los cierres del I al V debe ser igual al cierre del VI; esto sirve de chequeo de las operaciones.

En columnas 6, 7, 8, 9, 10 y 11 se repite lo mismo que en 4 y 5, para los circuitos II, III, IV, V, VI y II (nótese que se vuelven a ajustar los circuitos si los cierres son mayores que 1 mm.). El ajuste se lleva hasta que los cierres son 0 ó 1 mm. En columna 12 se hace el ajuste final para aquellos circuitos que todavía presentan un cierre de 1 mm., aplicando este milímetro a la línea más conveniente.

En columna 13 aparece la suma algebraica de las correcciones aplicadas a cada línea. Como chequeo, obsérvese que la suma de las correcciones aplicadas a cada circuito debe ser igual y de signo contrario al error de cierre inicial.

I. Generalidades

Por medio de la Taquimetría se pueden medir indirectamente distancias horizontales y diferencias de nivel. Se emplea este sistema cuando no se requiere gran precisión, o cuando las características mismas del terreno hacen difícil y poco preciso el empleo de la cinta.

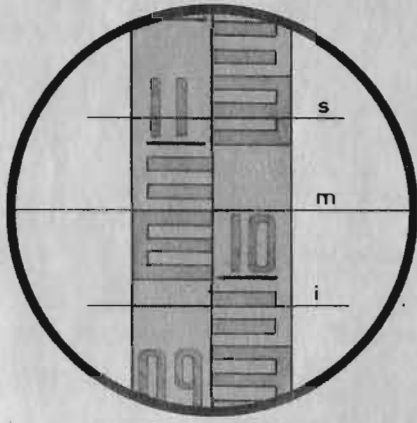


Fig. N° 129 - Retículo taquimétrico y zona de la mira dentro del campo visual

distancias, se toman las tres lecturas *s*, *m* e *i*, y el valor del ángulo vertical ( $\alpha$ ).

Para poder usar este método se requiere: un teodolito que tenga en su retículo *hilos taquimétricos* (que son dos hilos paralelos al hilo horizontal del retículo y situados uno por encima y otro por debajo de él, equidistantes, y una mira sobre la cual se toman las lecturas correspondientes al hilo superior (*s*), al hilo medio (*m*) y al hilo inferior (*i*) (Fig. 129). Nótese que el hilo medio es el hilo horizontal del retículo.

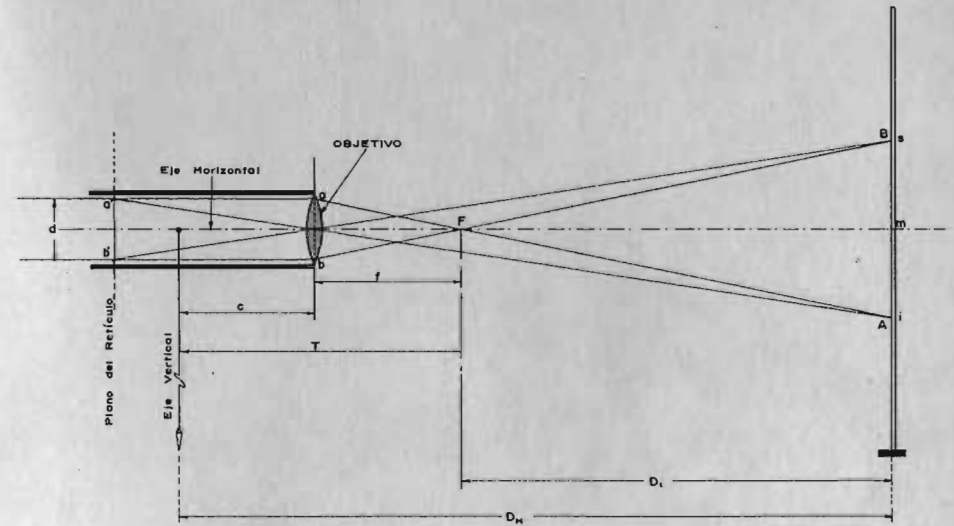
Para hacer un levantamiento empleando este sistema se procede tal como se vio en los diferentes métodos de levantamiento de un terreno con tránsito y cinta, tan solo que, en lugar de medir

II. Deducción de las fórmulas para el cálculo de las distancias horizontal ( $D_H$ ) y vertical ( $D_V$ )

a) Cuando el anteojo está horizontal:

Por semejanza de triángulos, (Fig. 130) se tiene:

$$\frac{BA}{ab} = \frac{D_1}{f} \quad \therefore D_1 = \frac{f}{d} \cdot (s-i)$$



*f* = Distancia Focal del Objetivo  
*a'b'* = Hilo Superior e Inferior del Retículo  
*a'b* = Separación entre el hilo Superior y el Inferior = *d*  
*BA* = (*s-i*) = Lectura Superior menos Lectura Inferior

Fig. N° 130 - Esquematación de la Taquimetría: visual horizontal

$f + d$  es constante para el aparato y llámase *constante estadimétrica* (*S*).

$(c + f)$  también es constante y se denomina *constante taquimétrica* (*T*).

Finalmente, como  $D_H = D_1 + T$ :

$$D_H = T + S (s-i)$$

b) Cuando el anteojo está inclinado (caso general):

Para la distancia horizontal  $D_H$  (Fig. 131):

$$D_H = D \cdot \cos \alpha \quad \text{pero: } D = T + S (A'B')$$

$$A'B' = AB \cdot \cos \alpha = (s-i) \cos \alpha$$

$$\therefore D_H = S \cdot (s-i) \cdot \cos^2 \alpha + T \cos \alpha \quad (1)$$

Para la distancia vertical,  $D_V$

$$D_V = D \cdot \sin \alpha$$



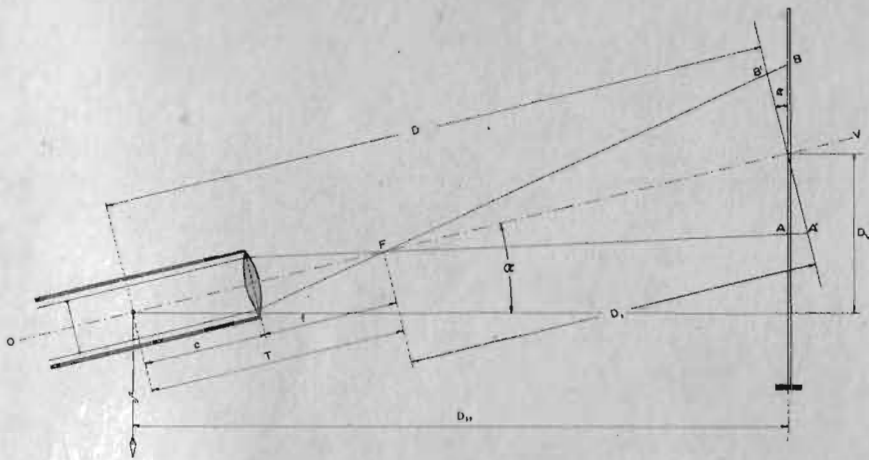


Fig. N° 131 - Esquemática de la Taquimetría: visual inclinada

y reemplazando el valor de  $D$  se obtiene:

$$Dv = S(s-i) \cos \alpha \operatorname{sen} \alpha + T \operatorname{sen} \alpha$$

pero:  $\cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \alpha = \frac{1}{2} \operatorname{sen} 2\alpha$  luego:

$$Dv = S \cdot \frac{(s-i)}{2} \operatorname{sen} 2\alpha + T \operatorname{sen} \alpha \quad (2)$$

Generalmente las constantes  $T$  y  $S$  han sido determinadas por el fabricante y vienen indicadas en el estuche del aparato (en los aparatos modernos  $T = 0$  y  $S = 100$ ). Dado el caso que se desconozcan estas constantes o que se dude de sus valores, se procede, para su determinación, así:

1) Determinación de  $T$ : en los teodolitos de enfoque interno  $T = 0$ . En los teodolitos de enfoque externo, hay que conocer  $f$  y  $c$  puesto que  $T = f + c$ ; para conocer a  $f$ : se enfoca un objeto lejano, se mide la distancia entre el objetivo y los hilos del retículo y se obtiene así  $f$ , pues teóricamente la imagen de un objeto en el infinito se forma en el plano focal, que coincide con el del retículo. Para conocer a  $c$ : se mide la distancia del eje vertical al objetivo, cuando se ha enfocado un objeto distante unos 80 mts., aproximadamente; esto da un valor promedio de  $c$ .

2) Determinación de  $S$ : en la mayoría  $S = 100$ ; si se duda se puede determinar midiendo una distancia en terreno plano con cinta y luego taquimétricamente. Se tiene que  $D \approx S(s-i) \therefore S \approx D/(s-i)$ . Como  $S$  es de todas maneras un número redondo, se toma el que más se aproxime al valor así determinado.

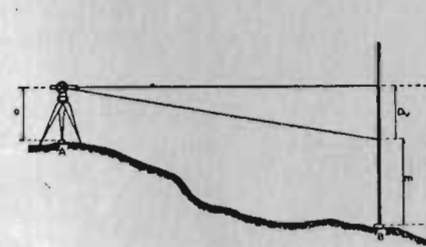


Fig. N° 132A - Cálculo de cotas por Taquimetría: ángulo vertical negativo

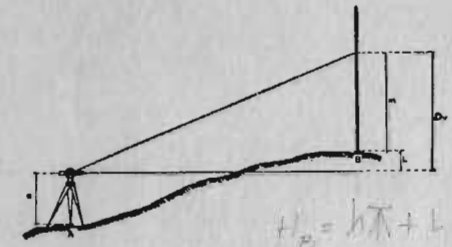


Fig. N° 132B - Cálculo de cotas por Taquimetría: ángulo vertical positivo

Cálculo de Cotas:

Para el cálculo de cotas, una vez conocida  $Dv$ , hay que tener en cuenta lo ilustrado en la Fig. 132-A (bajando) y 132-B (subiendo). Se conoce la cota ( $H_A$ ) de A y se quiere determinar la de B ( $H_B$ ). La altura del aparato ( $h \overline{\wedge}$ ) se puede determinar dando una "vista atrás" a un punto de cota conocida o midiendo directamente la longitud  $a$ , distancia del eje del anteojo al punto A; esta segunda manera es la más frecuente. Obsérvese que también se puede hacer el problema contrario, esto es, calcular  $H_A$  conociendo  $H_B$ .

$$h \overline{\wedge} = H_A + a$$

La cota desconocida será:

$$H_B = h \overline{\wedge} \mp L; \text{ según las Figs. 132-A y 132-B:}$$

$$H_B = H_A + (a - m) \pm Dv \quad \left\{ \begin{array}{l} + \text{ subiendo} \\ - \text{ bajando} \end{array} \right.$$

III. Anotaciones sobre Taquimetría

a) Aplicaciones: En levantamientos que aceptan poca precisión, en levantamientos a "grosso modo" y en levantamientos donde el uso de la cinta es difícil por las características mismas del terreno, se emplea con ventaja la Taquimetría. En los casos mencionados resulta más rápido y económico el levantamiento taquimétrico que el levantamiento con cinta.

También es gran auxiliar en levantamientos de mayor precisión para tomar detalles y para comprobar mediciones hechas directamente (con lo cual se evitan errores tales como dejar de anotar una cintada o equivocaciones al hacer la cartera).

b) Posibles causas de error: Además de las ya vistas al emplear el tránsito y el nivel, se debe tener presente las siguientes:

- Que las constantes Estadimétrica y Taquimétrica no sean las supuestas. Ya se vio cómo se determinan si hay alguna duda.

- Que la mira no tenga la longitud que indica. Hay necesidad de patronarla y si hay diferencia se debe establecer el error para aplicar a cada lectura la corrección correspondiente.
- Que la mira no sea colocada verticalmente en el momento de la observación. Para lograr esto se utiliza un nivel circular ("ojo de pollo") el cual garantiza que la mira quede vertical.
- Error al determinar las lecturas  $s$  e  $i$ . Es necesario que el observador sea bastante hábil y tenga suficiente práctica. Además, de habilidad y experiencia es necesario poner especial cuidado al hacer las lecturas, pues es bien claro que de la precisión con que se determine la diferencia ( $s-i$ ) depende la exactitud del levantamiento.

Por otro lado, se debe evitar el efecto de la refracción atmosférica lo cual se hace evitando observaciones durante condiciones atmosféricas extremas. El paralaje también debe ser eliminado; esto se logra, como ya se vio, enfocando correctamente el ocular y el objetivo.

- Error al determinar el ángulo vertical. Además de las consideraciones del aparte anterior, que son válidas también para la determinación de este ángulo, es necesario poner especial cuidado en la lectura del círculo vertical y en que el círculo sí lea  $0^{\circ} 00'$  cuando la visual está horizontal. (Ver la última corrección al tránsito).

c) *Recomendaciones:* El personal necesario para un levantamiento taquimétrico es: Un observador (para el tránsito), uno o varios cadeneros (para la, o las miras) y, generalmente, un anotador (lo cual agiliza más el trabajo en equipo).

Cuando sólo se desea conocer  $D_H$ , no es necesario anotar el ángulo vertical cuando éste es inferior a  $3^{\circ}$ , pues la reducción a la horizontal no vale la pena hacerla por ser muy pequeña la corrección. Basta con calcular ( $s-i$ ) y multiplicar por  $S$  (generalmente = 100).

Para no tener que anotar  $s$  e  $i$ , se toma para  $i$  un número redondo, con lo cual se puede hacer mentalmente la operación ( $s-i$ ) y así sólo se tiene que anotar la cantidad  $s$ .

Cuando se están determinando las cotas de los puntos observados, se simplifica bastante el cálculo si se toma la lectura  $m$  igual a la cantidad  $a$  (obsérvese la fórmula para el cálculo correspondiente).

Es muy probable que al hacer que  $m$  sea igual a  $a$  la lectura  $i$  no concuerde con un número redondo, y no se tendría la facilidad anotada anteriormente. Esto se evita así: se toma la lectura  $m$  de igual magnitud que  $a$  y en este momento se lee el ángulo vertical; luego se le da un pequeño movimiento al anteojo, con el tornillo de movimiento lento, hasta que  $i$  coincida con un número redondo. Como lo que realmente es útil para los cálculos es ( $s-i$ ), ésta se puede determinar en esta segunda posición sin que presente diferencia apreciable con la que se hubiera determinado en la primera oportunidad.

Debido a que la imagen de la mira se forma en el plano de los hilos del retículo, y como éste se inclina al mismo tiempo que se inclina el anteojo mientras que la mira se coloca vertical, entonces, se produce un paralaje que introduce error al tomar las lecturas sobre la mira. Por esta razón no se deben tomar lecturas taquimétricas cuando el ángulo vertical sea superior a  $30^{\circ}$ .

Para efectuar los cálculos se incluyen al final de este texto las "Tablas Taquimétricas", por medio de las cuales, una vez determinado  $\alpha$  y ( $s-i$ ), se pueden conocer rápidamente  $D_H$  y  $D_v$ . Estas tablas han sido desarrolladas para tránsitos cuyas constantes sean:  $S = 100$ ,  $T = 0$ .

Las columnas  $H$  y  $v$  corresponden a la tabulación de las expresiones  $100 \cdot \cos^2 \alpha$  y  $50 \cdot \sen 2 \alpha$ , respectivamente, para valores de  $\alpha$  entre  $0^{\circ}$  y  $30^{\circ}$ , de minuto en minuto.

*Empleo de las Tablas:* - (Ejemplo):

Se tiene: ( $s-i$ ) = 0.87;  $\alpha = 15^{\circ} 19'$ . De las tablas, para  $\alpha = 15^{\circ} 19'$  se tiene:

$$H = 93.02; v = 25.48$$

$$\text{Cálculo de } D_H: D_H = 93.02 \times 0.87 = 80.93 \text{ mts.}$$

$$\text{Cálculo de } D_v: D_v = 25.48 \times 0.87 = 22.17 \text{ mts.}$$

EL TAQUIMETRO  
AUTO-REDUCTOR

Los tránsitos modernos tienen la constante de adición igual a cero (ver Taquimetría, pág. 165) y la de multiplicación igual a 100, con lo cual las fórmulas taquimétricas quedan reducidas a:

$$D_h = 100 (s-i) \cos^2 \alpha$$

$$D_v = 100 (s-i) \cos^2 \alpha \times \text{tg } \alpha$$

Como se puede observar, la distancia horizontal ( $D_h$ ) es función de  $\cos^2 \alpha$ . Este factor decrece a medida que aumenta el ángulo de inclinación  $\alpha$ , lo cual equivale a reducir la cantidad  $(s-i)$  a una cantidad  $(s-i)'$  que depende del valor del ángulo de inclinación  $\alpha$ , con lo cual se puede escribir que  $D_h = 100 (s-i)'$ .

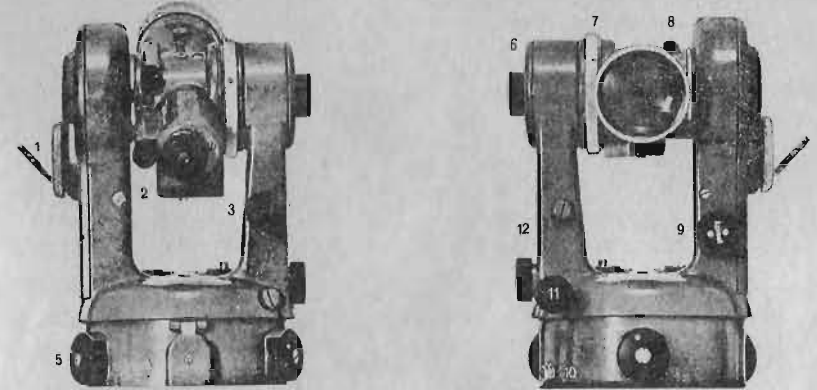
La reducción de la cantidad  $(s-i)$  a  $(s-i)'$  en que  $(s-i)' = (s-i) \cos^2 \alpha$  podría lograrse automáticamente si los hilos del retículo se fueran acercando entre sí a medida que el anteojo se va desviando de la horizontal, es decir a medida que  $\alpha$  aumenta, de manera que la cantidad leída fuera directamente  $(s-i)'$ .

La teoría anterior ha sido puesta en práctica por medio de un retículo excéntrico que gira dentro de una caja aplicada al ocular, de manera que hace que la distancia entre los hilos superior e inferior varíe proporcionalmente a  $\cos^2 \alpha$  y por lo tanto el valor leído corresponda a  $(s-i)'$ , bastando entonces multiplicar mentalmente este valor por 100 para conocer  $D_h$ .

Siguiendo un raciocinio similar y haciendo que la variación entre los hilos del retículo ocurra proporcionalmente a  $\cos^2 \alpha \times \text{Tg } \alpha$  se logra leer directamente el valor  $(s-i)''$  el cual multiplicado por 100 permite conocer  $D_v$ .

Los tránsitos con la innovación en los hilos del retículo descrita anteriormente se denominan Taquímetros Auto-Reductores y tienen variaciones de detalles de acuerdo con los respectivos fabricantes. Para ilustrar lo anterior se explican a continuación brevemente algunos de los modelos más conocidos en nuestro medio.

MODELO K1-RA DE LA CASA KERN

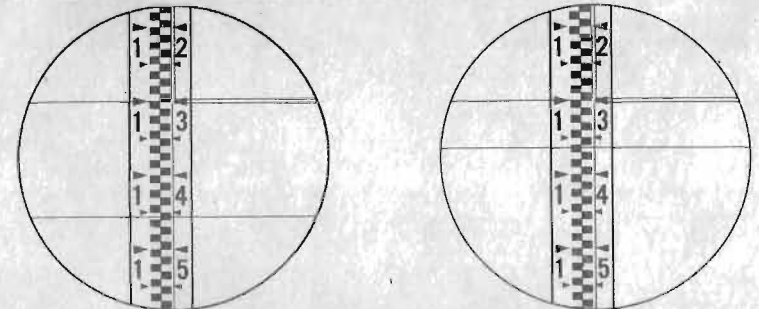


- |  |   |
|--|---|
| 1 Espeja de iluminación  | 8 Colimador visor   |
| 2 Ocular para la lectura de los limbos                                 | 9 Botón de cambio, para numeración dextrorsum o sinistrorsum del limbo horizontal |
| 3 Tornillo de coincidencia vertical                                    | 10 Enchufe de iluminación   |
| 4 Mando para el giro del limbo horizontal                              | 11 Tornillo de coincidencia azimutal  |
| 5 Mando para la puesta en posición horizontal                          | 12 Mando del micrómetro   |
| 6 Mando para el ajuste de foca   |   |
| 7 Arandela de cambio, para distancia horizontal o diferencia de altura |   |

Fig. N° 133 - Taquímetro Auto-Reductor Modelo Kern K1 - RA.

Este instrumento resume una larga experiencia en Auto-Reducción y es por lo tanto un aparato extremadamente sencillo. El dispositivo reductor consta solamente de dos trazos horizontales paralelos que aparecen en el campo visual del anteojo (Fig. 133 - A y B), los cuales permiten tomar lectura directa sobre una mira vertical de tipo corriente, y por una sencilla resta conocer la distancia horizontal o vertical directamente. En el caso ilustrado en la Figura 133-A se tiene:  $(s-i)' = 1,456 - 1,300 = 0,156$  y se obtiene la distancia horizontal  $D_h = 15,6$  mts.

RETICULO Y LECTURA DEL TAQUIMETRO AUTO-REDUCTOR K1-RA



Lectura de la distancia horizontal 15,6 m.

Lectura de la diferencia de altura 0,156 m.  
Altura de visado en la mira 1,3 m.

Fig. N° 133 - A

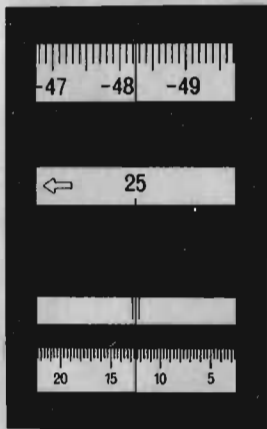
Fig. N° 133 - B



Análogamente, girando la "arandela de cambio" (ver Fig. 133) se toma, también directamente la lectura de  $(s-i) = 1,364 - 1,300 = 0.064$  y se obtiene la distancia vertical o diferencia de altura  $Dv = 6.40$  mts. (Fig. 133-B).

Como puede apreciarse en el ejemplo, el trazo superior del retículo es fijo y corresponde al eje de la línea de vista (sólo que en este instrumento está desplazado hacia arriba) o sea que su lectura sobre la mira equivale a la "m" (ver Taquimetría, pág. 167) utilizada para el cálculo de cotas. El trazo inferior del retículo es móvil y se ajusta por medio de la "arandela de cambio" para la lectura de la distancia horizontal (Dh) o de la distancia vertical (Dv).

Otras características del KERN K1-RA incluyen el limbo de lectura del círculo vertical provisto de división tangencial (permite leer directamente el valor de la tangente del ángulo vertical) y la lectura del círculo horizontal (según el modelo) se puede obtener con micrómetro o con microscopio. Además por medio del botón 9 (ver Fig. 133) se puede efectuar la lectura del círculo horizontal hacia la derecha o hacia la izquierda, permitiendo la lectura de ángulos hacia la izquierda. Estas características están ilustradas en la Fig. 133-C.



Limbo vertical — 0,4824  
360° limbo horizontal  
con micrómetro  
división sinistrorsum  
25° 12' 30"



Limbo vertical + 0,0046  
360° limbo horizontal  
con microscopio de escala  
división dextrorsum  
288° 41'

Fig. N° 133 - C - Ilustración de la lectura de los círculos Vertical y horizontal del Taquímetro Auto-Reductor K1 - RA.

Modelo DKRV de la Casa Kern:

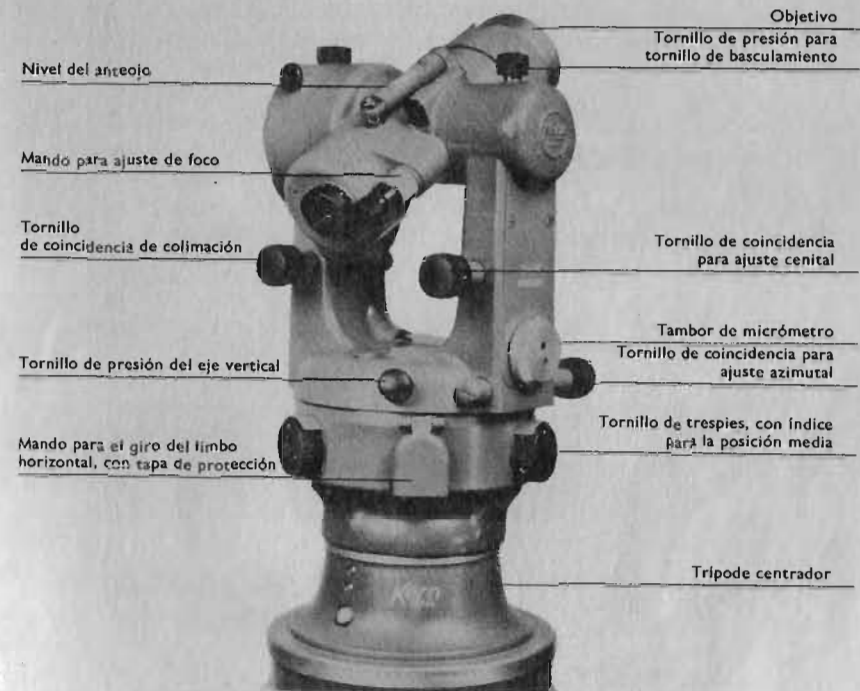


Fig. N° 134 - Taquímetro Autoreductor KERN DKRV

Con este modelo de Auto-Reductor la casa constructora ha logrado una mayor precisión en los resultados del cálculo de la distancia horizontal en comparación con el modelo K1-RA descrito anteriormente. La constante de multiplicación es 80 (para poder mejorar las características ópticas del anteojo y lograr mayor precisión en las lecturas), lo cual hace necesario multiplicar por 80 cuando se lee una mira graduada en centímetros; pero, para evitar esta ligera incomodidad, el aparato cuenta entre sus accesorios con una mira especial cuya graduación no es en centímetros sino en divisiones de 1.25 cms., cada una, lo cual hace que las  $(s-i)$  observadas, como si fueran centímetros, se puedan multiplicar por 100.

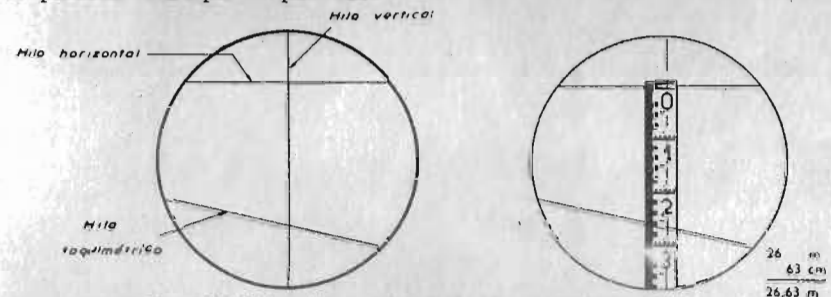
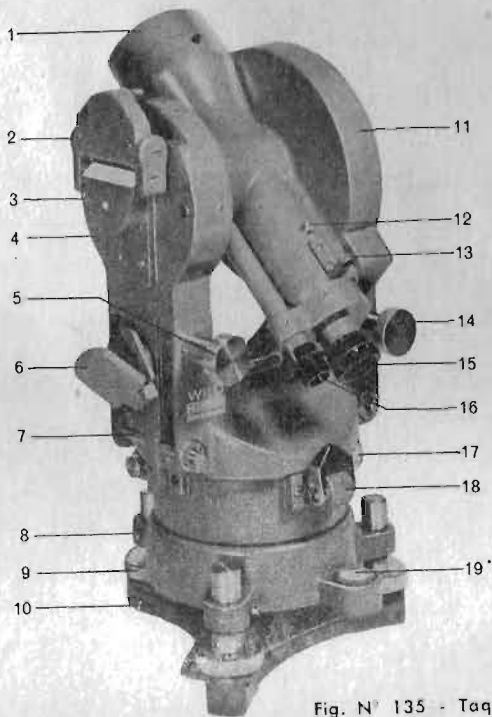


Fig. N° 134A - Hilos del retículo del autoreductor DKRV

Además, el retículo es diferente, (Fig. 134-A), pues no tiene los hilos tradicionales de todo tránsito. Tiene hilo vertical y horizontal, pero este último no pasa por el centro del campo visual, sino que está hacia la parte superior. Tiene además un hilo taquimétrico que se desplaza según el ángulo  $\alpha$ .

El eje óptico del aparato sigue siendo el cruce del hilo vertical con el horizontal. Como el anteojo es de imagen invertida, el cero de la mira aparece en la parte superior del campo visual; se hace coincidir el hilo horizontal con el cero de la mira, así que la lectura  $i = 0.0$ . La lectura superior se toma con el hilo taquimétrico móvil (por medio de un novedoso sistema se pueden leer 4 cifras, lo cual da centímetros para distancias menores de 100 mts., y decímetros para distancias superiores) y puesto que  $i = 0.0$  entonces basta con multiplicar esta única lectura por 100 para obtener  $D_H$ .

El cálculo de la distancia vertical también se ha modificado bastante, pues ésta se calcula como:  $D_v = D_H \cdot \text{tg } \alpha$ . Para simplificar esta operación, en lugar del círculo vertical graduado en grados, minutos y segundos, tiene un círculo vertical que da la tangente del ángulo  $\alpha$  con su signo. Además, para agilizar el cálculo de cotas, la altura  $m$  se toma igual a la altura del aparato  $a$ , para lo cual el cero de la mira se sube o baja hasta que esté a una altura igual a  $a$  sobre el punto de cota; esto se puede hacer fácilmente pues la mira, sostenida por un trípode, se puede subir o bajar hasta que esta condición se cumpla.



- 1 Objetivo del anteojo
- 2 Nivel del limbo cenital
- 3 Tornillo de ajuste del nivel
- 4 Caja del limbo cenital
- 5 Tornillo de calaje del nivel del limbo cenital
- 6 Espejo de iluminación
- 7 Botón de fijación al estuche
- 8 Tornillo de fijación del tornillo nivelante
- 9 Tornillo nivelante
- 10 Plataforma de fijación
- 11 Caja del círculo del diagrama
- 12 Tornillo de corrección de la colimación horizontal
- 13 Visor anular
- 14 Tornillo tangencial vertical
- 15
- 16
- 17
- 18
- 19

Fig. N° 135 - Taquímetro autoreductor WILD RDS

Modelo RDS de la Casa WILD:

Este aparato tiene constante de multiplicación igual a 100. El retículo presenta hilo vertical y tres hilos en el sentido horizontal, (Fig. 135-A). El hilo inferior corresponde al horizontal del retículo corriente; este hilo se procura colocar siempre sobre la marca 100 de la mira. El hilo superior sirve para encontrar la lectura  $s'$ , de la cual basta restar 100 y multiplicar por 100 para conocer  $D_H$ .

El hilo central se utiliza para conocer la  $D_v$  (diferencia de nivel entre el anteojo y el punto sobre el cual cae el hilo inferior en la mira). Se anota la lectura con este hilo  $s''$ , se le resta la lectura con el hilo inferior (100, generalmente) y este residuo, en centímetros, se multiplica por el factor marcado sobre este hilo. El resultado es la  $D_v$ , en metros, positiva para los signos (+) y negativa para los signos (-).

Observaciones: Para obtener buena precisión con estos aparatos se debe: a) leer los hilos diagramados sobre la mira siempre en correspondencia con el hilo vertical del retículo; b) colocar verticalmente la mira para cada lectura y c) tener suficiente habilidad para tomar las lecturas correspondientes.

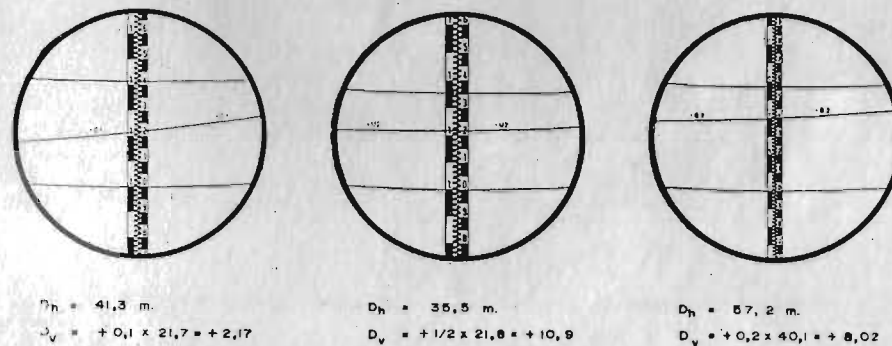


Fig. N° 135A - Hilos del retículo del Autoreductor RDS

Fácilmente se pueden apreciar las ventajas que presenta este aparato, pues ahorra gran cantidad de cálculos, evita consultar tablas y, por consiguiente, elimina muchas posibilidades de error. Antes de comenzar un trabajo con este aparato, es conveniente verificar que el retículo diagramado esté correctamente ajustado, comprobando mediciones hechas directamente.

ESTADIA DE INVAR

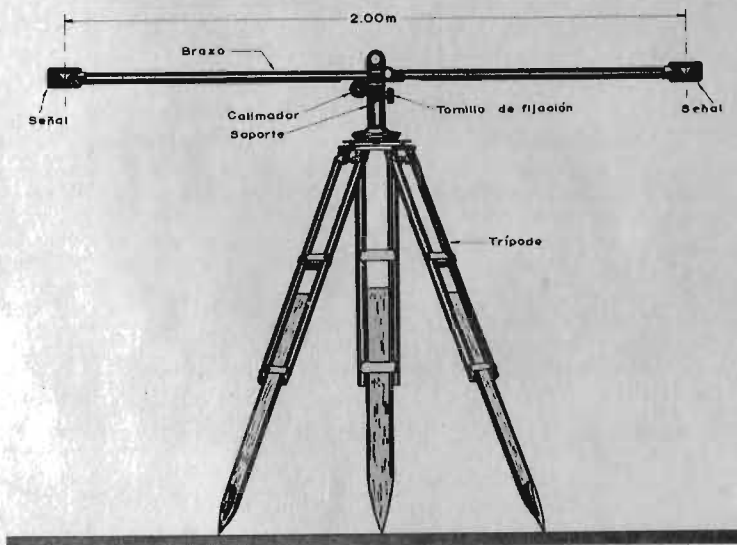


Fig. N° 136 - Estadia de Invar

La *estadia de invar* es un instrumento empleado para la medición indirecta de *distancias horizontales*. Este aparato es, en esencia, una base de longitud fija (2 mts.), que va montada sobre un trípode y que tiene dispositivos especiales para colocarla horizontal y perpendicular a la línea que se desea medir. La distancia se puede determinar por un sencillo cálculo trigonométrico, si se conoce el ángulo entre las dos señales de la estadia, observado con un teodolito desde el otro extremo de la línea a medir.

Se denomina "de invar" debido a que el material que une las dos señales es de *invar*, aleación de acero y níquel principalmente, que presenta muy poca variación de longitud con los cambios de temperatura, con lo cual se garantiza que la distancia entre las dos señales se mantiene constante. Por medio de la cabeza nivelante, y con la ayuda de un nivel circular, se logra la horizontalidad de los brazos de la estadia; por medio de un colimador se da vista hacia el

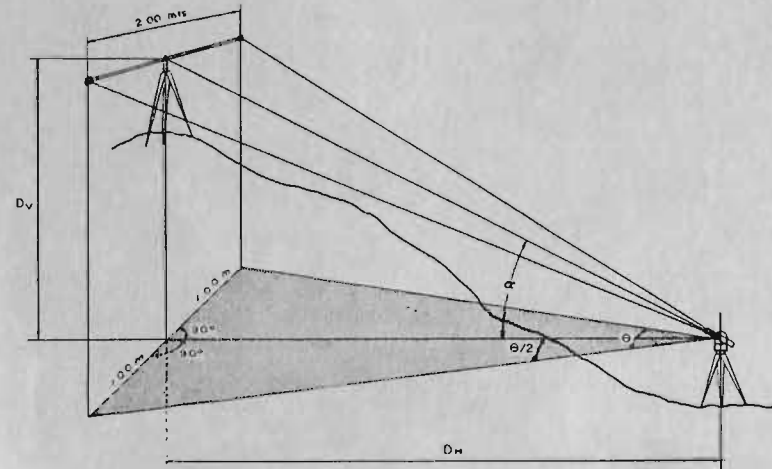


Fig. N° 137 - Esquematación de la teoría de la estadia de Invar

teodolito y cuando se tenga éste bien centrado en su campo visual, la estadia estará perpendicular a la línea que se desea medir. Basta sólo observar con el teodolito el ángulo  $\theta$  (ángulo paraláctico, Fig. 137), entre las visuales a cada una de las señales de la estadia. Debe observarse que este ángulo se mide en un plano horizontal (que es el plano en el cual está el círculo horizontal del teodolito) y que, por lo tanto, al calcular trigonométricamente la distancia, se obtiene la longitud horizontal entre los dos puntos:

$$\text{tg } \theta/2 = \frac{1.0}{D_H}$$

$$\therefore D_H = \frac{1.0}{\text{tg } \theta/2} = \text{ctg } \theta/2$$

Para calcular la distancia vertical se necesita medir además el ángulo vertical:

$$D_V = D_H \cdot \text{tg } \alpha$$

Para mayor facilidad en los cálculos se incluyen al final, unas tablas para calcular esta distancia en función del ángulo  $\theta$ ; sobra decir que estas tablas son sencillamente la tabulación de  $\text{ctg } \theta/2$  para valores entre  $0^\circ$  y  $5^\circ$ , de segundo en segundo. (Ver tablas de La Estadia - Cap. 36, pág. 308).

Se observa claramente que la exactitud con la cual podemos conocer el valor de la longitud  $D_H$  depende de la precisión en la determinación de  $\theta$ . Por esta razón el ángulo paraláctico se debe determinar con un teodolito que



lea segundos, empleando uno de los métodos vistos para medir ángulos con precisión, y haciendo la mitad de las observaciones con el anteojo en posición directa y la otra mitad en posición inversa.

En la siguiente tabla se muestra la aproximación de la medición en el supuesto que el ángulo paraláctico ha sido determinado según las recomendaciones anotadas anteriormente, y con una precisión de  $\pm 1''$ .

Distancia medida metros	50	100	150	200	300	400	500	600	700
Error Promedio cms.	0.43	1.71	3.86	6.86	15.43	27.43	42.86	61.72	84.00
Error Unitario	1:11.650	1:5.850	1:3.900	1:2.950	1:1.950	1:1.450	1:1.200	1:1.000	1:850

Como se puede apreciar en la tabla anterior, para obtener resultados satisfactorios, se debe procurar que la distancia medida no sea superior a 200 mts. Si se necesita medir una distancia mayor de 200 mts., y no se quiere rebajar la exactitud, se emplea uno de los siguientes métodos, Fig. 138:

- Medir la distancia en dos partes, colocando la estadia en la parte media.
- Determinar la distancia mediante una base auxiliar situada en un extremo de la línea; para la medición de esta base auxiliar se emplea la estadia.
- Determinar la distancia en dos partes, colocando la base auxiliar en la parte media de la línea a medir.

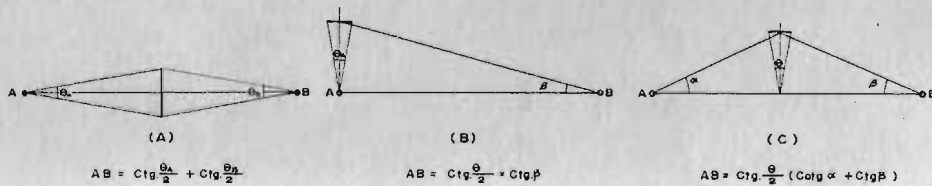


Fig. N° 138 - Manera de medir una distancia con la estadia de Invar

Precauciones en el manejo de la estadia:

1. Para que las condiciones trigonométricas supuestas en el desarrollo teórico se cumplan en el campo práctico, es necesario verificar antes de cada observación que la estadia esté *horizontal* y que sea *perpendicular* a la línea que se va a determinar.

2. El teodolito debe estar perfectamente corregido y en el momento de la observación debe estar bien nivelado para que el ángulo  $\theta$  sea verdaderamente horizontal.

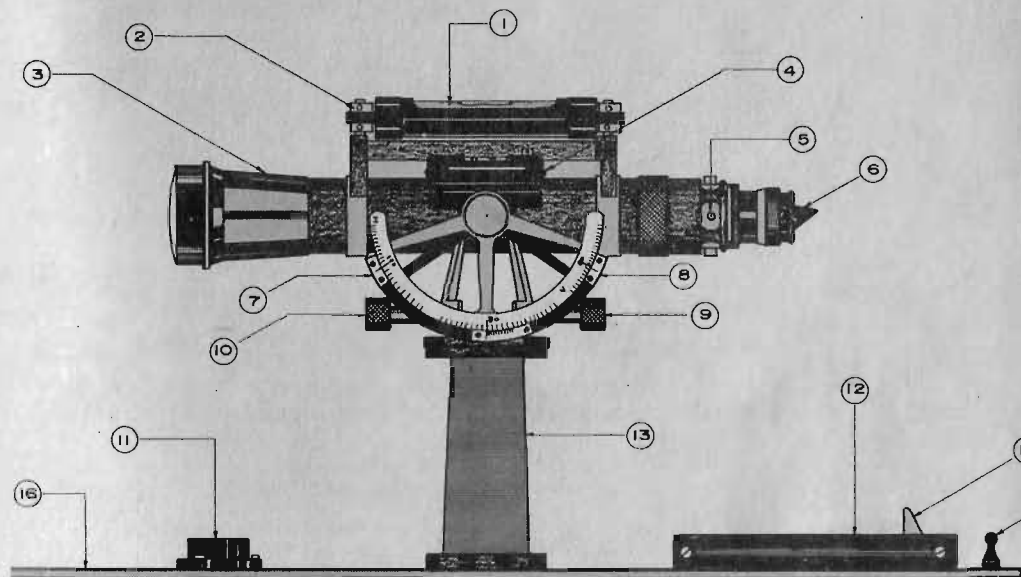
3. Para que el ángulo paraláctico quede perfectamente determinado, se debe procurar no hacer observaciones durante condiciones extremas de temperatura y evitar que la visual pase muy cerca al suelo o a cualquier otra superficie para eliminar las variaciones debidas a la refracción.



Fig. N° 139 - La plancheta

Descripción:

La plancheta, (Fig. 139) consta esencialmente de: un tablero que se monta y nivela sobre un trípode que tiene una cabeza diseñada especialmente (Fig. 144), con doble tornillo, lo cual permite, por una parte, nivelar el tablero y por otra, una vez nivelado, girar en azimut; una alidada, (Fig. 139-A), que



ALIDADA

- |                                      |  |
|--------------------------------------|--|
| 1 - Nivel de caballete               | 9 - Tornillo de movimiento lento de la alidada |
| 2 - Tornillo de corrección del nivel | 10 - Tornillo de movimiento lento del nivel 4  |
| 3 - Anteojo                          | 11 - Nivel circular de la base                 |
| 4 - Nivel del círculo vertical       | 12 - Brújula o declinatoria                    |
| 5 - Reticulo                         | 13 - Soporte de la alidada                     |
| 6 - Prisma ocular                    | 14 - Sujetador de la brújula                   |
| 7 - Índice del Beaman H              | 15 - Perilla                                   |
| 8 - Índice del Beaman V              | 16 - Base                                      |

Fig. N° 139A - Alidada de la plancheta

es una regla adjunta a un anteojo que permite lanzar visuales paralelas a sus bordes. El anteojo gira sobre un eje horizontal y dispone además de un semicírculo vertical graduado y un arco Beaman (en algunos modelos) que se describe más adelante. Por medio de ganchos tales como el mostrado en la Fig. 140 se asegura al tablero el papel especial sobre el cual se dibuja.

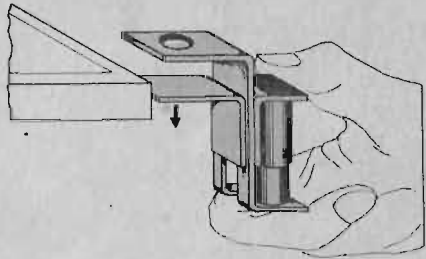


Fig. N° 140 - Gancho para sujetar el papel

La plancheta es un instrumento ampliamente usado tanto en Europa como en Norteamérica para la elaboración de planos, cuando no se requiere alta exactitud y, por el contrario, bastante rapidez. El plano se hace directamente en el terreno a medida que avanza el trabajo de campo, eliminándose así el trabajo de oficina.

Para la medición de las distancias, el anteojo dispone de hilos taquimétricos que se emplean, en combinación con el arco Beaman, para conocer las distancias horizontales y las diferencias de nivel.

Existen también alidadas cuyo anteojo tiene retículo con dispositivo autorreductor, (Fig. 141 y 142,) que simplifica notablemente el cálculo de  $D_H$  y  $D_v$ .

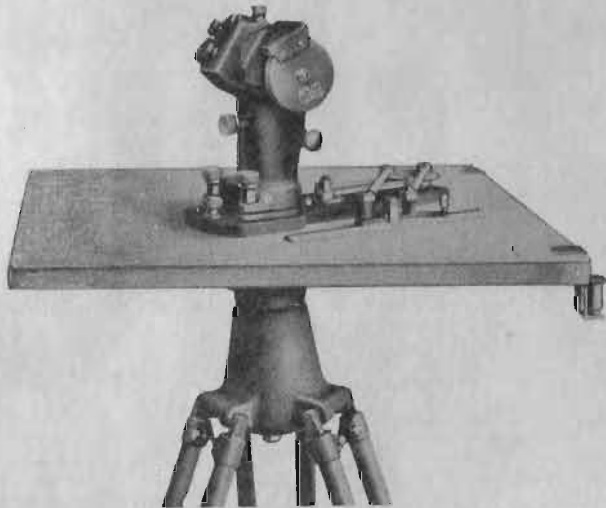


Fig. N° 141 - Plancheta autoreductora KERN

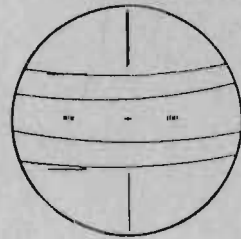


Fig. N° 142 - Retículo de la plancheta autoreductora KERN

Colocación, Orientación y Manejo de la Plancheta.

Para colocar la plancheta sobre un punto determinado y lograr obtener exactamente su localización sobre el papel, hay que tener en cuenta: a) Si la escala empleada es más pequeña que 1 : 500, esto puede hacerse aproximadamente, a estima, sin que el error debido a la excentricidad resultante sea apreciable. b) Si se trabaja a escala igual o mayor que 1 : 500, se emplea el dispositivo que aparece en la Fig. 143.

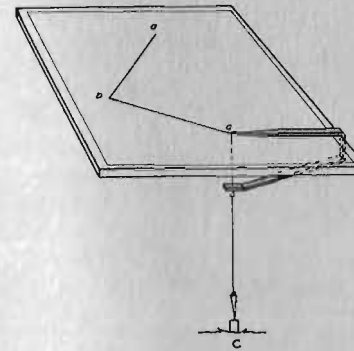


Fig. N° 143 - Dispositivo para "centrar" la plancheta

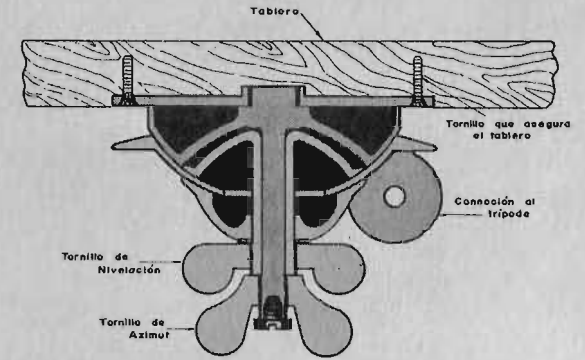


Fig. N° 144 - Dispositivo para "nivelar" la plancheta: Rótula JOHNSON

El tablero se nivela centrando el nivel circular que posee la alidada, o por medio de un nivel tubular auxiliar que algunos modelos traen para este efecto, moviendo manualmente el tablero, lo cual se puede hacer manteniendo flojo el tornillo de nivelación de la cabeza del trípode, (Fig. 144).

El trípode debe ir firmemente asegurado al terreno para evitar las vibraciones; igualmente debe dársele una altura adecuada, para evitar que el observador tenga que apoyarse sobre el tablero y lo desnivele.

Para orientar el tablero con una dirección dada, éste puede girar sobre su eje vertical soltando el tornillo de azimut, (Fig. 144). Se presentan dos casos:

a) Si se desea orientar con la dirección Norte-Sur, se traza sobre el papel una línea que la represente (Fig. 145) y se hace ésta paralela a la declinatoria (Fig. 146) (aguja imantada de poco giro) girando el tablero hasta que la aguja marque el Norte. Enseguida se fija el tornillo de azimut.

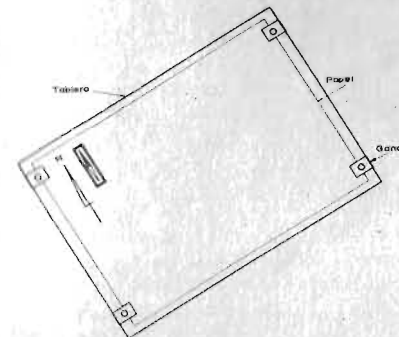


Fig. N° 145 - Orientación de la plancheta con la N-S

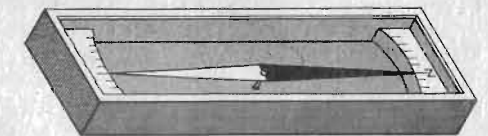


Fig. N° 146 - Brújula declinatoria



b) Cuando existe en el plano una línea, cuya dirección es conocida y se ocupa con la plancheta uno de los extremos de dicha línea, la orientación de la plancheta se lleva a cabo dando "vista atrás". Esta operación se efectúa haciendo coincidir la regla de la alidada con la línea *ba* (Fig. 147) y girando el tablero hasta que el punto A sea visible por el anteojo.

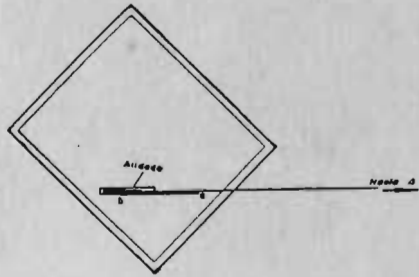


Fig. N° 147 - Orientación de la plancheta con una línea conocida

Una vez orientada la plancheta, para determinar un punto sobre el plano se procede así: manteniendo la regla de la alidada en contacto con el punto que representa la estación sobre la cual está el aparato, se gira la alidada hasta que con el anteojo se dé vista al punto que se desea localizar. Se dibuja la correspondiente visual y sobre ésta se mide, a la escala del plano, la distancia *a* que se encuentra el punto a determinar, calculada ésta de manera directa (con cinta) o indirecta (taquimétricamente).

**El Arco Beaman**

Deriva su nombre del de su inventor, el norteamericano William Beaman. Consiste en un arco especialmente graduado sobre el semicírculo vertical de la alidada, (Fig. 148). Se emplea para determinar distancias horizontales y diferencias de elevación, sin necesidad de emplear tablas o diagramas, ni de leer ángulos verticales.

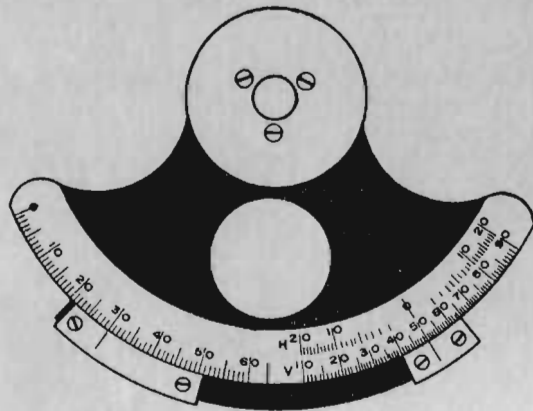


Fig. N° 148 - Arco Beaman

**Distancias Horizontales:** Para este objetivo las divisiones señaladas en la escala H (Fig. 148), están hechas de tal manera que cuando el anteojo esté horizontal, la correspondiente lectura sea 100; esto quiere decir que la distancia horizontal observada es el 100% de la calculada taquimétricamente en función

de la lectura hecha sobre una mira, con los hilos superior e inferior del retículo. Cuando se hace una lectura sobre la mira con el anteojo inclinado, el valor (*s-i*) leído, se multiplica por la lectura indicada por el Beaman, expresada en porcentaje. Esta operación se efectúa con regla de cálculo.

**Distancias Verticales:** La graduación de la escala V del Beaman está hecha para los valores de ángulos verticales que tengan "múltiplos exactos". Esto quiere decir lo siguiente: La fórmula taquimétrica para las distancias verticales es  $D_v = 100 (s-i) \frac{1}{2} \text{sen } 2\alpha$ ; se dice que el valor de  $\alpha$  es un ángulo con múltiplo exacto cuando toma valores que producen, por ejemplo, los resultados siguientes:

Para  $\alpha = 00^\circ 34'23''$   
 $2\alpha = 01^\circ 08'46''$   
 $\text{Sen } 2\alpha = 0.01998754$   
 $\frac{1}{2} \text{Sen } 2\alpha = 0.00999$

De donde  $100 \times \frac{1}{2} \text{Sen } 2\alpha = 1$

Haciendo iguales cálculos con otros valores de  $\alpha$  se obtendrá:

Para  $= 1^\circ 08' 46''$ ;  $100 \times \frac{1}{2} \text{Sen } 2\alpha = 2$   
 Para  $= 3^\circ 26' 46''$   $100 \times \frac{1}{2} \text{Sen } 2\alpha = 6$ , etc.

Una vez hallados todos los ángulos con esta propiedad y llamando  $\frac{1}{2} \text{Sen } 2\alpha = m$  y  $100 m = M$  se tendrá que para una determinada lectura (*s-i*) se puede calcular  $D_v = M (s-i)$  en que el valor *M* es el indicado en la escala V del arco Beaman. La operación para el cálculo de una distancia vertical se efectúa prácticamente como sigue: a) Cuando la lectura en la escala V es cero, quiere decir que el anteojo está horizontal y por tanto  $D_v = 0$ ; la diferencia de nivel entre A y B (Fig. 149) en este caso se expresará como:

Diferencia de nivel =  $a - m$

b) Cuando la observación se hace bajo un ángulo vertical (Fig. 150), la lectura (*s-i*) se debe tomar para un valor exacto de *i*; enseguida se sube o

baja el anteojo de manera que el índice del Beaman quede frente a la división más cercana en la escala V. En esta posición se toma sobre la mira el valor de la lectura del hilo medio (*m*). El valor (*s-i*) se multiplica por la lectura del Beaman, expresada en tanto por ciento, obteniéndose así la  $D_v$  entre el centro de la alidada y el punto leído con el hilo medio sobre la mira. En este caso, la diferencia de nivel entre A y B se calculará así:

Dif. de Nivel =  $a \pm D_v - m$

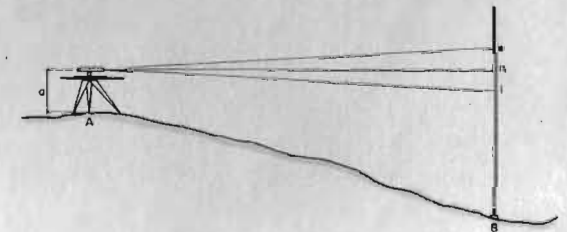


Fig. N° 149 - Utilización del arco Beaman: visual horizontal

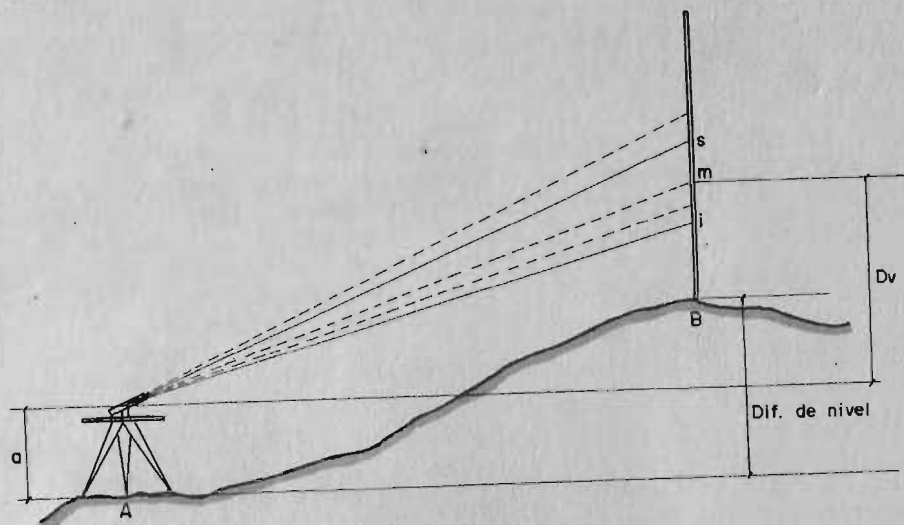


Fig. N° 150 - Utilización del arco Beaman: visual inclinada

Generalmente la escala V del Beaman trae, para aclarar las anotaciones en la cartera de campo, en lugar del cero cuando el anteojo está horizontal, el valor 50, de modo que cuando la lectura del Beaman es mayor que 50, la inclinación del anteojo es positiva y cuando es menor que 50, negativa. En este caso, para efectuar el cálculo de  $D_v$ , se resta 50 a la lectura del Beaman y el residuo, positivo o negativo, se multiplica por la correspondiente lectura ( $s-i$ ), resultando así  $D_v$  con su signo (+ para inclinación positiva, - para inclinación negativa.)

**Correcciones a la Alidada:**

1. El eje de la burbuja de la base de la alidada debe ser paralelo a ésta.

*Comprobación:* Se nivela la plancheta haciendo que el nivel de burbuja de la alidada quede dentro de sus "reparos"; se gira 180° la alidada; si la burbuja continúa centrada, está correcta.

*Corrección:* Si la burbuja se sale de sus "reparos", hay que corregir el nivel de la alidada con los tornillos que para tal efecto tiene. Se corrige la mitad con dichos tornillos y la otra mitad volviendo a nivelar el tablero.

2. El hilo vertical del retículo debe ser perpendicular al eje horizontal del anteojo.

*Comprobación:* Se fija sobre un muro un punto P distante de la plancheta aproximadamente unos 80 mts., y que coincida con el hilo vertical del retículo tal como muestra la figura 151-A; si al describir un pequeño ángulo vertical el punto P aparece como en la Fig. 151-B, está correcto.

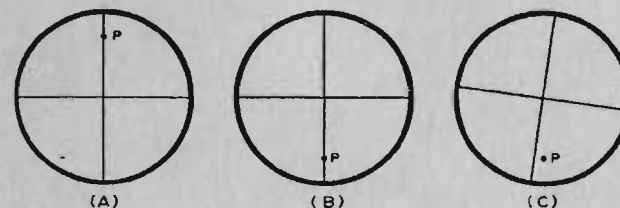


Fig. N° 151 - Hilo vertical del retículo verdaderamente vertical

*Corrección:* Si sucede lo ilustrado por la Fig. 151-C, hay que corregir, aflojando dos tornillos consecutivos del retículo y girándolo; luego se vuelven a ajustar.

3. La línea de vista debe coincidir con el eje del anteojo.

*Comprobación:* Se localiza con el cruce de los hilos del retículo un punto P distante de la plancheta unos 50 mts., aproximadamente, (Fig. 152-A); se hace girar el anteojo 180° sobre su eje longitudinal. Si ocurre como lo mostrado en la Fig. 152-B, está correcto.

*Corrección:* Si ocurre lo mostrado en la Fig. 152-C, hay que corregir llevando los hilos del retículo a su correcta posición, desplazándolo vertical y horizontalmente por medio de los tornillos opuestos verticales y horizontales.

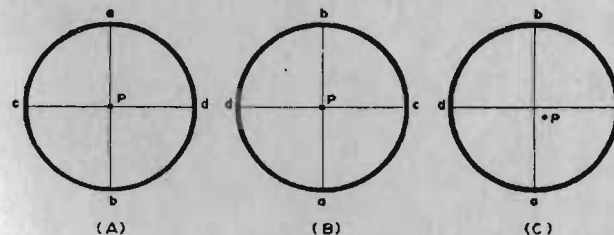


Fig. N° 152 - La línea de visto debe coincidir con el eje del anteojo

4. a) Cuando el anteojo tiene nivel de caballate:

El eje del nivel debe ser paralelo al eje del anteojo y por tanto paralelo a la línea de vista.

*Comprobación:* Se nivela el anteojo centrando la burbuja del nivel de caballate; se cambia la posición de éste, extremo por extremo; si la burbuja continúa dentro de sus "reparos", está correcto.

*Corrección:* Si la burbuja se sale de sus "reparos" hay que corregir la mitad con los tornillos de corrección del nivel y la otra mitad volviendo a nivelar.

b) Cuando el nivel es solidario al anteojo.

Para la comprobación y corrección se emplea el método de las dos estacas que ya se ha visto, (ver corrección No. 5 del teodolito o No. 3 del nivel). La única diferencia es que la corrección se hace al nivel, no a la línea de vista.

5. a) Si tiene círculo vertical fijo.

“La lectura en el círculo vertical debe ser cero cuando la visual está horizontal” (o sea, la burbuja del nivel del anteojo dentro de sus “reparos”).

**Comprobación:** Se hace la visual horizontal poniendo la burbuja del nivel del anteojo dentro de sus “reparos”; si en esas condiciones la lectura en el círculo vertical es cero (00° 00' 00”), está correcto.

**Corrección:** Si la lectura no es cero, hay que corregir, desplazando el nonio, con los tornillos que para tal efecto tiene hasta que la lectura sea cero.

b) Si el círculo vertical es móvil, con nivel de control, el nivel de control debe ser paralelo al eje del anteojo cuando la lectura en el círculo vertical sea cero.

**Comprobación:** Se llevan dentro de sus “reparos” tanto la burbuja del anteojo como la del control del círculo vertical. Si en estas condiciones el aparato lee cero, está correcto.

**Corrección:** Si no lee ceros el círculo vertical, entonces, se corrige con los tornillos de corrección del nivel de control.

LEVANTAMIENTOS CON LA PLANCHETA

A - Levantamiento por Radiación:

Una vez armado y nivelado el aparato con el punto escogido, O, se orienta el tablero como se vio; con la alidada se da vista a cada punto necesario para determinar el lote y se traza la correspondiente dirección, (Fig. 153).

Sobre dichas líneas, a partir de O, se toman a escala las distancias, con lo cual se determinan en el plano los vértices del terreno. Si se desea conocer el área se puede usar un planímetro o descomponer el área en sencillas figuras geométricas de las cuales se puede calcular fácilmente el área.

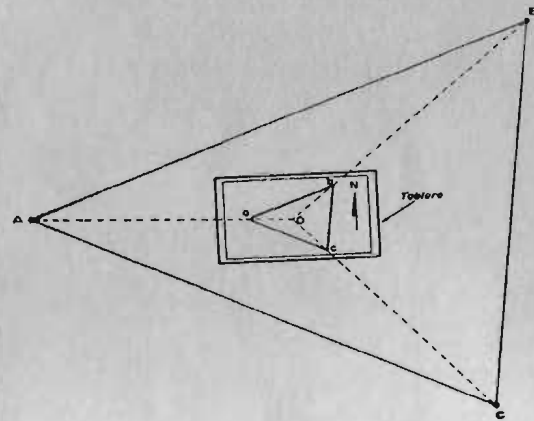


Fig. N° 153 - Levantamiento por “radiación”, con la plancheta

B - Intersección de Visuales:

Se sigue un procedimiento similar a cuando se emplea el teodolito. Hay que establecer la base AB (Fig. 154) en el terreno por medio de dos estacas. Se mide esta base. Se arma el aparato en A y se orienta; se da vista a B y se

traza ab sobre el plano, enseguida se dibujan las visuales lanzadas hacia todos los vértices del lote a levantar. Luego se lleva el aparato a B, se arma y se nivela; se alinea ba con BA y se lanzan visuales a todos los vértices, quedando éstos determinados en el plano por las intersecciones de las visuales lanzadas a cada uno de ellos desde los dos puntos a y b.

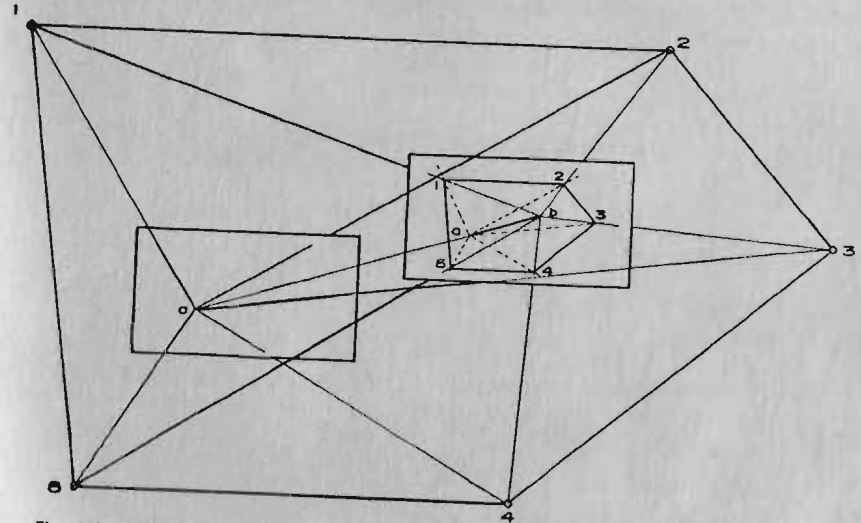


Fig. N° 154 - Levantamiento por “Intersección de visuales”, con la plancheta

C - Rumbo y Distancia:

Consiste en ir trazando los alineamientos en el papel armando el aparato en cada estación. Se nivela y orienta en estación 1, (Fig. 155); se da vista a 2 y se traza 1-2; se lleva a la estación 2, se arma y se da vista a 1 para orientar nuevamente; enseguida se da vista a 3 y se dibuja 2-3, y así sucesivamente.

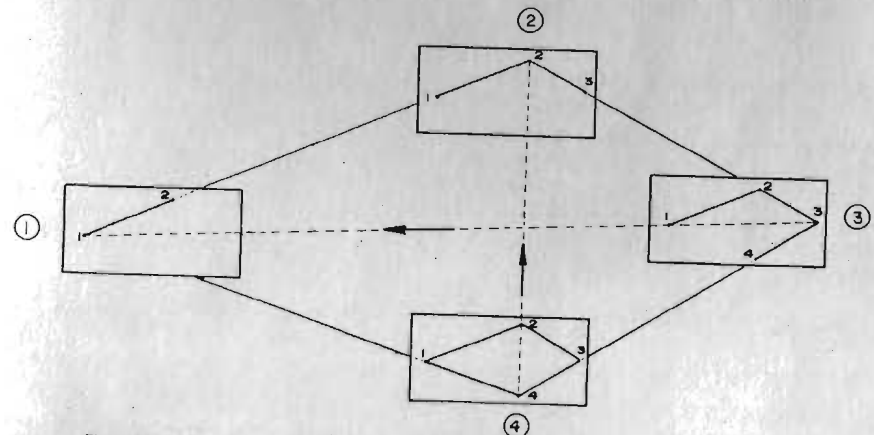


Fig. N° 155 - Levantamiento por “Rumbo y distancia”, con la plancheta



Se pueden lanzar visuales de chequeo tales como las lanzadas desde la estación 3 a 1 y de 4 a 2 que comprueban si se han cometido, o no, errores hasta ese punto.

### Determinación de Puntos con la Plancheta por medio de Triangulación Gráfica

a) *Intersección*: Cuando desde estaciones conocidas se quiere determinar un punto desconocido, desde cada estación conocida (2 o más) se lanza una visual a la estación desconocida y se traza la línea correspondiente. El punto en el cual se intersecten esas líneas, será la estación desconocida.

b) *Resección*: Cuando no se puede o no se desea ocupar las estaciones conocidas sino que se ocupa el punto desconocido.

#### Solución aproximada:

A y B son los puntos conocidos; C es el punto desconocido; a y b representan sobre el plano A y B; c representa a C (indeterminado aún), (ver figura 156).

1. Se centra y nivela la plancheta en C.
2. Se orienta con la brújula, con lo cual se obtiene una orientación aproximada.
3. Se trazan visuales que pasen por aA y bB.
4. El punto c se localiza en la intersección de las dos visuales.

#### Solución exacta:

##### 1. Problema de los dos puntos:

Se presenta cuando se tienen sólo dos estaciones conocidas que son visibles desde la estación desconocida. Para que la determinación del punto c en el caso anterior (Fig. 156) fuera exacta, sólo se necesitaría que la orientación de la plancheta lo fuera. Esta orientación es la que se trata de lograr exactamente en este problema.

Sean A y B las estaciones visibles y conocidas y C la estación que se quiere determinar, (ver Fig. 157).

La estación D es auxiliar; se escoge convenientemente para no obtener ángulos muy agudos.

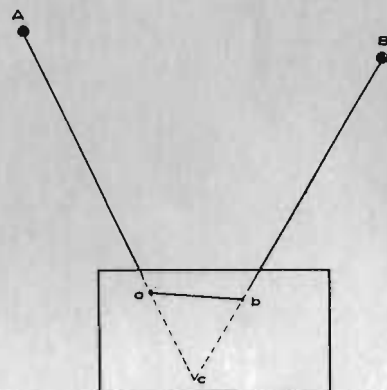


Fig. N° 156 - Solución al problema de Resección

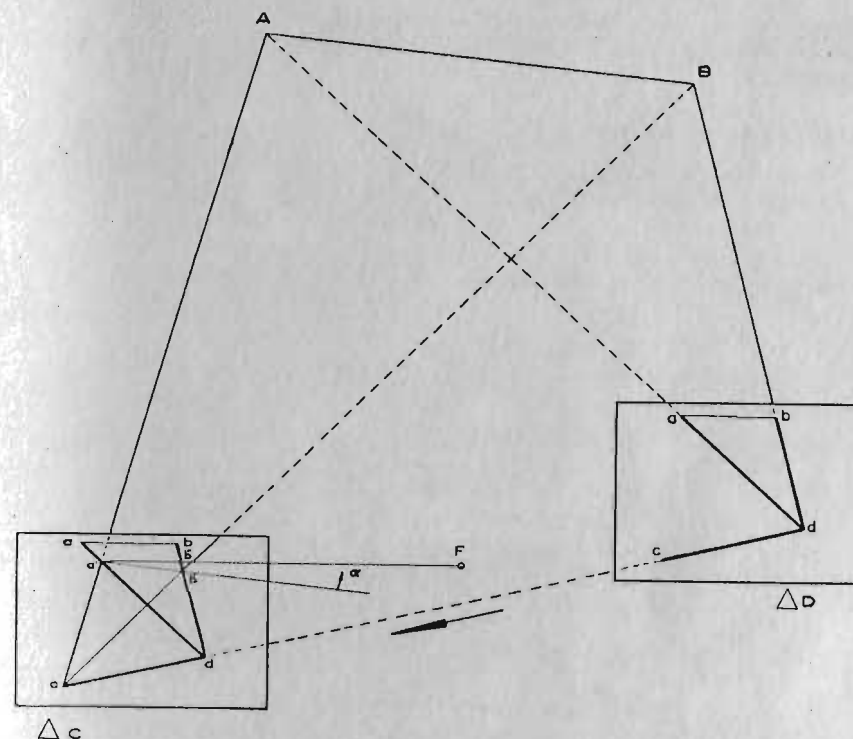


Fig. N° 157 - Solución exacta al "problema de los dos puntos"

#### Procedimiento:

1. Se centra y nivela la plancheta en D; se orienta aproximadamente, se estima o por medio de una brújula.
  2. Se trazan los rayos Aa y Bb, con lo cual se determina el punto d en su intersección.
  3. Se lanza visual hacia el  $\Delta C$  y se localiza c midiendo la distancia DC.
  4. Se lleva la plancheta a  $\Delta C$  y se orienta, dando vista atrás, hacia la estación D, con lo cual el error en orientación introducido en D se conserva.
  5. Se trazan los rayos cA y cB y se determinan los puntos a' y b'.
- El cuadrilátero a'b'cd es semejante al ABDC, por tanto, a'b' debería ser paralela a AB, o sea, paralela a ab. El error cometido en la orientación será el ángulo  $\alpha$  que forman esas dos líneas.
6. El error de orientación se corrige así: a) por el punto a' se traza a'b'' paralela a ab; b) se materializa un punto F en el terreno que sea continuación de a'b''; c) se hace coincidir la alidada con la línea a'b'; d) se

gira el tablero en la dirección conveniente de manera que la visual de la alidada pase por el punto F; con esto se ha girado un ángulo igual a  $\alpha$ , que era el error en orientación.

**2. Problemas de los tres puntos:**

Se presenta cuando son visibles tres estaciones conocidas desde la estación desconocida. Llamemos A, B, C las estaciones conocidas (con lo cual se pueden determinar a, b y c en el papel) y P la desconocida. Existen varios métodos para determinar a P. A continuación se explican dos de los métodos más rápidos y sencillos:

**Método A:**

1. Se centra la plancheta en P, (Fig. 158) estación desconocida, y se orienta aproximadamente por medio de la brújula o a estima.

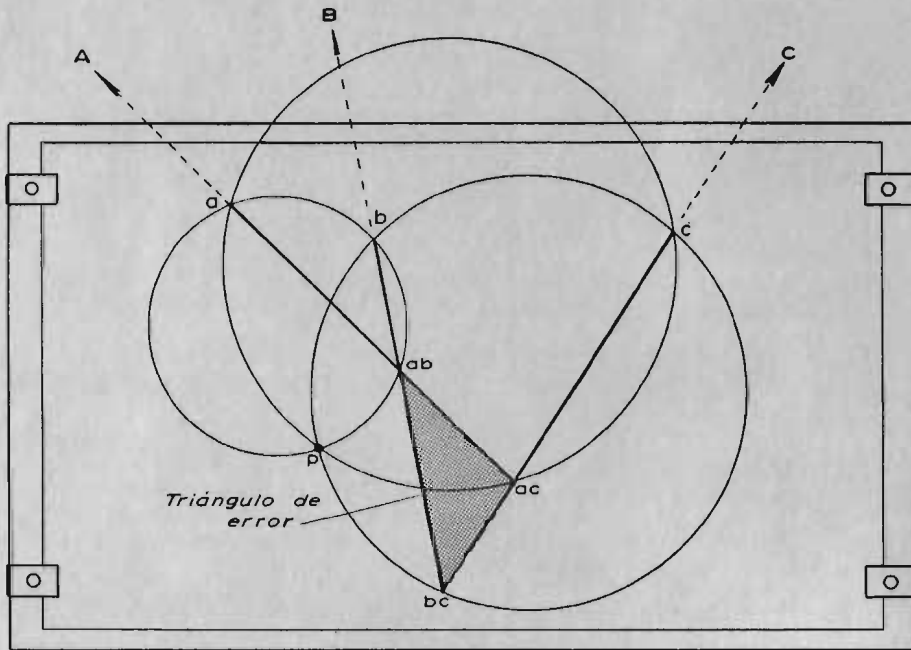


Fig. N° 158 - Solución al "problema de los tres puntos". Método A

2. Se trazan rayos de resección Aa, Bb y Cc.
3. Estos tres rayos no se intersectan en un punto único debido al error de orientación y forman un triángulo denominado "triángulo de error".
4. Dibujando los círculos que pasan por los puntos a, b y ab; b, c y bc; a, c y ac, el punto P queda localizado en la intersección de los tres círculos mencionados.

**Método B:**

1. Se orienta la plancheta aproximadamente y trazando rayos de resección se obtiene un triángulo de error, (Fig. 159).

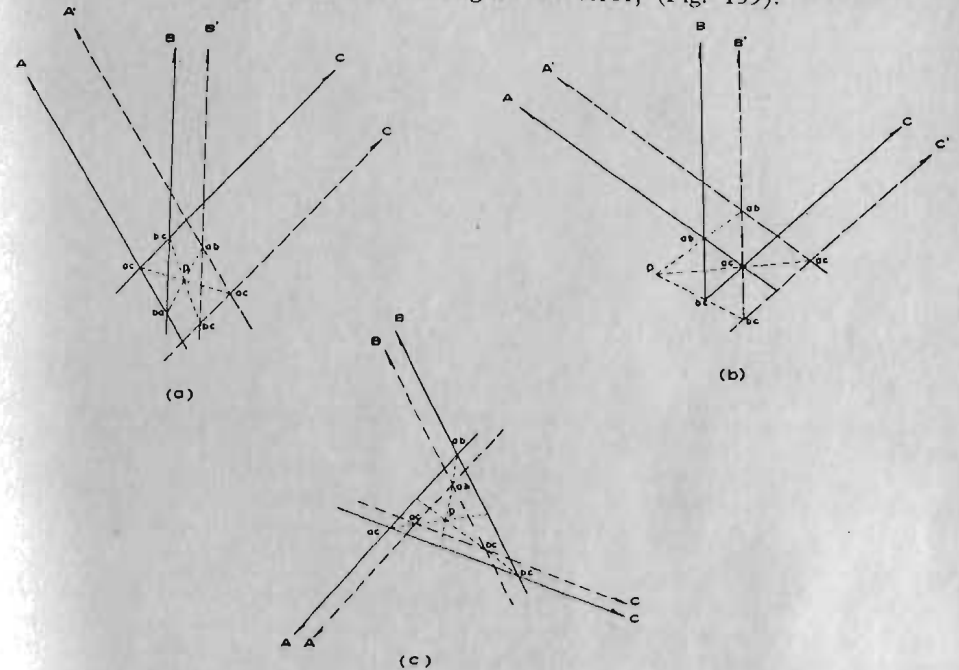


Fig. N° 159 - Solución al "problema de los tres puntos". Método B

2. Se gira el tablero una pequeña cantidad (aprox. 10°) en cualquier sentido.
3. Se obtiene para la nueva posición un nuevo triángulo de error.
4. Se unen por rectas los vértices de igual nombre en los triángulos de error.
5. La intersección de las rectas así trazadas determina el punto P buscado.
6. Se pueden presentar varios casos, según la localización relativa de P respecto a A, B y C, como los ilustrados en las Figs. 159 a, b y c.

NOTA: Tanto en el Método A como en el B, una vez determinado P se corrige la orientación, alineando la alidada con los puntos p y a, y girando el tablero hasta localizar A, siendo A el punto más distante de P (para que se logre más precisión en la orientación).

**Ajuste Gráfico de Poligonales**

Este caso ocurre cuando por medio de la plancheta se quiere efectuar una poligonal entre dos estaciones previamente determinadas tanto en el terreno como en el plano.

Sea, por ejemplo, el caso ilustrado en la Fig. 160.

Las dos estaciones de localización determinada son a y z; al efectuar la poligonal, se llegó a un punto z' y no a z, siendo el error de cierre de esta poli-

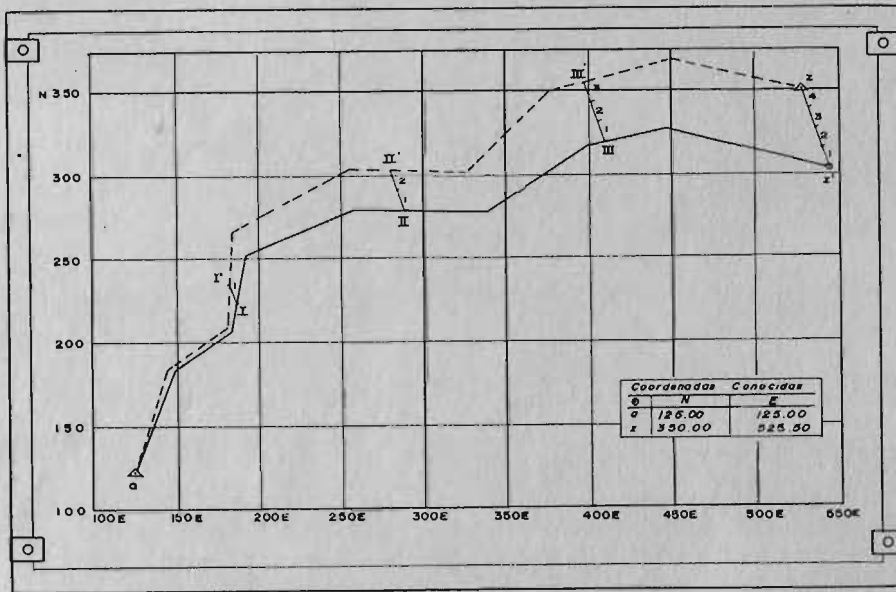


Fig. N° 160 - Ajuste gráfico de poligonales

gonal, en distancia y en ángulo, la cantidad  $zz'$ . El ajuste se lleva a cabo como sigue: Se divide la poligonal en un número de segmentos de longitudes aproximadamente iguales (cuatro en este caso); el cierre  $zz'$  se divide en igual número de partes iguales al que se dividió la poligonal entera. Por cada uno de los puntos de división de la poligonal se trazan paralelas a  $zz'$  y se marcan en cada una de estas paralelas una división en la primera, dos divisiones en la segunda, etc., iguales a las de  $zz'$ , determinándose así los puntos I' II' y III'; por estos puntos deben ajustarse las secciones de poligonal a-I, I-II, II-III, y III-z' hasta obtener la poligonal ajustada a I' II' II'z'. Esto se consigue calculando separadamente los segmentos originales entre los puntos de ajuste y distribuyendo los errores a ojo en los segmentos intermedios.

#### Ventajas y Desventajas de la Plancheta:

1. **Ventajas:** Las principales ventajas en el uso de la plancheta son:  
 a) El relieve y los detalles se pueden representar más fielmente, pues están a la vista del dibujante. b) Se evitan los errores que se pueden cometer al leer, ajustar y computar los ángulos, por dibujarse directamente. c) Se evita la omisión de datos. d) El trabajo de oficina se reduce al mínimo. e) Se pueden hacer chequeos directamente.

2. **Desventajas:** a) El trabajo de campo se alarga considerablemente. b) Es necesario disfrutar de buen tiempo en la región durante la época del trabajo. c) La plancheta es algo incómoda para transportar. d) El operador debe ser bastante hábil para obtener buenos resultados.

## CAPITULO

# 26

### NOCIONES DE TRAZADO

#### Introducción

Al tratar, en este curso de Topografía, sobre el proyecto y trazado de caminos, carreteras, ferrocarriles, canales, etc., debe aclararse que sólo se considerarán los aspectos geométrico y topográfico de la cuestión, que si bien en muchos casos tienen escaso interés si se les compara con la parte financiera o con los estudios geológicos y de tráfico, son, por otra parte, de capital importancia por la economía que pueden representar en el movimiento de tierras, en las obras de arte dependientes del trazado, en las curvas y pendientes resultantes.

Con el propósito de orientar mejor al estudiante y darle una idea más clara del conjunto de operaciones que tienen lugar en el proyecto y trazado de una vía, se ha escogido el caso del proyecto y trazado de una carretera, pues en esencia todos los proyectos y trazados son similares, variando únicamente de acuerdo con las especificaciones propias del tipo de obra a construir. Como ya quedó expresado, sólo se considerarán los aspectos geométrico y topográfico del proyecto, pues lo demás está fuera del alcance de este texto y pertenece a un curso de Vías.

El estudio que a continuación se inicia puede resumirse en los siguientes pasos fundamentales:

- Estudios preliminares, para escoger el trazado más favorable.
- Levantamiento topográfico de la zona escogida.
- Dibujo del plano acotado.
- Consideraciones generales y elementos de diseño.
- Factores geométricos en el diseño de una vía, tanto en planta como en perfil. En esta última parte se incluirán también nociones sobre estabilidad en la marcha, lo referente a la localización del proyecto en el terreno y al movimiento de tierras.

#### Estudios Preliminares

Los estudios para escoger la línea más conveniente se hacen utilizando mapas o planos levantados con anterioridad. De la calidad del mapa que se disponga para este fin, dependen la rapidez, comodidad y precisión de tales



estudios. De regiones de las cuales no se tienen mapas, es necesario hacer estos estudios directamente sobre el terreno, haciéndose a veces necesario ejecutar varios trazados preliminares para así obtener los planos sobre los cuales se puedan comparar y escoger el mas conveniente.

En general, y desde el punto de vista topográfico exclusivamente, estos estudios se adelantan teniendo en cuenta dos limitaciones: la pendiente (máxima y mínima) permisible y el paso por los puntos obligados, que son puntos impuestos por la destinación del proyecto o bien por las condiciones mismas del terreno.

Un trazado preliminar se lleva a cabo de la siguiente manera: se hace un reconocimiento de la zona, con ayuda de un guía; en el caso de disponer de helicóptero, éste presenta un medio más fácil y rápido, para escoger las posibles rutas; luego se hace un levantamiento de poca precisión (brújula y nivel de mano, plancheta) de la zona escogida que contendrá la posible ruta, teniendo en cuenta las especificaciones por pendiente. Si son viables varias rutas, se harán los respectivos levantamientos aproximados de cada una de ellas. Luego de dibujar los planos y de considerar los factores influyentes, se escoge la ruta más favorable.

Hoy en día los trabajos arriba mencionados se simplifican debido a que se dispone de mapas de la mayor parte del país. Por otra parte el empleo de la Fotogrametría para hacer los estudios de reconocimiento y trazado preliminar, aceleran dichos trabajos con un costo relativamente bajo. Además, el uso combinado de *planos fotogramétricos* y *computadores electrónicos* permite determinar líneas definitivas de óptimas características en cuanto al trazado más económico y las mejores especificaciones.

*Levantamiento topográfico de la zona escogida.*

Una vez determinada la ruta a seguir, se procede al trazado de la poligonal principal. Este trazado se hace empleando instrumentos de precisión (tránsito, cintas metálicas o estadia de invar) y cadeneros expertos; se deben colocar estacas cada 10 ó 20 mts., estacas que estarán numeradas de acuerdo a un orden establecido previamente; cada estaca tendrá una abscisa cuyo origen será el mismo de la poligonal, o sea la primera estaca.

Puesto que en este caso se trata de una poligonal abierta, se debe poner especial cuidado en la determinación de los azimutes de los alineamientos, comprobando dichos azimutes por determinaciones por sol, tanto al iniciar como al finalizar la poligonal. También se deben comprobar las distancias entre las estaciones, tomando los datos necesarios para computar dichas distancias taquimétricamente, evitando así las posibles equivocaciones en la medición de las longitudes.

A continuación, con nivel y miras de precisión, se nivelan todas las estaciones y estacas intermedias de la poligonal. Se debe procurar cerrar dicha nivelación, o sea partir de un punto de cota conocida y terminar en otro punto de cota conocida. Igualmente, se debe contranivelar para evitar equivocaciones en la determinación de las cotas de puntos intermedios.

El levantamiento topográfico de la zona a lado y lado de la poligonal principal se lleva a cabo de acuerdo con lo explicado ya en la página 158.

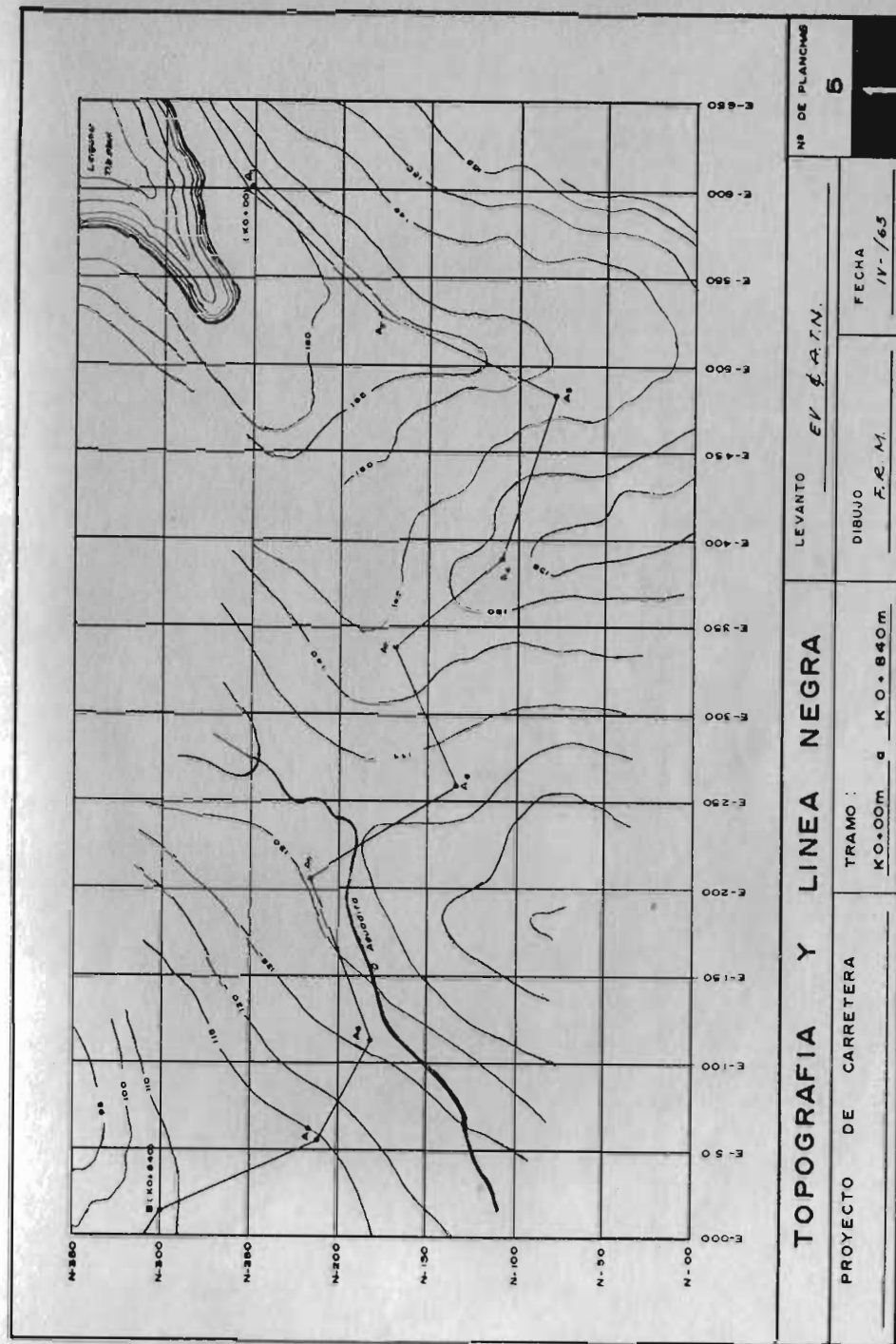


Fig. N.º 161 - Plano topográfico de la zona levantada

## Dibujo del Plano Acotado

Una vez que se han calculado las coordenadas de la poligonal principal, se dibuja ésta y luego las curvas de nivel, (Fig 161).

Se deben sacar copias heliográficas del plano topográfico, para sobre éstas hacer todos los tanteos necesarios para proyectar, y solamente cuando se haya definido la línea de proyecto, se dibujará ésta sobre la plancha original. Como detalles para el dibujo se insiste sobre los siguientes aspectos:

- las curvas de nivel se dibujarán en color marrón,
- la poligonal, en línea delgada y negra,
- la línea definitiva de proyecto, en tinta roja,
- las tangentes, a trazos y en tinta roja,
- los PC, PT y PI de las curvas se destacan con pequeños círculos, indicando además, su abscisa,
- cualquier variante al proyecto inicial se dibujará en verde,

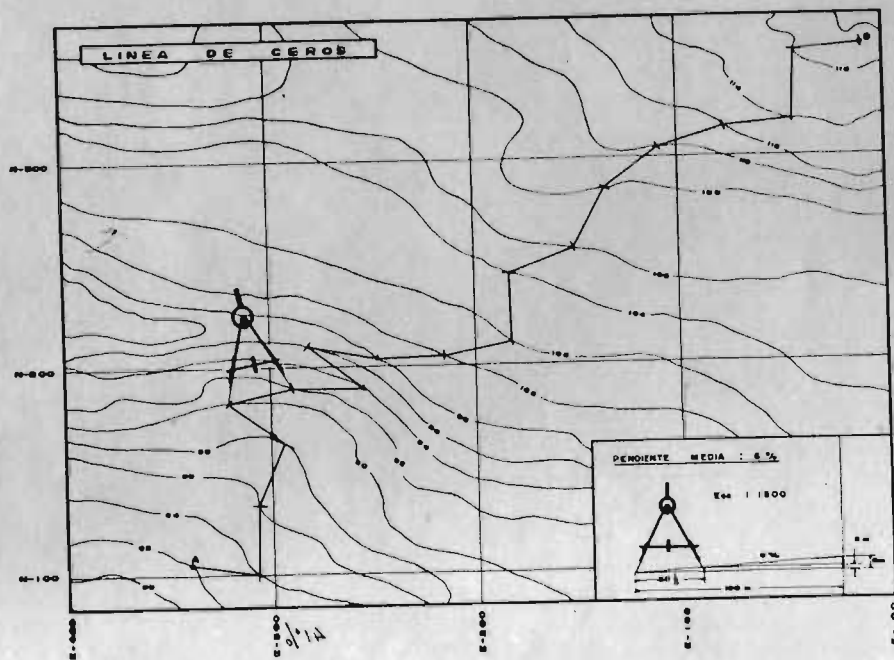


Fig. N° 162 - Trazado de la "línea de ceros"

- los ríos, lagos y, en general, las fuentes de agua se dibujarán preferiblemente en verde, pues este color da mejor copia que el azul,
- los caminos o vías existentes deben ir en amarillo.

## Consideraciones generales y elementos de diseño en Planta.

Sobre el plano topográfico lo primero que debe trazarse es la denominada "línea de ceros", que es la línea que, pasando por los puntos obligados del proyecto, conserva la "pendiente media".

Así, pues, si la pendiente media especificada para trazar una vía entre los puntos A y B (Fig. 162) es, por ejemplo, del 6%, se calculará en qué distancia horizontal, manteniendo el 6% de pendiente, se pasará de una curva de nivel a otra. En el presente ejemplo, las curvas de nivel están cada 2 mts., de distancia vertical; resulta, pues, una distancia horizontal de 33.33 mts. Con un compás de puntas secas se toma a la escala correspondiente una abertura de 33.33 mts.; partiendo de A se van cortando curvas de nivel, hasta llegar a B. La unión de los puntos donde se han cortado las curvas de nivel produce una poligonal entre A y B cuya pendiente es del 6% en toda su extensión. Esta es la "línea de ceros".

El eje de la vía, una sucesión de tramos rectos empalmados entre sí por curvas, se proyectará teniendo en cuenta la línea de ceros, que es una buena guía, y observando las demás especificaciones del proyecto (pendiente máxima, radio mínimo en las curvas, y todas las otras de las cuales se adquirirá completo conocimiento en un curso de vías).

Cuando el terreno no es muy pendiente debe procurarse que la línea de proyecto coincida con la línea de ceros; cuando sea necesario apartarse de ésta hacia un lado, se tratará de apartarse luego hacia el otro, logrando así que el material que en un caso se corta sirva en el otro para rellenar, (Fig. 163).

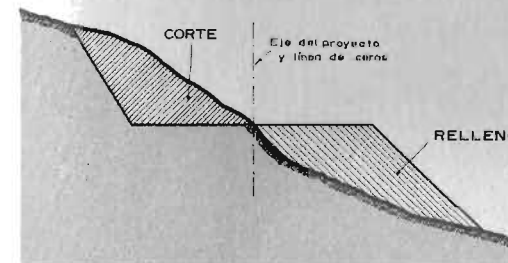


Fig. N° 163 - Línea de proyecto y línea de ceros coincidiendo

Cuando la pendiente del terreno es fuerte, debe procurarse que la línea de proyecto vaya más arriba de la línea de ceros, puesto que es más económico cortar terreno y botar la tierra, que efectuar un relleno difícil por lo inclinado del terreno, según puede apreciarse en las secciones transversales mostradas, (Figs. 164 y 165).

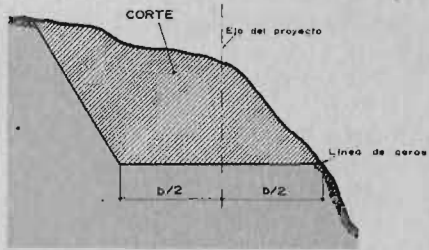


Fig. N° 164 - Línea de proyecto arriba de la línea de ceros

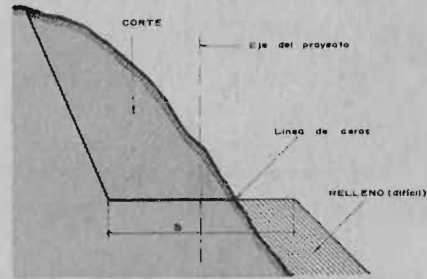


Fig. N° 165 - Relleno difícil por mal proyecto

Quando el terreno es más o menos plano, se debe procurar que los tramos en corte sean aproximadamente iguales a los de relleno, para que los volúmenes de tierra que es necesario mover, se puedan compensar evitándose el acarreo de material a grandes distancias. Si el terreno es extremadamente plano (Fig. 166), es necesario sacar material de lado y lado para elevar la banca y producir condiciones favorables de drenaje.

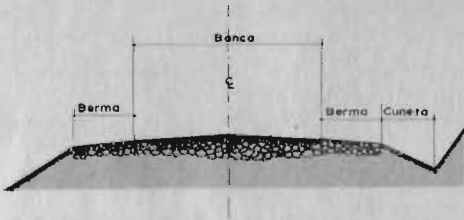


Fig. N° 166 - Sección transversal en terreno plano

# CAPITULO

# 27

## FACTORES GEOMETRICOS EN EL DISEÑO DE UNA VIA

### Curvas

La planta de una vía está formada por tramos rectos empalmados entre sí por curvas. En perfil, la vía está compuesta por tramos de pendientes diferentes, que se unen entre sí por curvas. A continuación se expondrán las curvas más ampliamente usadas y los elementos componentes de dichas curvas.

#### Curvas Circulares:

Estas se clasifican en curvas circulares simples, compuestas y reversas.

*Curvas Circulares Simples.* Así se denomina a un arco de círculo simple que empalma dos tangentes, tal como puede apreciarse en la Fig. 167.

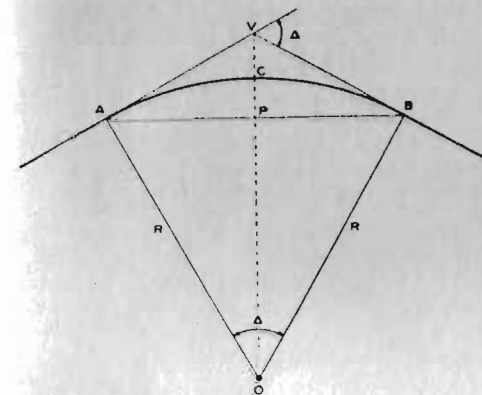


Fig. N° 167 - Curva circular simple

#### Definiciones:

1. Radio de la curva:  
 $OA = OB = R$ .
2. Angulo al centro =  $\Delta$
3. Cuerda principal =  $AB = C$
4. Tangente =  $AV = VB = T$
5. Externa =  $CV = E$
6. Flecha =  $CP = F$
7. El punto A donde comienza la curva se denomina punto de curvatura o PC.
8. El punto B donde finaliza la curva se denomina punto de tangencia o PT.
9. El punto V de intersección de las dos tangentes se denomina vértice o PI.



10. Grado de la curva,  $G$ , es el ángulo al centro correspondiente a una cuerda tomada como unidad. La cuerda unitaria se denomina por una  $c$  y generalmente su valor es de 20 mts., (Fig. 168).

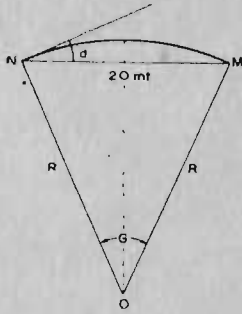


Fig. N° 168 - Cuerda unitaria de 20 mts.

$$G = 2 \text{ Arc sen } \frac{10}{R} \quad (1)$$

$$C = 2R \text{ sen } \frac{1}{2} \Delta \quad (2)$$

$$T = R \text{ tg } \frac{1}{2} \Delta \quad (3)$$

$$E = R (\text{Sec } \frac{1}{2} \Delta - 1) \quad (4)$$

$$F = R (1 - \cos \frac{1}{2} \Delta) \quad (5)$$

$$L = \Delta / G \times 20 \quad (6)$$

El radio se escoge por ranteos (teniendo en cuenta las especificaciones). Por la fórmula (3) se calcula  $T$ ; se mide el valor calculado de  $T$  a partir del  $PI$  localizándose así el  $PC$  y el  $PT$ . Levantando perpendiculares en dichos puntos se hallará el centro de la curva. Se calcula con la ecuación (1) el grado, aproximando su valor al múltiplo más cercano de 4, con el fin de facilitar las operaciones de localización, como se verá más adelante. Enseguida se recalcula el valor de  $R$  a partir del dato de  $G$  aproximado; este valor del radio es el que se anotará en el plano, no siendo necesario variar el radio en el dibujo. Con este valor de  $R$  se calculan  $T$  y los demás elementos.

**Curvas Circulares Compuestas.** Están formadas por dos o más curvas circulares simples de radios diferentes. Se emplean principalmente con el fin de obtener que el eje de la vía se ajuste lo más posible al terreno; tienen notables ventajas cuando el trazado se desarrolla en terrenos montañosos, pues en algunos casos se hace necesario emplear dos, tres o más curvas simples de radio diferente.

El punto de tangencia entre las curvas simples se acostumbra a denominar "punto de curvatura compuesta" o PCC. Cuando las dos curvas tienen sus centros en lados opuestos a la tangente común, se denomina curva reversa (de relativamente poco uso).

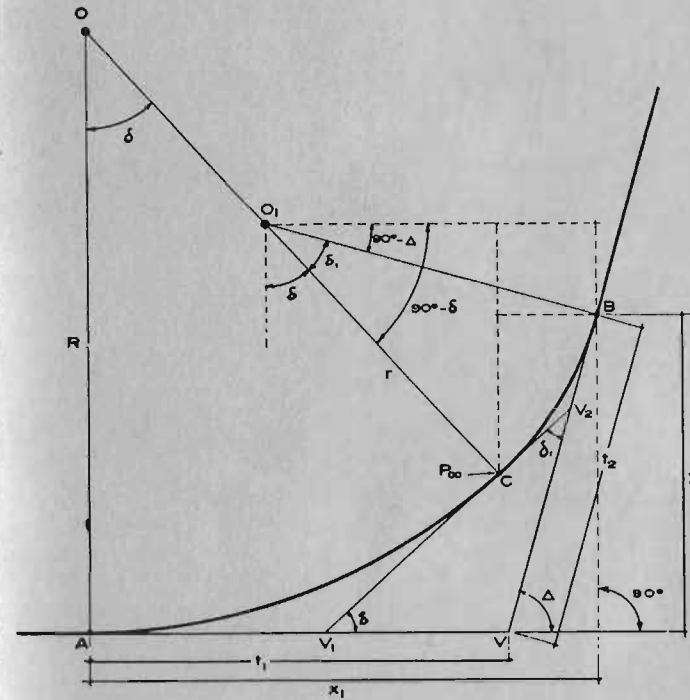


Fig. N° 169 - Curva circular compuesta

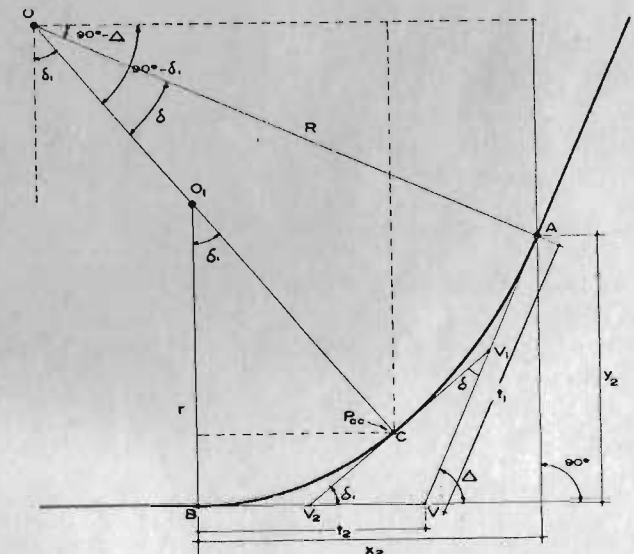


Fig. N° 170 - Curva circular compuesta

En la figura 169 se muestra una curva circular compuesta, formada por dos curvas circulares simples AC y CB, en que el PT de la primera coincide con el PC de la segunda. La figura 170 muestra una curva idéntica a la anterior, únicamente girada 180°.

Para la curva AC llamaremos:

$$R = \text{radio} = OA = OC$$

$$T_1 = AV_1 = \text{tangente}$$

$$\delta = \text{ángulo al centro.}$$

De manera similar para la curva CB:

$$r = \text{radio}$$

$$T_2 = CV_2 = \text{tangente}$$

$$\delta' = \text{ángulo al centro.}$$

Se tiene que:

$$\Delta = \delta + \delta_1$$

Además definiremos:

$X_1, Y_1$ : coordenadas del punto B (Fig. 169) con respecto al origen A siendo AV el eje X.

$X_2, Y_2$ : coordenadas del punto A (Fig. 170) con respecto al origen B y en el cual BV es el eje X.

$$t_1 = AV = \text{tangente mayor}$$

$$t_2 = VB = \text{tangente menor.}$$

A continuación se deducen las ecuaciones que ligan entre sí los elementos de las dos curvas que forman la curva circular compuesta:

En la Fig. 169 se tiene que:

$$X_1 = R \text{ sen } \delta + r \text{ cos } (90 - \Delta) - r \text{ cos } (90 - \delta)$$

de donde:

$$X_1 = r \text{ sen } \Delta + (R - r) \text{ sen } \delta \quad (1)$$

por otra parte:

$$Y_1 = R - R \text{ cos } \delta + r \text{ cos } \delta - r \text{ cos } \Delta$$

luego:

$$Y_1 = R - r \text{ cos } \Delta - (R - r) \text{ cos } \delta \quad (2)$$

También, como  $\text{Sen } \Delta = \frac{Y_1}{t_2}$  se tiene que:  $Y_1 = t_2 \text{ Sen } \Delta \quad (2')$

llevando este valor de  $Y_1$  a la ecuación (2):

$$t_2 = \frac{R - r \text{ cos } \Delta - (R - r) \text{ cos } \delta}{\text{Sen } \Delta} \quad (I)$$

Empleando un razonamiento similar en la Fig. 170 se obtiene:

$$X_2 = R \text{ sen } \Delta - (R - r) \text{ sen } \delta_1 \quad (3)$$

$$Y_2 = r - R \text{ cos } \Delta + (R - r) \text{ cos } \delta_1 \quad (4)$$

$$Y_2 = t_1 \text{ sen } \Delta$$

$$t_1 = \frac{r - R \text{ cos } \Delta + (R - r) \text{ cos } \delta_1}{\text{Sen } \Delta} \quad (II)$$

De la ecuación (I) se tiene:

$$t_2 \text{ sen } \Delta = R - r \text{ cos } \Delta - R \text{ cos } \delta + r \text{ cos } \delta$$

$$t_2 \text{ sen } \Delta + r \text{ cos } \Delta = R - R \text{ cos } \delta + r \text{ cos } \delta$$

$$t_2 \text{ sen } \Delta - r + r \text{ cos } \Delta = R - r - R \text{ cos } \delta + r \text{ cos } \delta$$

$$t_2 \text{ sen } \Delta - r + r \text{ cos } \Delta = (R - r) (1 - \text{cos } \delta)$$

$$\text{Senvers } \delta = \frac{t_2 \text{ sen } \Delta - r \text{ Senvers } \Delta}{R - r} \quad (III)$$

De la ecuación (II) se tiene:

$$\text{Senvers } \delta_1 = \frac{R \text{ Senvers } \Delta - t_1 \text{ sen } \Delta}{R - r} \quad (IV)$$

De la ecuación (1) y teniendo en cuenta que  $X_1 = t_1 + t_2 \text{ cos } \Delta$  se tiene que:

$$\text{Sen } \delta = \frac{X_1 - r \text{ sen } \Delta}{R - r}$$

de donde:

$$\text{Sen } \delta = \frac{t_1 + t_2 \text{ cos } \Delta - r \text{ sen } \Delta}{R - r} \quad (V)$$

De la ecuación (3) y teniendo en cuenta que  $X_2 = t_2 + t_1 \text{ cos } \Delta$  se tiene que:

$$\text{Sen } \delta_1 = \frac{R \text{ sen } \Delta - X_2}{R - r}$$

de donde:

$$\text{Sen } \delta_1 = \frac{R \text{ sen } \Delta - t_2 - t_1 \text{ cos } \Delta}{R - r} \quad (VI)$$

Sabiendo que  $\frac{\text{Senver } \delta}{\text{Sen } \delta} = \text{tg } \frac{1}{2} \delta$ , dividiendo la ecuación (III) por la (V)

se obtiene que:

$$\text{tg } \frac{1}{2} \delta = \frac{t_2 \text{ Sen } \Delta - r \text{ Senvers } \Delta}{t_1 + t_2 \cos \Delta - r \text{ Sen } \Delta} \quad (\text{VII})$$

de manera similar se obtiene:

$$\text{tg } \frac{1}{2} \delta_1 = \frac{R \text{ Senvers } \Delta - t_1 \text{ Sen } \Delta}{R \text{ Sen } \Delta - t_1 \cos \Delta - t_2} \quad (\text{VIII})$$

De la ecuación (2)  $Y_1 = R - r \cos \Delta - \cos \delta (R - r)$  se tiene:

$$\begin{aligned} Y_1 &= R - R \cos \delta - r \cos \Delta + r \cos \delta \\ Y_1 &= R (1 - \cos \delta) - r (\cos \Delta - \cos \delta) \\ Y_1 &= R (1 - \cos \delta) - r [\cos \Delta - \cos \delta + 1 - 1] \\ Y_1 &= R (1 - \cos \delta) - r (1 - \cos \delta) - r (\cos \Delta - 1) \end{aligned}$$

y despejando el valor de R:

$$R = \frac{r (1 - \cos \delta) + Y_1 - r + r \cos \Delta}{1 - \cos \delta}$$

$$R = r + \frac{Y_1 - r + r \cos \Delta}{1 - \cos \delta}$$

$$R = r + \frac{Y_1 - r \text{ Senvers } \Delta}{\text{Senvers } \delta}$$

por otra parte sabemos que  $Y_1 = t_2 \text{ sen } \Delta$ , ecuación (2'), por lo tanto:

$$R = r + \frac{t_2 \text{ Sen } \Delta - r \text{ Senvers } \Delta}{\text{Senvers } \delta} \quad (\text{IX})$$

De la ecuación (4), y por procedimiento similar al anterior, se obtiene la expresión:

$$r = R - \frac{R \text{ Senvers } \Delta - t_1 \text{ Sen } \Delta}{\text{Senvers } \delta_1} \quad (\text{X})$$

Como se ha podido observar, hay siete elementos en las curvas circulares compuestas, a saber:

$$\Delta, R, t_1, \delta_1, r, t_2 \text{ y } \delta$$

se sabe además que en todos los casos se cumple:

$$\Delta = \delta_1 + \delta$$

Cuando se conocen cuatro de los elementos enumerados, (es indispensable conocer o asumir el valor de uno de los ángulos), se pueden determinar los tres elementos restantes, empleando según el caso, una de las ecuaciones I a X.

**Nociones de estabilidad en la marcha**

En esta breve noción sobre estabilidad en la marcha se tratarán los siguientes puntos:

- a) Compensación de la fuerza centrífuga en las curvas: peralte, radio mínimo.
- b) Condiciones de equilibrio: deslizamiento, volcamiento.
- c) Curvas de transición.

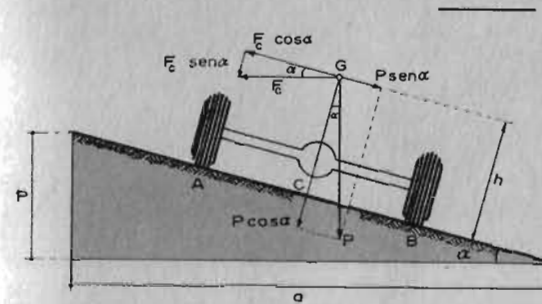


Fig. N° 171 - Descomposición del peso del vehículo. Fuerza centrífuga

a) *Peralte:*

Consiste en elevar en las curvas el borde exterior de la vía en una cantidad  $p$ , que permita que una componente del peso del vehículo se oponga a la fuerza centrífuga ( $F_c$ ).

El peralte puede expresarse en valor absoluto, en tanto por uno, o simplemente por el ángulo  $\alpha$ , (Fig. 171).

Se tiene que:

- $v$  = velocidad del vehículo
- $a$  = ancho de la vía
- $p$  = peralte
- $g$  = gravedad
- $\alpha$  = ángulo de inclinación
- $i = \text{tg } \alpha$  = pendiente transversal en tanto por uno
- $AB = b$  = ancho del vehículo
- $h$  = altura del centro de gravedad

b.— *Condiciones de equilibrio:*

*Deslizamiento:* en la Fig. 171 se puede apreciar que el peso  $P$  del vehículo se descompone en:

- $P \cos \alpha$  : Normal a la calzada
- $P \text{ sen } \alpha$  : Paralelo a la calzada

Además,  $F_c$  se descompone igualmente en:

- $F_c \text{ sen } \alpha$  : Normal a la calzada
- $F_c \cos \alpha$  : Paralelo a la calzada.

Habrà equilibrio cuando:

$F_c \cdot \cos \alpha = P \text{ sen } \alpha + \mu_t (F_c \text{ sen } \alpha + P \cos \alpha)$  en que  $\mu_t$  = coeficiente de roce transversal

$$F_c = \frac{P V^2}{g R}$$



De lo anterior se deduce que:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{V^2 - g R \mu_c}{g R + \mu_c \cdot V^2} \quad (1)$$

De la anterior expresión se obtienen:

$$R = \frac{V^2(1 - \mu_c \operatorname{tg} \alpha)}{g(\operatorname{tg} \alpha + \mu_c)} \quad (2)$$

$$V = \sqrt{\frac{g R (\operatorname{tg} \alpha + \mu_c)}{1 - \mu_c \cdot \operatorname{tg} \alpha}} \quad (3)$$

*Volcamiento:* en la Fig. 171, tomando momentos con respecto al punto A, se obtienen las expresiones siguientes:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2 V^2 h - g R b}{2 g R h + V^2 b} \quad (4)$$

$$R = \frac{V^2 (2 h - b \operatorname{tg} \alpha)}{g (2 h \cdot \operatorname{tg} \alpha + b)} \quad (5)$$

$$V = \sqrt{\frac{g R (2 h \operatorname{tg} \alpha + b)}{2 h - b \cdot \operatorname{tg} \alpha}} \quad (6)$$

Debe tenerse en cuenta en las anteriores fórmulas que la velocidad está expresada en m/seg, R, b, h en mts. y  $g = 9.8 \text{ m/seg}^2$ .

#### Curvas de Transición

Son curvas que permiten un cambio gradual en el paso del alineamiento recto al circular. Tienen su mayor importancia en las vías férreas de alta velocidad. En el diseño de carreteras producen notable aumento en la seguridad a gran velocidad, reduciendo la tendencia a desviarse de la línea de circulación.

Cuando se pasa de un alineamiento recto a una curva circular, la fuerza centrífuga aparece bruscamente, haciendo que el vehículo se desvíe de su trayectoria.

*Longitud de la Curva de Transición.* La fuerza centrífuga varía desde un valor cero en el alineamiento recto a un valor  $V^2/R$ , para la unidad de masa, en la curva circular de radio R.

Para evitar que este cambio en la fuerza centrífuga ocurra bruscamente, se introduce la curva de transición (de longitud L) de manera que la fuerza centrífuga crezca paulatinamente en este trayecto; simultáneamente se va levantando el borde exterior de la vía con el objeto de producir el peralte adecuado.

El vehículo recorre la curva de transición en un tiempo  $t = L/V$

Siendo esto así, se tiene que el incremento de  $F_c$  por unidad de tiempo será:

$$J = \frac{F_c}{t} = \frac{V^3}{LR}$$

Así, pues, la longitud de transición estará dada por la expresión:

$$L = V^3/JR$$

Los valores de J más empleados son  $0.305 \text{ m/seg}^3$  para curvas de ferrocarriles; 0.61 y 0.915 en carreteras.

Otro criterio para establecer la longitud de transición es el de introducir una pendiente longitudinal en el borde exterior de la vía, hasta obtener que en la curva circular se produzca una componente del peso del vehículo que contrarreste la fuerza centrífuga. Dicha pendiente debe estar comprendida entre un 1% y 2% según la clase de terreno. Según esto, se tendrá que, llamando  $i =$  pendiente longitudinal:

$$L = P/i$$

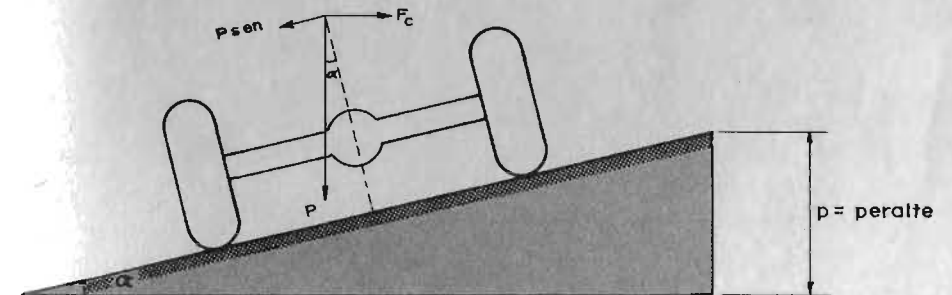


Fig. N° 172 - Compensación de la fuerza centrífuga por peralte variable

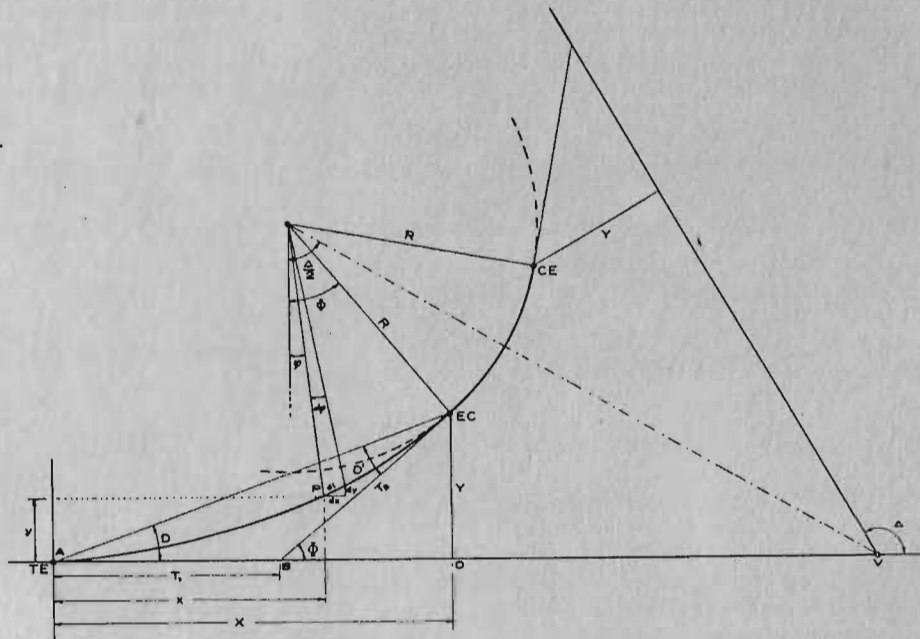


Fig. N° 173 - Curva de transición

## Nomenclatura y Fórmulas de la Curva de Transición. (Fig. 173)

- TE = punto de unión de la tangente con la curva de transición  
 EC = punto de unión de la curva de transición con la curva circular  
 CE = punto de unión de la curva circular con la curva de transición  
 ET = punto de unión de la curva de transición con la tangente  
 L = longitud total de transición  
 R = radio de la curva circular  
 ρ = radio (variable) de la curva de transición  
 l = longitud parcial de la curva de transición hasta un punto cualquiera.  
 Δ = ángulo al centro de la curva circular  
 Φ = ángulo al centro de la curva de transición  
 ψ = ángulo al centro de la curva de transición, correspondiente a una longitud l  
 T<sub>1</sub>, T<sub>2</sub> = longitudes de las tangentes  
 C = A,EC = longitud de la cuerda principal  
 D, D' = ángulos de deflexión de la cuerda principal.

Ecuación general de la curva de transición (tomando como origen de coordenadas el TE), (Fig. 73):

$$y = \frac{x^3}{6LR} \quad (1)$$

$$\Phi = \frac{L}{2R}$$

$$D = \frac{\Phi}{3} \quad (2)$$

$$D' = \frac{2}{3} \Phi \quad (3)$$

$$T_1 = X - Y \cotg \Phi \quad (4)$$

$$T_2 = Y \operatorname{cosec} \Phi \quad (5)$$

NOTA: Debe aclararse que en este caso las fórmulas y propiedades en que éstas se basan se refieren a una parábola cúbica. Existen otras curvas que se adoptan también para las transiciones, tales como la lemniscata de Bernoulli, la espiral de Searles, etc.

## Perfil Longitudinal de la Vía.

Simultáneamente con el diseño en planta de la vía (línea roja) se debe ir dibujando el correspondiente perfil, para tener en cuenta las especificaciones respecto a la pendiente, cortes y rellenos. Cuando se proyecta en media ladera, es conveniente dibujar el perfil del borde exterior de la vía ("media-banca") con el objeto de apreciar un cambio demasiado brusco en la sección transversal, el cual implicaría un relleno excesivo o una "obra de arte" costosa. El dibujo se hace generalmente sobre papel milimetrado, localizando el perfil del terreno por donde pasa la línea roja, (Fig. 174).

El perfil del terreno se dibuja en negro; las cotas de puntos sobre el terreno se denominan "cotas negras" y se calculan por interpolación. Las cotas sobre la línea de proyecto se denominan "cotas rojas" y se calculan de acuerdo a la pendiente y a la distancia horizontal.

Cuando al dibujar el perfil de la línea roja se ve que ésta no cumple las especificaciones de pendiente, corte y relleno, es necesario desechar dicha línea y, volviendo a la planta, proyectar una nueva línea roja.

## Curvas Verticales:

Son las empleadas para empalmar tramos de pendientes diferentes, produciendo efectos de visibilidad y seguridad en la marcha.

## Visibilidad en las Curvas Verticales:

Para que exista una adecuada visibilidad, es necesario que el ángulo entre las rasantes, ( $\alpha$ ), no exceda cierto valor. El mencionado ángulo entre las rasantes impone el empleo de curvas que las empalmen para obtener las condiciones de visibilidad y de estabilidad de la marcha, (Fig. 175).

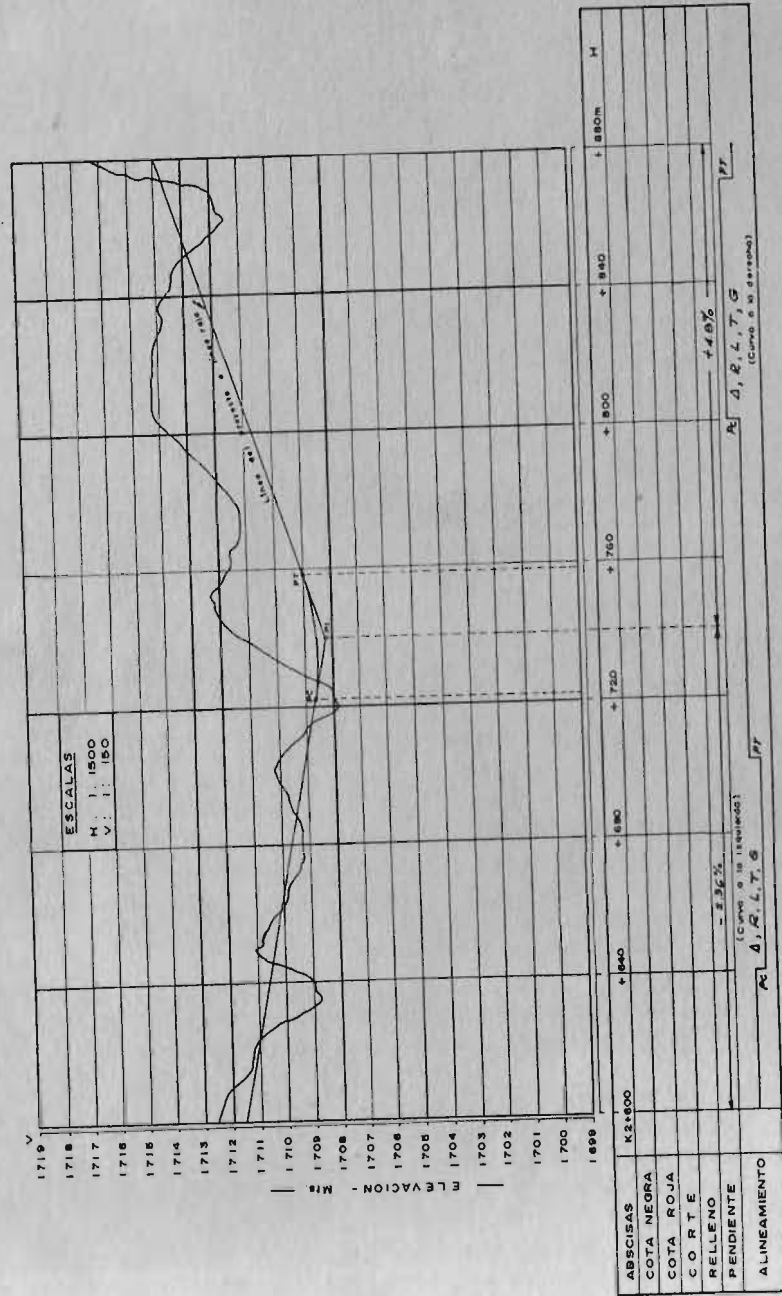


Fig. N° 174 - Perfil longitudinal y línea roja

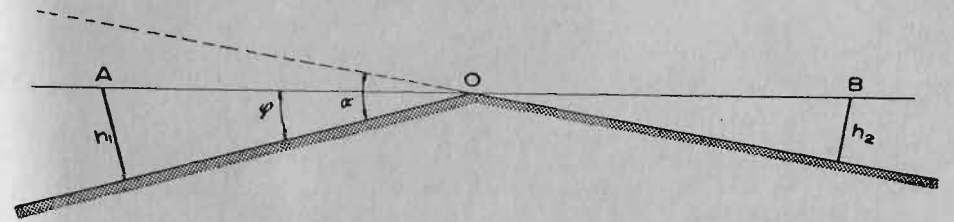


Fig. N° 175 - Visibilidad en las curvas verticales

En la Fig. 175 llamaremos:

$dv = AB =$  Distancia de visibilidad, que es la distancia necesaria para que el vehículo alcance a efectuar una maniobra cuando divisa un vehículo, u obstáculo, en sentido contrario y por su línea de circulación.

$h_1 =$  Altura de la vista del conductor.

$h_2 =$  Altura del obstáculo.

Se tiene que:

$$dv = AO + OB; \quad AO = \frac{h_1}{\text{sen } \varphi} \approx \frac{h_1}{\varphi};$$

$$OB = \frac{h_2}{\text{sen } (\alpha - \varphi)} \approx \frac{h_2}{(\alpha - \varphi)}$$

$$dv = \frac{h_1}{\varphi} + \frac{h_2}{(\alpha - \varphi)} \quad (1)$$

A cada valor de  $\varphi$  corresponde una posición del vehículo y del obstáculo, lo mismo que una distancia  $AB$ , cuyo mínimo coincidirá con la situación más desfavorable.

Derivando e igualando a cero la expresión (1) se tiene:

$$0 = -\frac{h_1}{\varphi^2} + \frac{h_2}{(\alpha - \varphi)^2} \quad (2)$$

eliminando a  $\varphi$  entre (1) y (2) se obtiene:

$$\alpha = \frac{h_1 + h_2 + 2\sqrt{h_1 h_2}}{dv} \quad (3)$$

La expresión (3) da el valor máximo admisible de  $\alpha$  para que en la posición más desfavorable se produzca una  $dv$  necesaria.

Cuando  $h_1 = h_2$  se tiene:

$$\alpha = \frac{4h}{dv} \quad (4)$$



*Curva Vertical más conveniente:* Se escoge para este efecto una parábola de segundo grado. Debido al pequeño ángulo entre las rasantes, la curva puede asimilarse sin error apreciable a una circunferencia. Por esta razón, es conveniente determinar las condiciones de visibilidad como si se tratara de una curva circular.

Para el replanteo se hace más sencillo siguiendo la ecuación de la parábola, pues una vez determinado  $R$ , se hallan las constantes de la parábola (longitud y flecha) con lo cual es fácil obtener las coordenadas.

Como es necesario calcular el radio de la curva circular, hay que considerar por aparte los dos casos siguientes:

- a)  $dv < L$  (cuando la distancia de visibilidad es menor que la longitud de la curva).
- b)  $dv > L$  (cuando la distancia de visibilidad es mayor que la longitud de la curva).

Para el primer caso se obtiene: 
$$R = \frac{\frac{dv^2}{2}}{h_1 + h_2 + 2\sqrt{h_1 h_2}}$$

Para el segundo caso: 
$$R = \frac{2 dv}{\alpha} - \frac{2}{\alpha^2} (h_1 + h_2 + 2\sqrt{h_1 h_2})$$

Para ambos casos:  $L = R \alpha$

## CAPITULO

# 28

### LOCALIZACION DEL PROYECTO EN EL TERRENO

#### Localización de los Alineamientos Rectos:

Tres puntos son suficientes para localizar, y chequear a la vez, un alineamiento recto. A partir de la poligonal se toman distancias (Fig. 176)  $d_1$ ,  $d_2$  y  $d_3$ , las cuales se han medido sobre la planta. Por medio de dos distancias,  $d_1$  y  $d_3$ , por ejemplo, se determina el alineamiento; la otra distancia,  $d_2$ , sirve de comprobación.

#### Replanteo de las Curvas Circulares:

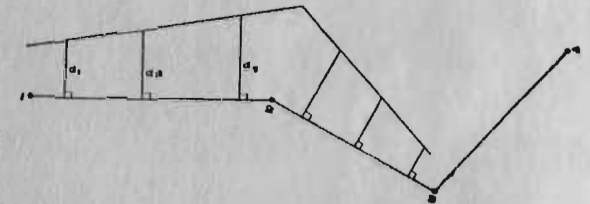


Fig. N° 176 - Localización de los alineamientos rectos

Lo primero que hay que localizar en el terreno es el P.I. o sea el punto de intersección de dos alineamientos. Para esto se hace lo que ya se estudió (pág. 67) para encontrar, por medio del tránsito, la intersección de dos alineamientos. Luego se centra y nivela el aparato en el PI, y se mide el ángulo  $\Delta$ ; este valor de  $\Delta$  no es idéntico al  $\Delta$  del proyecto. Así, pues, la longitud de la curva se obtendrá  $L = \Delta$  (medido) /  $G$  (del proyecto). Como se puede conocer la longitud de la tangente  $T$ , se localizan los puntos PC y PT los cuales se marcan con una estaca con tachuela.

#### Replanteo por el Método de las Deflexiones:

Se presentan dos casos: a) Cuando la abscisa del PC es múltiplo exacto de 20 mts., (Fig. 177): sea, por ejemplo,  $l = 20$  mts. Se centra y nivela el teodolito en el PC; a partir del alineamiento PC-PI se marca un ángulo horizontal igual a  $G/2$  (puesto que se sabe por Geometría que el ángulo seminscrito es igual a la mitad del ángulo al centro). Se miden 20 mts., a partir de la estaca del PC y se coloca una estaca. Luego, marcando un ángulo horizontal de  $2G/2$  (basado en el mismo teorema de Geometría) se miden 20 mts., a partir de la estaca que se acaba de clavar. Enseguida, y con un ángulo de  $3G/2$ ,

se miden, a partir de la última estaca, colocada 20 mts., y se coloca allí otra estaca. Así se continúa, añadiendo  $G/2$  a cada nuevo ángulo. Generalmente  $G$  está calculado para cuerda = 20 mts.

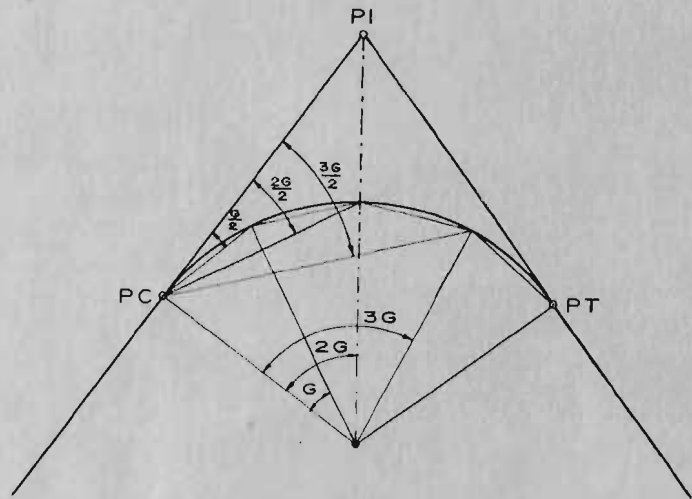


Fig. N° 177 - Replanteo de una curva

En caso de que se tratara de cuerda de 10 mts., se supone que el grado es  $G_{20}/2$  y, si la cuerda es de 5 mts., que el grado es  $G_{20}/4$ .

Luego para deflectar una curva con cuerda de 10 mts., los ángulos serán:  $G/4, 2 G/4, 3 G/4, 4 G/4, 5 G/4, etc.$

Y si la cuerda es de 5 mts.,  $G/8, 2 G/8, 3 G/8, 4 G/8$  y  $5 G/8, etc.$

b) Cuando el PC no está sobre una estaca cuya abscisa sea múltiplo exacto del lado  $l$  del polígono inscrito, entonces la primera estaca se coloca a una distancia que sea la diferencia al múltiplo más cercano de  $l$ . Si  $l = 20$  mts., y la abscisa del PC es, por ejemplo,  $K 1 + 132$ , la primera estaca deberá colocarse a 8 mts., del PC (abscisa  $K 1 + 140$ ) y a partir de ésta continuar estacando cada 20 mts. Hay que calcular el ángulo de deflexión correspondiente a una distancia inicial a partir del punto PC de 8 mts. Por regla de tres:

Si a 20 mts. corresponde un ángulo  $G/2$

a 8 mts. corresponderá  $\gamma$

$$\gamma = \frac{8}{20} \times \frac{G}{2}$$

Generalizando, para una distancia  $d$ , se tendrá:  $\gamma = d/20 \times G/2$ . Así, pues, bajo un ángulo  $\gamma$  y a una distancia  $d$  se clava la primera estaca de la curva. Enseguida, a 20 mts., de esta última estaca y con un ángulo de deflexión igual a  $\gamma + G/2$  se coloca la siguiente estaca. Se continúa estacando cada 20 mts., con ángulos de deflexión que serán sucesivamente:

$$\gamma + \frac{2G}{2}, \quad \gamma + \frac{3G}{2}, \quad \gamma + \frac{4G}{2}, \text{ etc.}$$

CASOS ESPECIALES

1. Cuando el PI es un punto inaccesible.

Se procede como sigue:

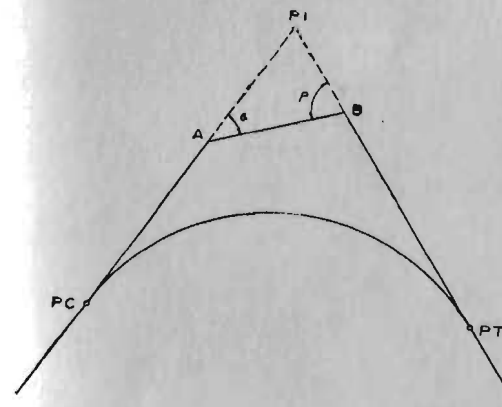


Fig. N° 178 - Replanteo de una curva cuando el PI es inaccesible

— Sobre el primer alineamiento se escoge un punto A y sobre el segundo un punto B, (Fig. 178).

— Por medio del tránsito se miden los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$ , y la distancia AB.

— Se calculan las longitudes A.PI y B.PI (por relación de senos). Luego se calculan A.PC y B.PT por diferencia al valor de T.

— A partir de A se mide la distancia A.PC con lo cual queda localizado el PC.

— A partir de B se mide la distancia B.PT con lo cual queda localizado el PT.

2. Cuando el PI y el PC son inaccesibles.

— Se escogen sobre las tangentes dos puntos como A y C, (Fig. 179).

— Se miden los ángulos  $\alpha, \beta$  y la distancia AC.

— Se tendrá que  $PC.A = T - A.PI$

pero  $A.PI = AC \frac{\text{Sen } \beta}{\text{Sen } \gamma}$

además  $\text{sen } \theta = \frac{PC.A}{R}$

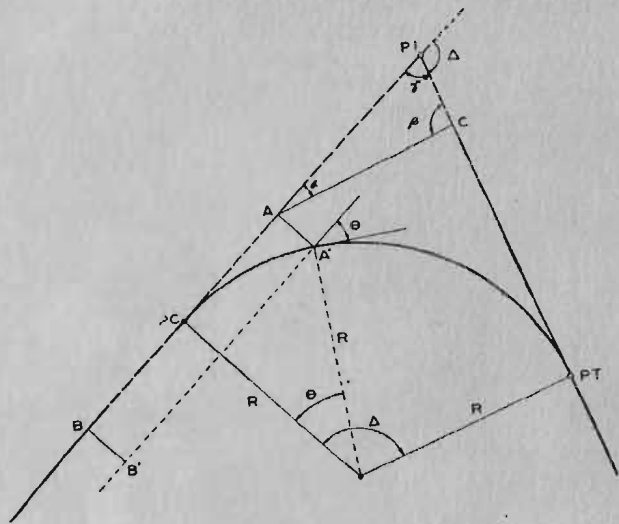


Fig. N° 179 - Replanteo de una curva cuando el PI y el PC son inaccesibles

- Por el punto A se levanta AA' perpendicular a A.PI siendo:  
 $AA' = R (1 - \cos \theta)$ .
- Sobre una paralela a PI.A, trazada por A' se mide  $A'B' = AB = 2 A.PC = 2 R \text{ Sen } \theta$ , localizándose así el punto B'.
- En B' se mide, perpendicular a B'A', la distancia  $BB' = AA'$ , determinándose el punto B sobre la tangente.
- La dirección de la tangente en A' se halla dando vista atrás a B', transitando y marcando un ángulo cuyo valor sea  $\theta$ .
- Se defleca a continuación una curva circular cuyo ángulo al centro es  $\Delta - \theta$ , hasta llegar finalmente al PT.

3. Cuando el PT es inaccesible.

- Se localiza normalmente la curva hasta el punto X (último accesible), al cual corresponde un ángulo al centro  $\alpha$ , (Fig. 180).

- El ángulo al centro correspondiente al arco que falta por localizar valdrá:

$$\beta = \Delta - \alpha$$

- Se calcula el valor XA:

$$XA = R \text{ Sen } \beta$$

- Se calcula el valor XX':

$$XX' = R (1 - \cos \beta)$$

- Sobre la línea XA se mide un valor igual a  $2 XA = 2 R \text{ Sen } \beta$ , con lo cual queda localizado el punto q.
- Se levanta  $qq' = XX'$ , perpendicular a Xq, con lo cual se localiza el punto q' sobre la tangente.

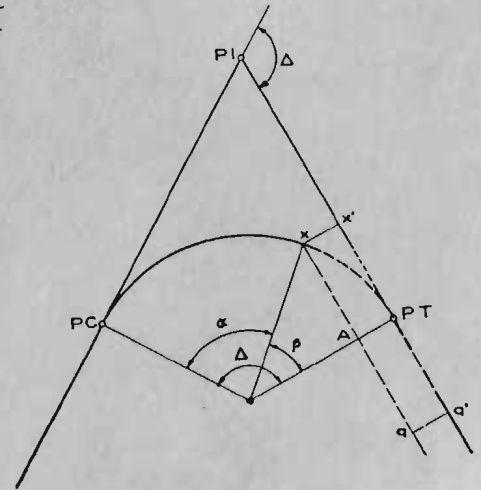


Fig. N° 180 - Replanteo de una curva cuando el PT es inaccesible

4. Localización de un punto cualquiera a partir del PI.

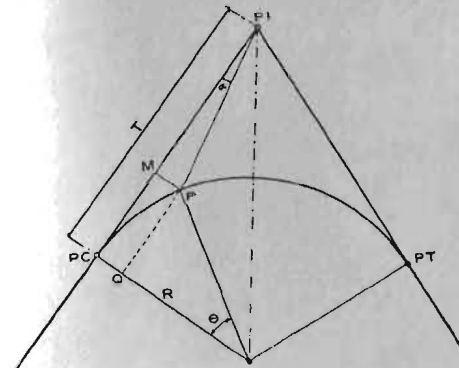


Fig. N° 181 - Localización a partir del PI

Se trata de localizar (Fig. 181) el punto cualquiera P, sobre la curva, a partir del PI. El punto P quedará determinado si se conocen:

- el ángulo  $\alpha$ ,
- la distancia PI.P

Según la Fig. 181 se tiene:

$$\text{tg } \alpha = \frac{MP}{PI.M}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{Q.PC}{T-PC.M}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{R (1 - \cos \theta)}{R \text{ tg } \frac{1}{2} \Delta - R \text{ sen } \theta}$$

$$\text{De donde: } \text{tg } \alpha = \frac{1 - \cos \theta}{\text{tg } \frac{1}{2} \Delta - \text{Sen } \theta} \quad (1)$$



Llamando arco  $PC.P = l$  se puede escribir:

$$\frac{G}{20} = \frac{\theta}{l} \text{ de donde: } \theta = \frac{G.l}{20} \quad (2)$$

$$\text{Sen } \alpha = \frac{R(1 - \cos \theta)}{PI.P}; \text{ de donde:}$$

$$PI.P = \frac{R(1 - \cos \theta)}{\text{Sen } \alpha} = \frac{T - R \text{Sen } \theta}{\cos \alpha} \quad (3)$$

Las dos igualdades de ecuación 3 son equivalentes, como puede demostrarse fácilmente, por lo tanto, se puede calcular  $PI.P$  por cualquiera de ellas.

5. Cuando debido a obstáculos no son visibles todos los puntos de la curva desde el  $PC$ .

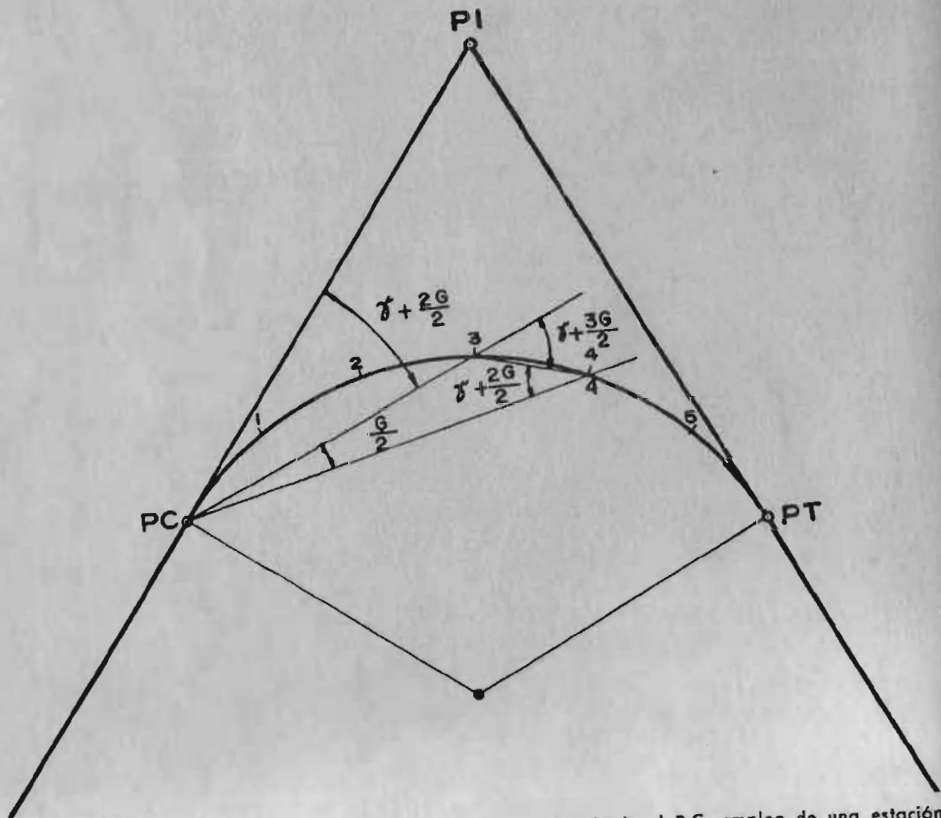


Fig. N° 182 - Todos los puntos de la curva no son visibles desde el  $PC$ ; empleo de una estación intermedia

Sea el caso ilustrado en la Fig. 182 en la cual el punto 4 ya no es visible desde el  $PC$ ; supóngase que el punto 1 se determinó a partir de un ángulo de deflexión  $\gamma$ ; según esto, el ángulo de deflexión correspondiente al punto 3 será:

$$\gamma + \frac{2G}{2}$$

El ángulo  $PI - PC-3$  es igual al ángulo  $PC-4-3$  puesto que, siendo el primero semi-inscrito y el segundo inscrito, son ambos iguales a la mitad del arco comprendido.

Se procede como sigue: con el aparato en la última estaca visible (punto 3) se da vista al  $PC$ , se transita y se gira un ángulo igual a  $\gamma + 2G/2 + G/2 = \gamma + 3G/2$ , (ver Fig. 182); se miden 20 mts., a partir del punto 3 y se localiza el punto 4. Luego se va agregando  $G/2$  hasta llegar al  $PT$ .

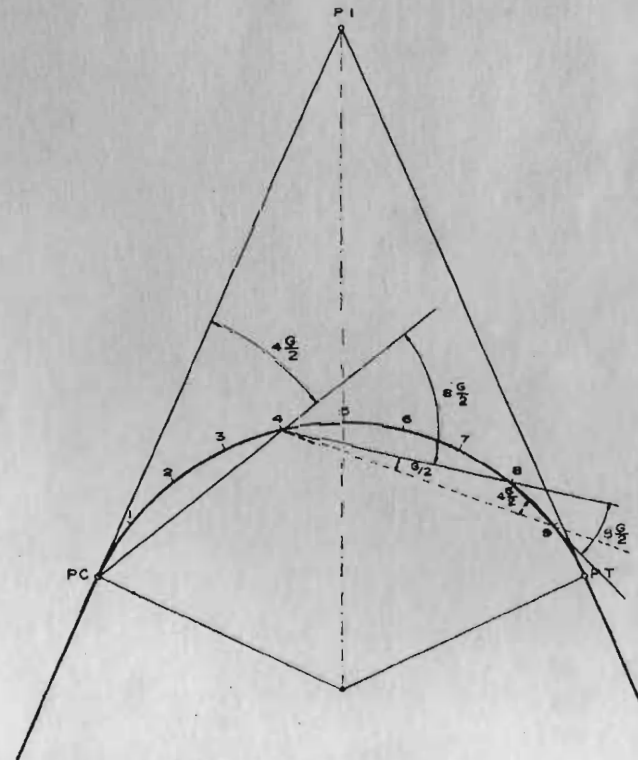


Fig. N° 183 - Todos los puntos de la curva no son visibles desde el  $PC$ ; empleo de dos, o más estaciones intermedias

Si antes de llegar al PT se presenta otro obstáculo que hace invisibles los puntos siguientes y, si además, desde la última estaca visible no se puede observar el PC para emplear el método que se acaba de explicar, se procede como sigue:

Sea el ejemplo mostrado en la figura 183; con el aparato colocado en el punto 4 fue posible localizar los puntos 5, 6, 7 y 8; el punto 9 no es visible desde el 4, y desde el punto 8 no es visible el PC.

Se centra en 8 el aparato; se da vista a 4, se transita y se defleca un ángulo igual a  $G/2 + 4 G/2 = 5G/2$ , (ver Fig. 183).

Como puede apreciarse:

$$\frac{5G}{2} = (9-4) \frac{G}{2}$$

en que 9: estación que se va a colocar,

4: última estación en que estuvo el teodolito.

**Replanteo por el método de ordenadas sobre la tangente.**

La curva se refiere a las dos tangentes  $T_1$  y  $T_2$  y a las normales respectivas sobre el PC y el PT.

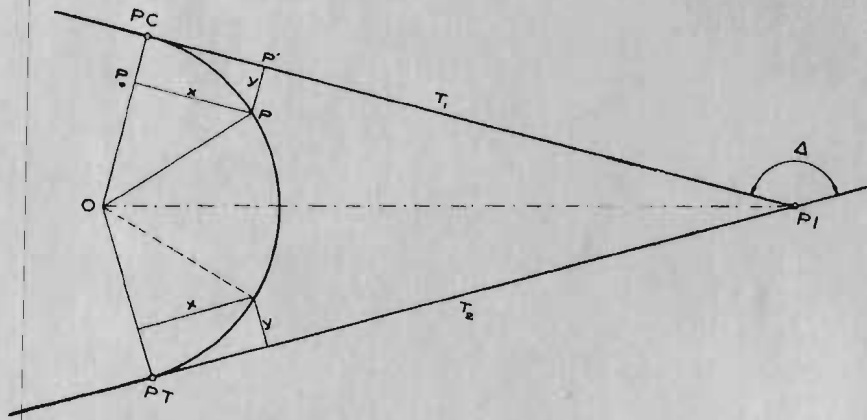


Fig. N° 184 - Replanteo por el método de ordenadas sobre la tangente

De la figura 184: llamando  $P'P = Y$ , se tiene:

$$Y = PC.O - P_o O$$

$$Y = R - \sqrt{R^2 - X^2} \quad (1)$$

$$\frac{Y}{R} = 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{X}{R}\right)^2} \quad (2)$$

La fórmula (2) se puede tabular para radio = 1.0, (ver tabla en el ejemplo). Así, para obtener X e Y para cualquier otro radio (R), se multiplicarán los valores de la tabla por el radio R.

Tabulando la fórmula (2) para valores de X entre 0.1 y 0.9 se obtiene:

X <sub>1</sub>	Y <sub>1</sub>
0.1	0.0005
0.2	0.0202
0.3	0.0460
0.4	0.0834
0.5	0.1339
0.6	0.2000
0.7	0.2858
0.8	0.4000
0.9	0.5641

Para una curva de radio 180 mts., los correspondientes valores serían:

X <sub>180</sub>	Y <sub>180</sub>
18	0.90
36	3.64
54	8.28
72	15.01
90	24.10
108	36.00
126	51.44
144	72.00
162	101.54

Comprobación para  $X = 72$

$$R = 180$$

aplicando la fórmula (1)

$$Y = 180 - \sqrt{180^2 - 72^2}$$

$$Y = 15.01$$

**Replanteo por el método de ordenadas sobre la cuerda principal.**

En este método el punto N se toma como origen de coordenadas. Las abscisas se fijan sobre la línea PC-PT, que es la cuerda principal.

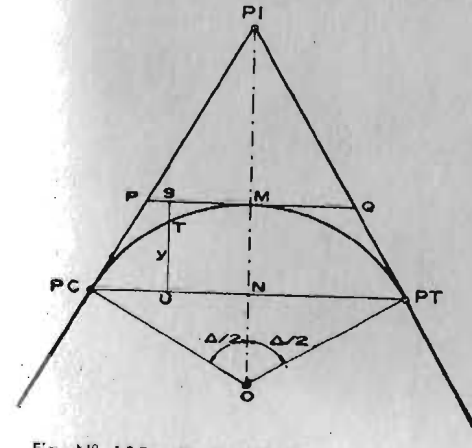


Fig. N° 185 - Replanteo por el método de ordenadas sobre la cuerda principal

En la Fig. 185 se tiene:

$$Y = TU$$

$$Y = US - ST$$

$$h = R (1 - \cos \Delta/2), \text{ (flecha).}$$

$$h = US = MN$$

Los valores ST son las ordenadas sobre la tangente, para el ángulo al centro  $\Delta/2$ , y se determinan según lo visto en el método anterior.

**Cierre de una curva en ángulo y en lado.**

El ángulo PI-PC-PT debe ser igual a  $\Delta/2$ ; la diferencia que pueda existir se llama cierre de la curva en ángulo y es admisible un cierre hasta de 3 minutos.

De acuerdo al número de veces que se pueda inscribir el lado del polígono,  $l$ , y contabilizando la fracción, se calcula la longitud de la curva; la diferencia entre este valor y el calculado analíticamente se denomina cierre en longitud de la curva; se admiten cierres hasta de 10 cms., en curvas pequeñas y hasta de 20 cms., en curvas mayores. Estas especificaciones son apenas indicativas de las magnitudes de error admitidas; cada proyecto tendrá sus propias especificaciones de acuerdo con la precisión requerida.

**Replanteo de Curvas Verticales:**

La ecuación de la parábola referida a una tangente, como eje X, y a la vertical, que tomaremos como paralela al eje de la parábola, es (Fig. 186):

$$Y = aX^2$$

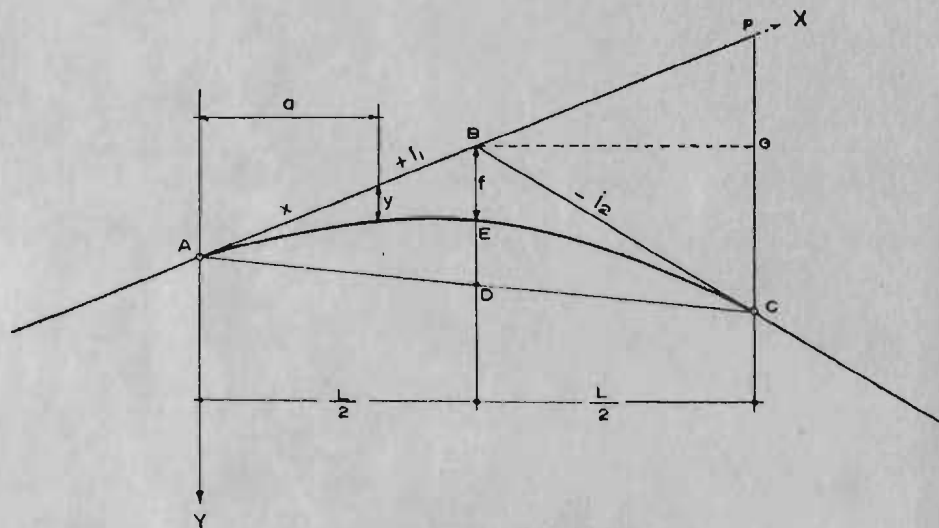


Fig. N° 186 - Replanteo de curvas verticales

Por conocidas propiedades de la parábola puede escribirse que:

$$BE = ED$$

$$AD = DC$$

Se acostumbra a tomar por longitud de la curva el valor  $AC = L$ . El triángulo ABD es semejante al AFC, luego:

$$\frac{BD}{FC} = \frac{AD}{AC} = \frac{1}{2}$$

Luego

$$BD = \frac{1}{2} (FG + GC)$$

pero:  $FG = \frac{L}{2} \cdot i_1$  y  $GC = -\frac{L}{2} \cdot i_2$  en que  $i_1$  e  $i_2$  son las pendientes de las rasantes.

Llamándose  $BD=2f$  se tendrá:

$$f = (i_1 - i_2) \frac{L}{8} \quad (1)$$

Basados en otra propiedad de la parábola que se expresa:

$$\frac{Y}{f} = \frac{X^2}{AB^2} = \frac{a^2}{(L/2)^2}$$

Se tiene:

$$Y = 4f \left(\frac{a}{L}\right)^2 \quad (2)$$

Por medio de estas dos ecuaciones (1) y (2) puede localizarse una curva vertical.

Ejemplo:

$$f = (i_1 - i_2) \frac{L}{8}$$

$$f = [0.04 - (-0.06)] \frac{200}{8} = \frac{0.1 \times 200}{8} = \frac{20}{8} = 2.50 \text{ m.}$$

$$Y_1 = 4 \times 2.50 \left(\frac{25}{200}\right)^2 = 0.156 \text{ m.}$$

$$Y_2 = 4 \times 2.50 \left(\frac{50}{200}\right)^2 = 0.625 \text{ m.}$$

$$Y_3 = 4 \times 2.50 \left(\frac{75}{200}\right)^2 = 1.406 \text{ m.}$$

$$Y_4 = f = 4 \times 2.50 \left(\frac{100}{200}\right)^2 = 2.50 \text{ m.}$$

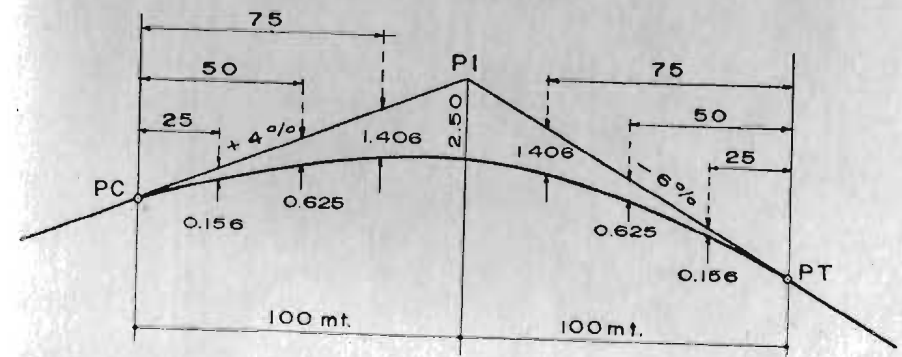


Fig. N° 187 - Cálculo de una curva vertical

Las ordenadas a la derecha del PI son iguales a las computadas para la izquierda, midiendo las distancias de derecha a izquierda desde el PT.



ESTACAS DE CHAFLAN Y CUBICACION DE MOVIMIENTO DE TIERRA

Estacas de Chaflán:

*Definición.* Se denominan así a las estacas que sirven para determinar tanto los puntos de intersección de los taludes con el terreno natural, como otros puntos determinantes de las secciones transversales de una vía en los cortes y en los rellenos.

La localización de las estacas de chaflán presenta un problema indeterminado, teniéndose que proceder por un sistema de tanteos, como se verá más adelante.

Los datos de los cuales se parte son: (Fig. 188) el ancho de la calzada (b); el talud (s), o adecuada inclinación que debe darse al terreno con fines de estabilidad, y la diferencia de cotas (h) en el eje de la vía, que es la diferencia entre la cota roja y la cota negra.

Estacas de Chaflán en corte:

Como puede deducirse de la Fig. 188, es necesario determinar los valores de las distancias  $d_1$  y  $d_2$  y las diferencias de cotas  $h_1$  y  $h_2$ .

Se tiene que:

$$d_1 = EA + AG$$

$$d_2 = GB + BF$$

$$d_1 = sh_1 + \frac{b}{2} \quad (1)$$

$$d_2 = \frac{b}{2} + sh_2 \quad (2)$$

En las ecuaciones (1) y (2) se desconocen los valores de  $d_1$  y  $h_1$ ,  $d_2$  y  $h_2$  por lo cual no pueden solucionarse directamente, debiéndose determinar sobre el terreno puntos tales como D y C que satisfagan las ecuaciones (1) y (2).

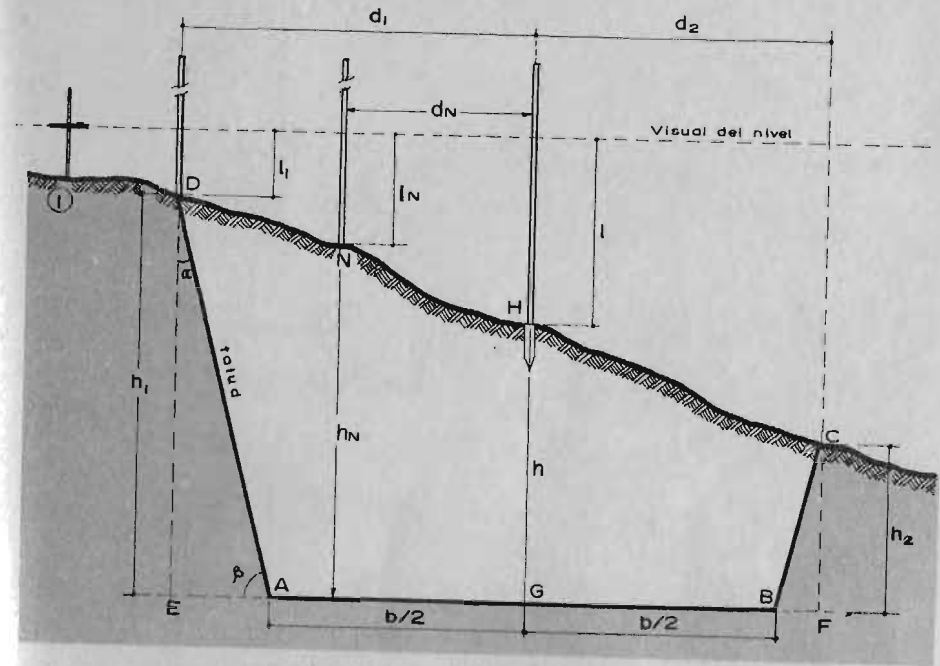


Fig. N° 188 - Estacas de chaflán en corte

Ejemplo:

- Ancho de la vía:  $b = 12$  mts.
- Talud (Fig.189):  $s = \frac{1}{4} : 1$
- Cota negra = 1.807.35 mts.
- Cota roja = 1.800.65 "
- luego  $h = 6.70$  mts.

a) Determinación de D:

Se tiene que:

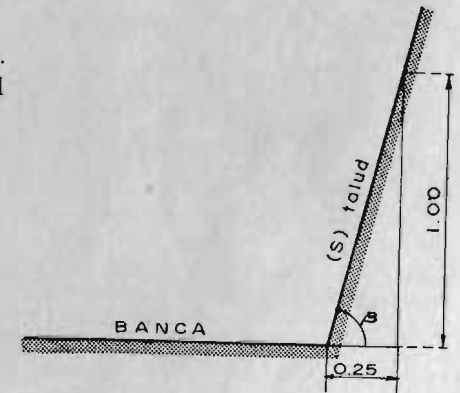
$$d_1 = \frac{1}{2} \times 12 + 0.25 h_1 \quad (1)$$

El procedimiento a seguir se resume en los siguientes pasos:

1. Se sitúa un nivel Locke en un punto (1) que se encuentre cercano a donde, a estima, se cree que va a quedar D, (Fig. 188).

$$s = \frac{\frac{1}{4}}{1} = 0.25$$

Fig. N° 189 - Banca y talud en corte



2. Se coloca una mira sobre el punto H (punto del eje de la vía) y se toma la lectura  $l$ ; sea por ejemplo  $l = 4.50$  mts.

3. Se calcula la altura instrumental:

$$h_{\text{AI}} = h + l = 6.70 + 4.50 = 11.20 \text{ mts.}$$

4. Se coloca la mira sobre un punto que, a estima, se considera el buscado. Llamamos  $N$  dicho punto.  
5. Se hace lectura sobre la mira en  $N$ , ( $l_N$ ), y se mide la distancia respectiva  $d_N$  (de  $N$  al eje de la vía).

$$l_N = 2.70$$

$$d_N = 4.50$$

6. La cota de  $N$  con respecto a la plataforma o banca de la vía será:

$$h_N = h_{\text{AI}} - l_N$$

$$= 11.20 - 2.70$$

$$h_N = 8.50 \text{ mts.}$$

7. Reemplazando los valores obtenidos en la fórmula (1) se tiene:

$$4.50 = \frac{1}{2} \times 12 + 0.25 \times 8.50$$

$$4.50 \neq 8.50:$$

de este resultado se deduce que el punto  $N$ , escogido, no cumple la ecuación (1) y por tanto, se deben seguir haciendo tanteos hasta llegar a una solución como la siguiente:

$$l_1 = 1.60$$

$$d_1 = 8.40$$

en que, al reemplazar en la fórmula (1) se tiene:

$$8.40 = \frac{1}{2} \cdot 12 + (11.20 - 1.60) \times 0.25$$

$$8.40 = 8.40$$

8. Cuando se ha logrado un resultado como el inmediatamente anterior, en el punto así localizado se clavará una estaca con las anotaciones: "9.60, al eje 8.40" lo cual quiere decir que el punto buscado,  $D$ , se halla 9.60 mts., sobre la banca y a una distancia de 8.40 del eje de la vía.

### Estacas de Chaflán en Relleno.

El procedimiento a seguir es aproximadamente el mismo que en el caso anterior.

El siguiente ejemplo ilustra este caso:

$$\text{ancho vía} = b = 12 \text{ mts.}$$

$$\text{talud } s = \frac{1}{4} : 1$$

$$\text{Cota roja} = 1.801.50$$

$$\text{Cota negra} = 1.796.20$$

$$h = 5.30 \text{ mts.}$$

Determinación del punto  $D$ :

1. Se sitúa el nivel Locke en un punto tal como (2) (Fig. 190).

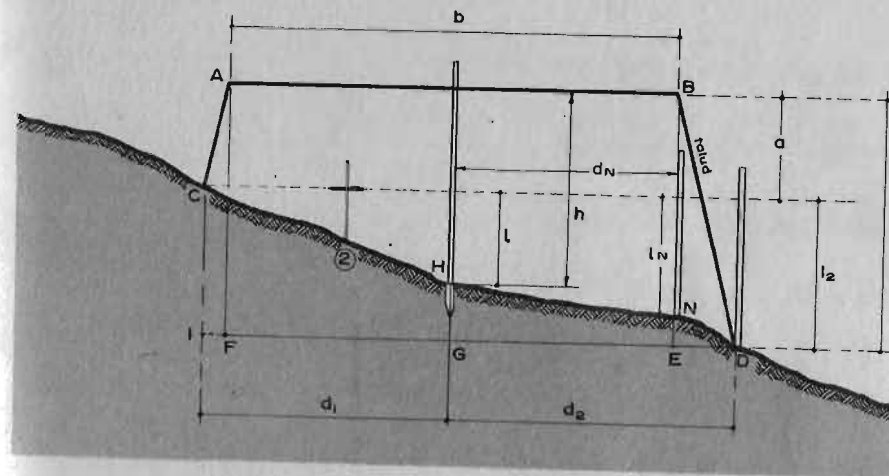


Fig. N° 190 - Estacas de chaflán en relleno

2. Se coloca una mira en  $H$  y se lee  $l = 2.50$  mts.  
3. Se calcula la altura instrumental con respecto a la banca (es negativa en este caso).

$$a = h - l$$

$$a = 5.30 - 2.50$$

$$a = 2.80 \text{ mts.}$$

4. Se escoge un punto  $N$  para hacer el primer tanteo:

$$l_N = 3.20$$

$$d_N = 6.00$$

5. Es necesario que los datos anteriores verifiquen la ecuación

$$d_1 = \frac{1}{2} b + s h_1$$

$$6.00 = 6 + 0.25 (3.20 + 2.80)$$

$$6.00 = 7.50 \text{ (No puede ser).}$$

6. Se siguen haciendo tanteos hasta obtener, por ejemplo:

$$l_2 = 4.00$$

$$d_1 = 7.70$$

$$\therefore 7.70 = 6 + 0.25 (4.00 + 2.80)$$

$$7.70 = 7.70$$

**Cubicación del Movimiento de Tierra,**

Se ha explicado la localización de la línea de proyecto adoptada o línea roja. Una vez efectuada dicha localización, se procede a nivelar con exactitud la línea roja, con el objeto de poder dibujar el perfil real del terreno determinado por el eje de la vía adoptado y poder así conocer la diferencia real entre cotas rojas y cotas negras sobre el perfil longitudinal de la vía. A continuación se deben levantar las secciones transversales a la línea roja (con nivel de mano) a las distancias escogidas según la precisión requerida y la naturaleza del terreno.

a) *Dibujo de las Secciones Transversales.*

En base a los datos tomados en la nivelación de las secciones transversales, se dibuja el perfil de cada una de ellas. Como se conoce la "cota roja" o sea la cota a la cual va a quedar el eje del proyecto, el ancho de la base de la vía y los taludes, que se han fijado de antemano, es fácil, a partir de estos datos, dibujar la sección transversal de la vía, quedando por lo tanto determinada su área. Cada una de estas secciones debe llevar un título que indique la abscisa a la cual corresponde," (Fig. 191).

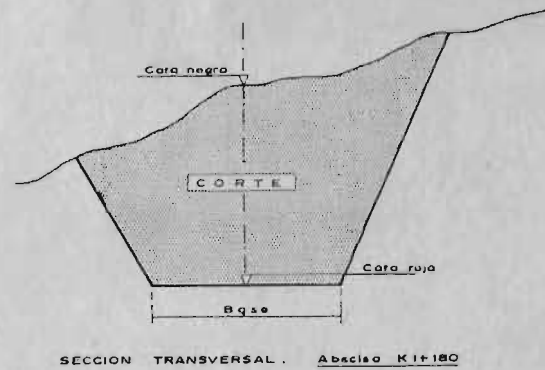


Fig. Nº 191 - Perfil de una sección transversal de la vía

b) *Cálculo de las Areas de las Secciones Transversales.*

Para este efecto puede seguirse uno de los dos métodos expuestos a continuación:

1. A partir de la cartera de nivelación de las secciones transversales:

Se conocen las distancias  $d_1, d_2$ ;  $i_1, i_2$  (del centro de la banca hacia la derecha e izquierda respectivamente); también se conocen las ordenadas  $h'_a, h''_a$ ;  $h'_i, h''_i$  y el ancho de la banca que se denomina  $2b$ .

Observando la Fig. 192 se puede escribir que:

$$ABCDEGKA = ABJL + BCIJ + CDHI + DEFH - AKL-EFG \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{Area} = & \frac{h'_i + h''_i}{2} (i_1 - i_2) + \frac{h''_i + h}{2} (i_2) + \frac{h + h'_a}{2} (d_2) \\ & + \frac{h'_a + h''_a}{2} (d_1 - d_2) - \frac{h'_i}{2} (i_1 - b) - \frac{h'_a}{2} (d_1 - b) \quad (2) \end{aligned}$$

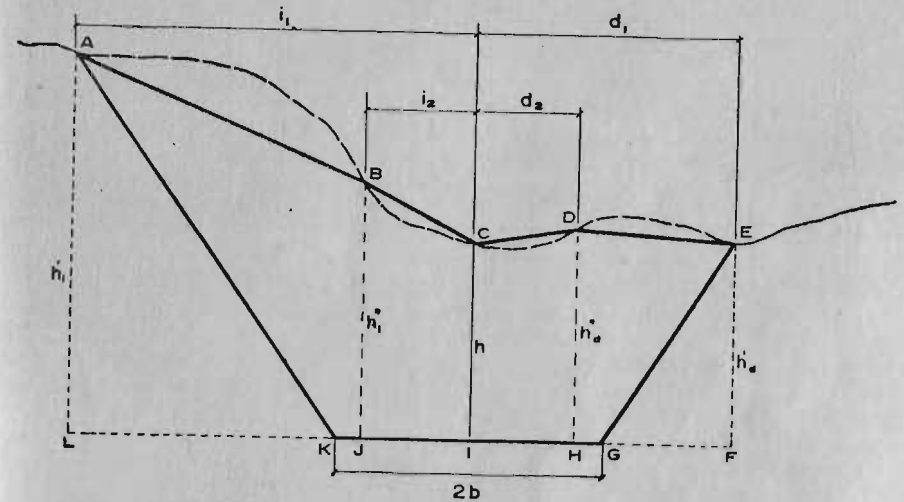
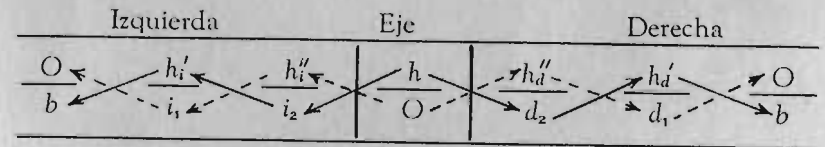


Fig. Nº 192 - Cálculo del área de una sección transversal

El valor obtenido por la ecuación (2) es igual al calculado por la ecuación (3), ordenando los datos conocidos de la siguiente manera:



$$(3) - \text{Area} = \frac{\left| \sum \text{productos unidos por } \swarrow \downarrow \searrow \right| - \left| \sum \text{productos unidos por } \nearrow \uparrow \searrow \right|}{2}$$

2. En función de la sección transversal dibujada, siguiendo uno de los procedimientos siguientes:

I. Descomponiendo la sección en figuras geométricas simples (triángulos, rectángulos, trapecios) y computando por separado el área de cada una de éstas.



II. Empleando el planímetro, que ofrece satisfactoria precisión, dado que las escalas empleadas en el dibujo son grandes. Por este sistema se obtiene notable economía de tiempo. Deberán tomarse tres mediciones diferentes con el planímetro, para obtener un buen promedio.

c) Cálculo de los volúmenes de tierra que han de ser removidos.

Debido al error probable que traen consigo las mediciones tanto horizontales como verticales y al error que se comete al considerar uniforme la variación de la superficie del terreno entre una y otra sección transversal, no se justifica efectuar el cálculo de estas áreas con más de una cifra decimal. Así, pues, las áreas se expresarán en m<sup>2</sup> y los volúmenes en m<sup>3</sup> con una cifra decimal únicamente, puesto que no tiene objeto tomar cifras decimales que son inciertas.

El error que se puede cometer al determinar estos volúmenes depende de: 1) la magnitud de la escala a la cual se haya dibujado, pues de allí se toman los datos que intervienen en los cálculos; 2) de la equidistancia de las curvas de nivel, o sea del intervalo que existe entre ellas; 3) de la precisión con que se haya tomado la topografía.

Existen varios métodos para determinar estos volúmenes. El más práctico para determinar el movimiento de tierras en la ejecución de un proyecto de carretera, ferrocarril, canal, etc., es aquél que calcula el volumen entre dos secciones transversales consecutivas, multiplicando el promedio de las áreas de las secciones por la distancia que las separa. Así, llamando A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub> = áreas de las secciones transversales; L: distancia entre esas secciones; el volumen entre estas dos secciones estará dado por:

$$V = L \cdot \frac{A_1 + A_2}{2}$$

Como puede apreciarse, esta fórmula será más precisa a medida que A<sub>1</sub> y A<sub>2</sub> tiendan a ser iguales. Cuando una de las dos secciones tiende a cero, el volumen se puede calcular como si fuera una pirámide, o sea:

$$V = \frac{1}{3} A \cdot L$$

En general, la precisión de este primer método es más que suficiente puesto que se ha supuesto que el terreno es completamente uniforme entre las dos secciones, lo cual de antemano implica que se está calculando un volumen un poco diferente del real.

Sin embargo, cuando se desea una mayor precisión, o el valor de las dos áreas es bastante diferente entre sí, se puede calcular el volumen como si fuera un prismaoide, o sea:

$$V = \frac{1}{6} (A_1 + 4 A_m + A_2)$$

en que A<sub>m</sub> es el área de la sección media (y no el promedio de A<sub>1</sub> y A<sub>2</sub>).

En general, los valores obtenidos por el primer método resultan un poco mayores que empleando la fórmula del prismaoide.

Se puede, entonces, calcular estos volúmenes multiplicando el promedio de las áreas extremas por la longitud y restando una cantidad o corrección C, que se expresa así:

$$C = 1.68 (H_1 - H_2) (D_1 - D_2)$$

en que: C = corrección a restar, en M<sup>3</sup>, para volumen calculado entre dos secciones distantes 20 mts.; H<sub>1</sub> y H<sub>2</sub> = diferencia entre cota roja y cota negra, en metros, (Fig. 193); D<sub>1</sub> y D<sub>2</sub> = distancia en metros, entre las estacas de chafalán en cada una de las secciones.

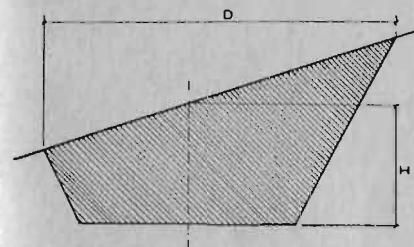


Fig. N° 193 - Sección transversal tipo para cubicación

Así, pues, el trabajo se simplifica bastante, pues la fórmula del promedio de áreas es muy sencilla y encontrar la corrección también lo es.

Ejemplo: Calcular el volumen comprendido entre las secciones (1) y (2) distantes entre sí 20 mts, (Fig. 194).

Se tiene: Area (1) = 120 m<sup>2</sup>.  
Area (2) = 55 m<sup>2</sup>.

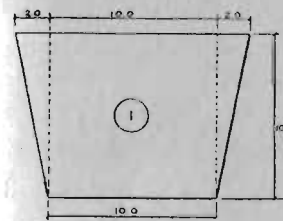


Fig. N° 194 - Secciones transversales extremas, del ejemplo considerado

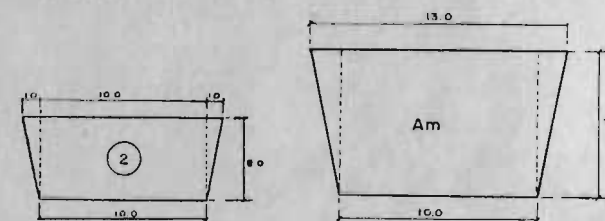


Fig. N° 195 - Sección transversal media del ejemplo considerado

Se calcula ahora el área A<sub>m</sub> de la sección media. Es de notar que en este ejemplo ninguno de los lados del prismaoide es una superficie alabeada y por lo tanto es fácil encontrar A<sub>m</sub>.

Área de la sección media, A<sub>m</sub> = 86.25 m<sup>2</sup>.

Cálculo del Volumen:

1. Promediando las áreas de las secciones:

$$V = \frac{120 + 55}{2} \times 20 = 1.750 \text{ m}^3$$



aprecie un cambio en la pendiente del terreno, se tomarán las lecturas de las cotas y las distancias al eje de la vía. Dichas lecturas se registran automáticamente en tarjetas perforadas o en cintas magnéticas.

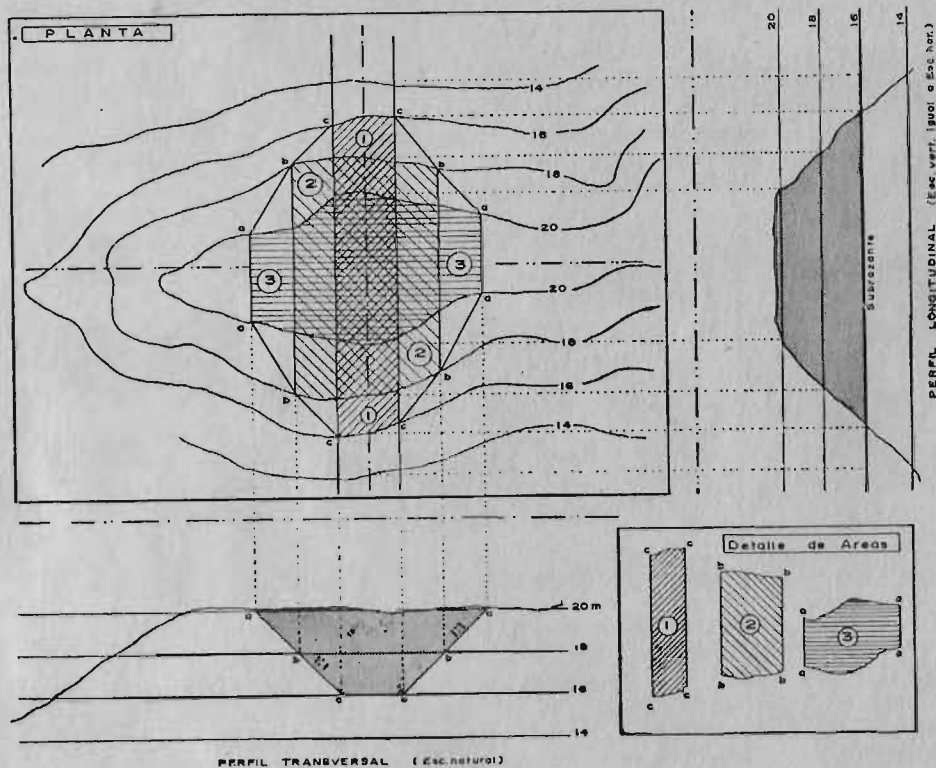


Fig. N° 198 - Cálculo del volumen de movimiento de tierra

De esta manera se dispondrá de una representación del terreno en forma numérica y con la aproximación que se desee, pudiéndose, por medio de un computador digital, efectuar las operaciones conducentes al cálculo de los volúmenes de tierra. Como ventajas de este moderno método se anotan: la rapidez y la fidelidad de los resultados.

## CAPITULO

# 30

### NOCIONES DE FOTOGAMETRIA

#### Generalidades:

*Introducción.* Se pretende en este capítulo, dar información sobre las posibilidades que ofrece el empleo de fotografías para obtener conocimiento de áreas extensas sobre la superficie terrestre, a un costo relativamente bajo y con numerosas aplicaciones.

Es oportuno aclarar que los principios aquí expuestos son elementales, pero suficientes para entender los fundamentos de esta ciencia. Los conocimientos así obtenidos permitirán, al lector que se interese en la materia, profundizar, más tarde, en estudios especializados de este campo.

*Definición.* La Fotogrametría puede definirse como la aplicación de la fotografía a las mediciones. Un levantamiento fotogramétrico es la aplicación de la Fotogrametría para hallar áreas, volúmenes, contornos, localización de puntos, detalles, etc., sobre la superficie de la tierra.

La Fotogrametría se ha desarrollado a medida que los descubrimientos y adelantos en la óptica y en la aviación lo han permitido.

*Reseña Histórica.* Los trabajos de mediciones de extensiones de tierra y la confección de planos y mapas se han venido efectuando desde tiempos remotos, pero, en los últimos cincuenta años han recibido mayor impulso debido principalmente a los inventos surgidos de las necesidades militares impuestas por las guerras mundiales.

Desde el invento de la Fotografía por los científicos franceses Niepce y Daguerre, se pensó en utilizar las fotografías para efectuar mediciones. El primer intento en emplear para estos fines la cámara fotográfica, fue el de Laussedat, de la Armada francesa, en 1850, dando así comienzo a la llamada Fotogrametría Terrestre.

La Armada de los EE. UU. por el año de 1861 experimentó la toma de fotografías aéreas desde globos, con poco éxito. En Europa el empleo de dirigibles produjo resultados más satisfactorios. En los archivos de la Sociedad Internacional de Fotogrametría, se conservan las primeras fotos tomadas desde un avión por el capitán Cesare Tardiro, con fines de elaboración de mapas, en la primera década de este siglo.



*Desarrollo de la Fotogrametría en Colombia.* Por iniciativa de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional, se trajeron al país los primeros instrumentos para Fotogrametría Aérea, por el año de 1930. Igualmente, por dicha época vinieron al país los primeros expertos. Anteriormente el Dr. R. Perry había desarrollado varios trabajos en Fotogrametría Terrestre con un aparato ZEISS-OREL.

Por el año de 1935 se hizo la primera importación de aparatos fotogramétricos para el Instituto Geográfico de Colombia, en donde desde esa época, y con equipo cada vez más moderno, se han realizado diferentes e interesantes trabajos en el campo de la Fotogrametría.

Uno de los primeros trabajos fue la confección del plano de la ciudad de Bogotá, elaborado para su 40. centenario (1938). A partir de este año se comenzó en firme la elaboración del mapa del territorio nacional el cual se halla hasta el momento completo en un 20% aproximadamente (un 75% de la zona poblada).

Otros trabajos de diversa índole se han realizado, tales como el levantamiento de ciudades a escala 1 : 2.000 (Bogotá, Medellín y otras) y trabajos por contrato con entidades semioficiales y privadas.

La Fotogrametría ha estado en algunas oportunidades formando parte de los planes de estudio de Ingeniería Civil, pero podría decirse que no se ha logrado hacer escuela, pues hoy en día no se ofrecen cursos de esta importante materia al nivel que sería deseable.

### Descripción del Proceso Fotogramétrico.

La fotografía estereoscópica es una aplicación de la facultad innata en el hombre de la apreciación del relieve, es decir, de las diferentes distancias a que se encuentran los objetos. La explicación de este fenómeno consiste en que cada ojo ve una perspectiva diferente del mismo objeto.

Debido a la posición relativa de los dos ojos del observador, las dos imágenes que del objeto se forman en la retina son diferentes; la combinación de dichas dos imágenes produce la sensación de relieve. La aplicación de este principio hizo posible el proceso fotogramétrico, que consiste en hacer planos topográficos a partir de pares de fotografías tomadas desde puntos diferentes, las cuales al ser proyectadas bajo ciertas condiciones reproducen fielmente el terreno con todas sus características, inclusive de relieve, (Fig. 199). Este proceso comprende esencialmente los siguientes pasos: 1o.) Plan de trabajo y cálculos preliminares; 2o.) Toma de fotografías (terrestres o aéreas); 3o.) Procesos de laboratorio (revelado, copias, diapositivos, etc.); 4o.) Control terrestre para ajustar escalas y cotas; 5o.) Restitución (o confección de planos) por medio de instrumentos especiales.

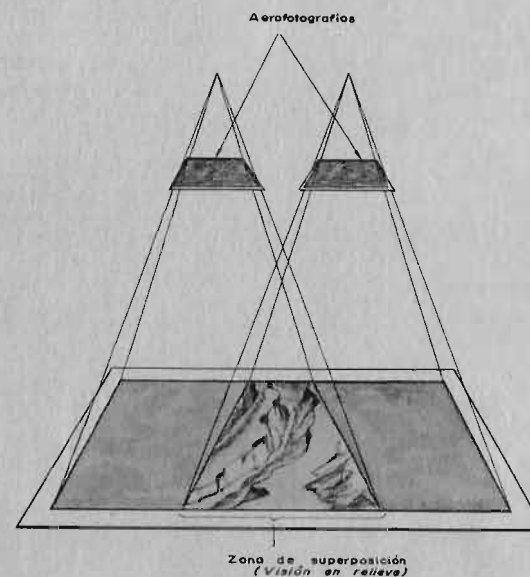


Fig. N° 199 - Visión estereoscópica, visión en relieve

### Fotogrametría Terrestre

La Fotogrametría Terrestre ofrece la facilidad de hacer levantamientos rápidos, económicos y precisos cuando se trata de extensiones pequeñas, no siendo necesario disponer de equipo de alto costo, aparte del llamado Foto-teodolito. Este es un teodolito, con cámara fotográfica acoplada, que va montado sobre un trípode y toma las fotografías en dirección horizontal, (Fig. 199A):

La Fotogrametría Terrestre tiene hoy en día un campo limitado en lo que se refiere a la confección de planos; se emplea cuando la Fotogrametría Aérea resulta muy costosa, poco práctica o imposible. Su principal uso es en trabajos pequeños y para entrenamiento de estudiantes.

### Fotogrametría Aérea

La Fotogrametría Aérea tiene múltiples usos dentro del campo de la Ingeniería. Las fotografías se toman desde un avión, siendo fácil determinar la altura y el azimut del vuelo. Las fotografías aéreas pueden ser:

- a) *Verticales*: Cuando el eje de la cámara es vertical y la película horizontal. Corresponden a perspectivas del terreno sobre un plano horizontal.
- b) *Oblicuas*: Son las tomadas con el eje de la cámara haciendo un ángulo con la vertical. (La película siempre es perpendicular al eje de la cámara). Se denominan *oblicuas altas* cuando aparece el horizonte y *oblicuas bajas* cuando el horizonte no aparece.

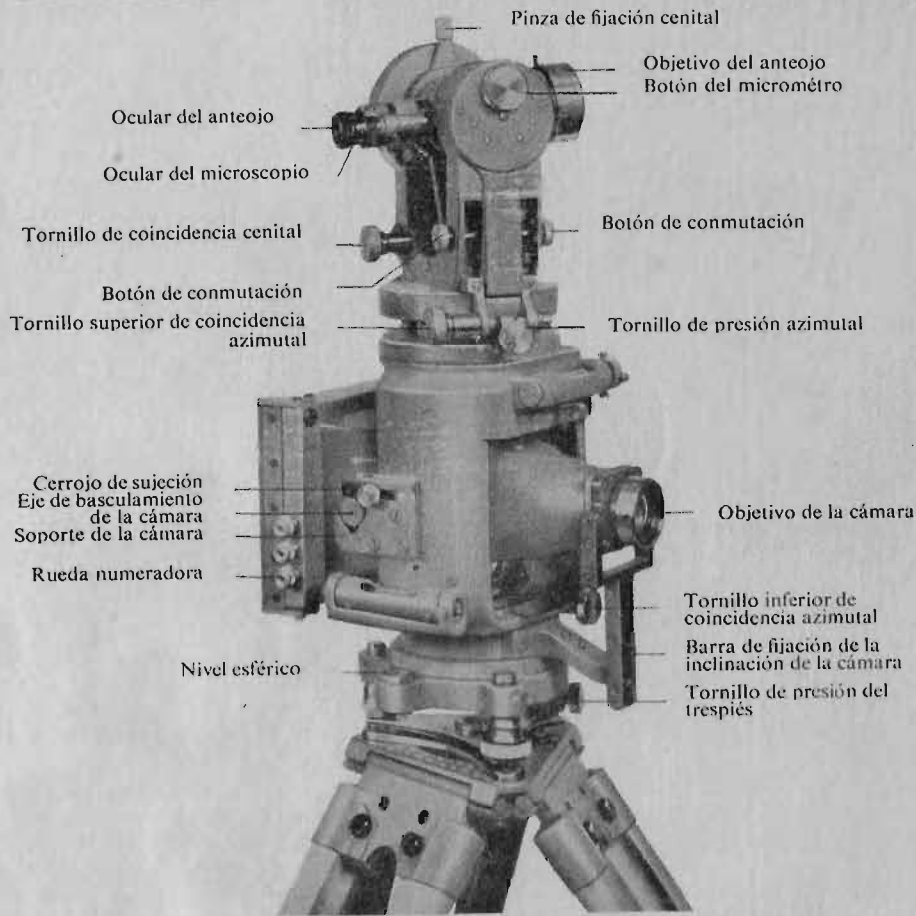


Fig. N° 199-A - Fototeodolito Wild P. 30

c) *Compuestas*: Son en realidad grupos de fotografías tomadas oblicuamente y en forma simultánea por varias cámaras que hacen ángulos con la vertical.

Las fotografías compuestas están prácticamente fuera de uso; las oblicuas se utilizan para algunos propósitos, usualmente de reconocimiento. En adelante todo lo que se expone está relacionado a fotografías aéreas verticales.

*Cámaras*. Van montadas sobre un sistema de balancines y soportes que absorben las vibraciones. Por medio de un nivel circular se hace vertical el eje de la cámara, quedando siempre en cada fotografía la imagen de dicho nivel, que muestra la localización de la burbuja en el momento en el cual se toma la fotografía.

Debido a vientos laterales, que tratan de desviar el avión de su línea de vuelo, es necesario poder hacer girar la cámara sobre su eje vertical un ángulo dado para que las fotografías de la zona queden una a continuación de otra.

Toda cámara tiene ciertas características diseñadas para registrar imágenes sobre un medio sensible. Se puede comparar la cámara fotográfica al ojo humano en cuya retina se están fijando constantemente imágenes, siendo el ojo una cámara perfecta que se ajusta automáticamente a las condiciones de luminosidad, foco, etc., mientras que en la cámara fotográfica se requieren mecanismos especialmente diseñados para lograr estos ajustes.

Una cámara, en general, es un pequeño cuarto oscuro, que tiene un lente frente a un obturador que actúa como una ventana a través de la cual se admite la luz. La cantidad de luz admitida es importante; por lo tanto el tamaño del obturador deberá poder graduarse. La luz admitida va directamente al fondo de la caja donde se halla la película sensibilizada, que se impresiona. El plano donde se coloca la película se denomina plano focal. Hay cámaras manuales y cámaras automáticas (con un motor o batería) que disponen de un intervalómetro que una vez regulado opera la cámara automáticamente. Los elementos esenciales de una cámara son: a) lentes, b) disparador, c) cuerpo de la cámara, d) mecanismo para operarla y e) película.

Los lentes deben tener características que les permita eliminar las aberraciones cromática y esférica principalmente. El lente de una cámara se define por su distancia focal, siendo los valores: 100 mm. 131 mm. y 152 mm. los más usados para fotografías empleadas en trabajos de precisión y los de 210 mm. y 305 mm. principalmente para fines militares.

La película empleada en fotografía aérea debe ser fresca, de grano fino, alta velocidad y pancromática (sensible a todos los colores). El encogimiento entre la película húmeda (al revelado) y seca no debe sobrepasar una variación del 2 por 1.000; la diferencia en encogimiento en dos direcciones cualesquiera, entre el revelado y el secado, no debe exceder un 0.5 por 1.000.

Para evitar distorsión en las imágenes, la película debe quedar completamente sobre el plano focal, lo cual se logra por medio de una cámara de vacío; el vacío se interrumpe una vez hecha la exposición, para permitir avanzar a otra parte de la película.

Una fotografía aérea no puede considerarse por sí misma como el plano de una porción de terreno, pero mediante el empleo de métodos fotogramétricos y de principios geométricos se pueden obtener planos a partir de fotografías, siendo necesario para esto disponer de fotografías tales que un mismo punto sobre la tierra aparezca en dos fotografías tomadas desde sitios diferentes; a éstas se denominan *pares estereoscópicos*.

*Superposición*. Para satisfacer lo dicho anteriormente sobre pares estereoscópicos, se requiere, al fotografiar una faja de terreno, que el punto central de cada fotografía quede en dos fotografías consecutivas. Esto se logra por medio de una superposición, entre una fotografía y la siguiente, del 60% en

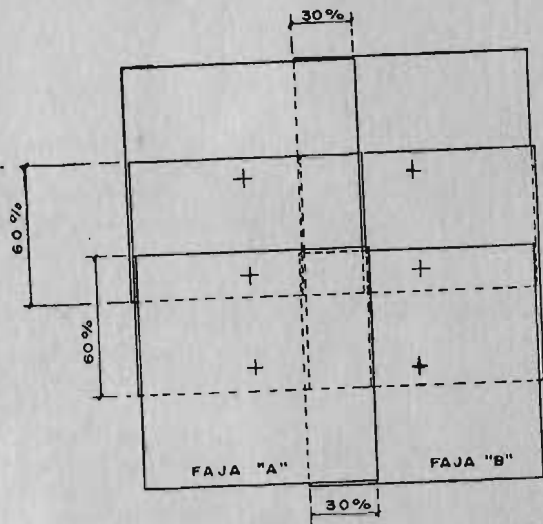


Fig. N° 200 - Superposición longitudinal y transversal de las fotografías

el sentido longitudinal. Además, para asegurar el cubrimiento total de una zona, es necesaria la superposición de una faja de fotografías sobre la inmediatamente adyacente en un 30%, (ver Fig. 200).

*Punto Principal* de una fotografía es el determinado por el pie de la perpendicular trazada desde el foco, o punto nodal de la lente, al plano focal, en el cual debe estar colocada la película.

En una fotografía completamente vertical, el punto principal debe coincidir con el punto determinado por la dirección de la plomada a través del centro del lente.

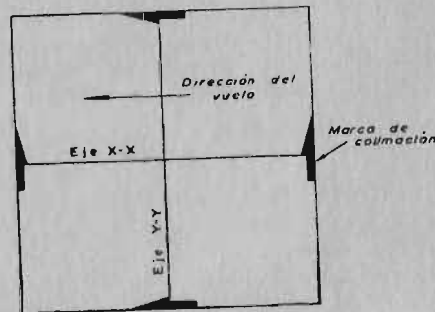


Fig. N° 201 - Ejes de una aerofotografía

*Ejes de una fotografía* son los determinados al unir por rectas las marcas que aparecen en los bordes de toda fotografía aérea (denominadas *marcas de colimación*). La intersección de estos ejes determinan el *centro geométrico* (centro óptico).

El eje que coincide con la dirección del vuelo se denomina eje X y el eje perpendicular a la dirección de vuelo, eje Y. (Fig 201).

# CAPITULO

# 31

## FUNDAMENTOS GEOMETRICOS DE LA FOTOGAMETRIA

El estudio que a continuación se expone, se refiere a fotografías verdaderamente verticales, dejando lo relacionado al caso real, en que éstas no lo son completamente, para estudio especializado que está fuera del propósito de este capítulo.

### Relación entre la escala de la Fotografía y la altura de la cámara.

Si una distancia  $AB$  sobre la tierra queda representada por una distancia  $ab$  en la fotografía, la escala correspondiente estará expresada por la relación  $ab/AB$ . Estrictamente no se puede hablar de "escala de una fotografía" porque el área fotografiada presenta zonas con diferente cota, lo cual hace que la escala no sea única sino que varía según la cota de la zona fotografiada. A mayor distancia entre la película y la zona fotografiada, menor será la escala resultante.

La Fig. 202 representa una fotografía vertical en que: el punto "C" representa el lente; "H", la altura de la cámara sobre el plano de referencia (nivel del mar); "o": el punto principal de la fotografía y "f" la distancia focal del lente.

Para la línea  $HI$  situada al nivel del mar, determinada por los puntos  $H$  e  $I$ , y cuyas imágenes sobre la fotografía son "h" e "i" respectivamente, considerando los triángulos semejantes  $CHI$  y  $Chi$ , se tendrá que la escala para líneas sobre el nivel del mar es:

$$S_M = \frac{f}{H} \quad (1) \quad f \text{ y } H \text{ en las mismas unidades.}$$

Para la línea  $JK$  de igual longitud (en el terreno) a  $HI$ , pero situada a una altura  $h$  sobre el nivel del mar, se tiene que su escala será:

$$S_z = \frac{f}{H-h} \quad (2)$$



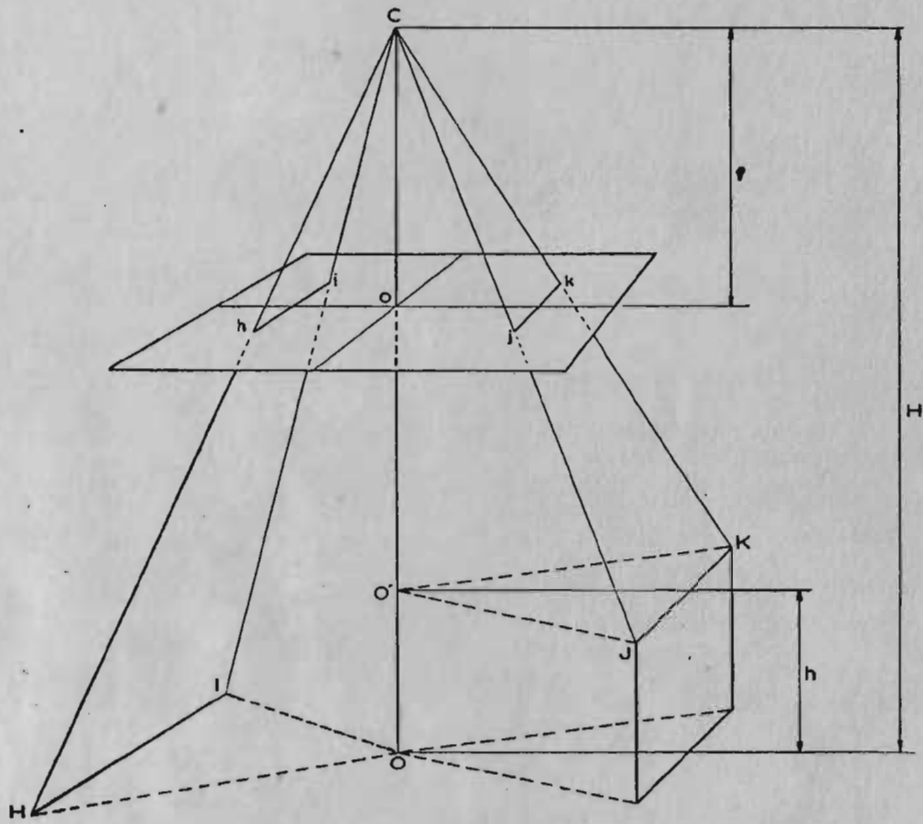


Fig. N° 202 - Altura de la cámara y escala de la aerofotografía

Observando las ecuaciones (1) y (2) se deduce que, a menos que el área fotografiada sea plana completamente, no se puede obtener una escala representativa.

Una escala promedio se obtiene usando la expresión (3):

$$S_p = \frac{f}{H - h_p} \quad (3)$$

en la cual el valor  $h_p$  corresponde al promedio de las alturas sobre el nivel del mar, de los puntos contenidos en la fotografía.

**Cálculo de Coordenadas.** Se pueden establecer relaciones entre las coordenadas en el terreno y las coordenadas sobre las fotografías, eliminando así las variaciones en la escala de la fotografía debidas, como ya se dijo, a las diferencias de nivel entre puntos.

En la Fig. 203 se tiene un punto P en el terreno y su representación  $p$  sobre una fotografía vertical; se toma como centro de coordenadas el punto "O" (al nivel del mar) que es la proyección vertical (según la dirección de la plomada) del punto "o" en la fotografía, determinado por la intersección de las líneas que unen las marcas de colimación. Así, pues, se tendrá para el punto P:

Coordenadas terrestres:  
 $X_P, Y_P.$

Altura sobre el nivel del mar:  
 $h_p.$

Coordenadas sobre la fotografía:  
 $x_p, y_p.$

Igualmente, para el punto Q se tendrá:

Coordenadas terrestres:  
 $X_Q, Y_Q.$

Altura sobre el nivel del mar:  
 $h_q.$

Coordenadas sobre la fotografía:  
 $x_q, y_q.$

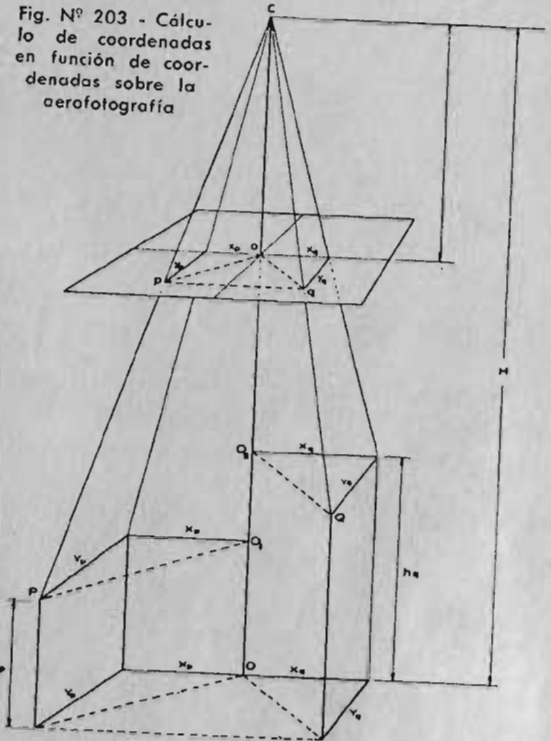


Fig. N° 203 - Cálculo de coordenadas en función de coordenadas sobre la aerofotografía

$$\frac{x_p}{X_P} = \frac{f}{H - h_p};$$

$$X_P = \frac{H - h_p}{f} x_p \quad (4)$$

$$\frac{x_q}{X_Q} = \frac{f}{H - h_q};$$

$$X_Q = \frac{H - h_q}{f} x_q \quad (6)$$

$$\frac{y_p}{Y_P} = \frac{f}{H - h_p};$$

$$Y_P = \frac{H - h_p}{f} y_p \quad (5)$$

$$\frac{y_q}{Y_Q} = \frac{f}{H - h_q};$$

$$Y_Q = \frac{H - h_q}{f} y_q \quad (7)$$

$$PQ = \sqrt{(X_P - X_Q)^2 + (Y_P - Y_Q)^2} \quad (8)$$

De la figura 203 se pueden establecer fácilmente las relaciones que permiten hallar las expresiones de las coordenadas del punto P (ecuaciones (4) y (5)) y del punto Q (ecuaciones (6) y (7)) en función de las coordenadas medidas sobre la fotografía, de la altura de vuelo, de la distancia focal y de las alturas sobre el nivel del mar de los puntos en cuestión. Mediante la ecuación (8) se puede calcular la longitud de la línea PQ obviando así el problema de la escala de la fotografía.

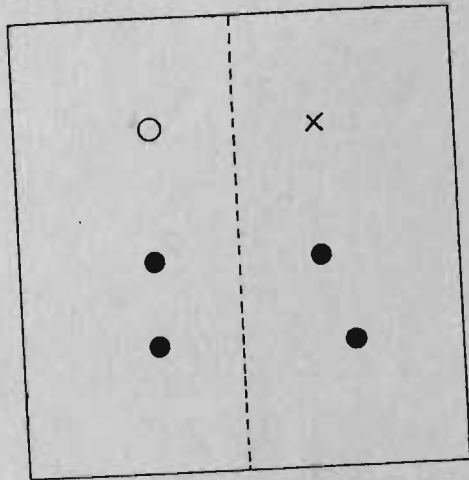


Fig. N° 204 - Ejercicio para ver estereoscópicamente

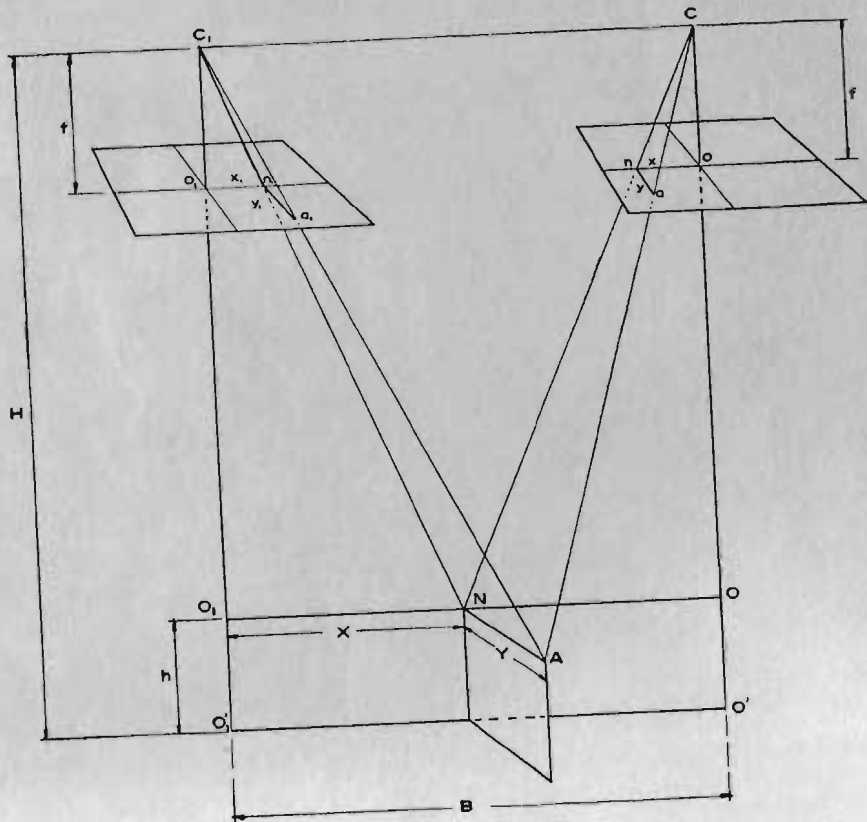


Fig. N° 205 - Esquema del desplazamiento aparente o paralaje

**Visión Estereoscópica.** Es una aplicación de la visión binocular (visión humana), que permite al observador obtener simultáneamente dos vistas diferentes de un mismo objeto, las cuales al conjugarse permiten apreciar su relieve, es decir, verlo en tres dimensiones, (ver Fig. 204).

*Explicación de la Fig. 204.*

1. Colocar una tarjeta en ángulo recto a lo largo de la línea punteada.
2. Con el ojo derecho cerrado, acercar la cabeza de manera que el ojo izquierdo pueda ver la X pero no la O.
3. Con ambos ojos abiertos, enfocar la figura: los cuatro puntos aparecerán como dos y uno de ellos parecerá flotar sobre el otro. Nótese que la X y la O aparecen también superpuestas.

Como cada zona del terreno ha quedado fotografiada en dos fotografías consecutivas tomadas desde sitios diferentes, entonces, es posible, al observar independientemente con cada ojo cada una de estas fotografías, apreciar el relieve de la zona común a las dos fotografías. En este principio se basan todos los medios y aparatos de restitución de planos a partir de pares de fotografías.

**Paralaje.** Es el desplazamiento aparente de un objeto, con respecto a un punto o a una línea de referencia, causado por el cambio del punto de observación. La visión estereoscópica hace posible la medición del paralaje, pudiéndose, mediante éste, dibujar curvas de nivel y detalles planimétricos a partir de fotografías superpuestas. El paralaje se mide sobre el eje X de las fotografías.

En la Fig. 205 se tiene que  $a$  y  $a_1$  son las imágenes en un par de fotografías del punto A sobre la tierra, situado a una altura  $h$  sobre el nivel del mar. Se puede apreciar que dichos puntos  $a$  y  $a_1$  tienen diferente localización en las respectivas fotografías; esto es causado por el cambio de lugar que ha tenido la cámara fotográfica de la posición C a la posición  $C_1$ . El desplazamiento total del punto  $a$  es  $x$  en la fotografía de la derecha y  $x_1$  en la de la izquierda. La diferencia algebraica  $x_1 - x$  se denomina valor absoluto del paralaje estereoscópico.

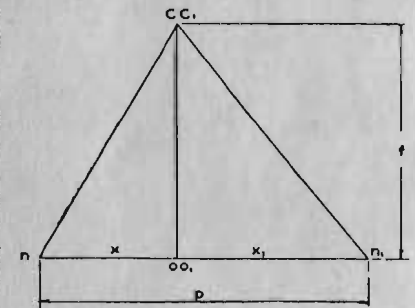


Fig. N° 205-A - Desplazamiento sobre una misma fotografía

$$p = x_1 - x \quad (9)$$

Siendo siempre el valor  $x$ , medido sobre la fotografía de la izquierda y  $x$  sobre la de la derecha.

En las fotografías verticales no existe paralaje en la dirección del eje  $y$ . Esto se prueba de la siguiente manera:

En los triángulos semejantes  $Cna$  y  $CNA$  se puede escribir:

$$\frac{na}{NA} = \frac{Cn}{CN} \quad (10)$$

igual cosa con los triángulos  $Con$  y  $CON$ :

$$\frac{cn}{CN} = \frac{f}{H-h} \quad (11)$$

de (10) y (11) se puede deducir que:

$$na = NA \frac{f}{(H-h)} \quad (12)$$

Para la fotografía de la izquierda se puede llegar igualmente a:

$$n_1 a_1 = NA \frac{f}{H-h} \quad (13)$$

y por lo tanto poder escribir que  $na = n_1 a_1$ , de donde:  $y = y_1$

Haciendo referencia nuevamente a la Fig. 205 se denominan  $X$  y  $Y$  las coordenadas terrestres del punto  $A$ , referidas al punto  $C_1$  como centro de coordenadas. Además, el triángulo formado en la Fig. 205-A es semejante al triángulo  $C_1 N C$  y, por tanto, se puede escribir:

$$\frac{B}{p} = \frac{H-h}{f}$$

De los triángulos  $C_1 o_1 n_1$  y  $C_1 O_1 N$ ,  $C_1 n_1 a_1$  y  $C_1 N A$  resulta:

$$\frac{X}{x_1} = \frac{C_1 N}{C_1 n_1} = \frac{Y}{y_1} = \frac{H-h}{f} = \frac{B}{p}$$

De las anteriores igualdades pueden deducirse las siguientes expresiones denominadas fórmulas de paralaje:

$$X = \frac{B}{p} \times x_1 \quad (14)$$

$$Y = \frac{B}{p} \times y_1 \quad (15)$$

$$H-h = \frac{B}{p} \times f \quad (16)$$

$X, Y$  = coordenadas terrestres, con origen en  $O_1$ , en mts.

$x_1, y_1$  = coordenadas sobre la fotografía de la izquierda (Fig. 205), en mm.

$B$  = distancia entre dos exposiciones sucesivas, en mts.

$p$  = paralaje absoluto, en mm.

$H$  = altura de vuelo sobre el nivel del mar, en mts.

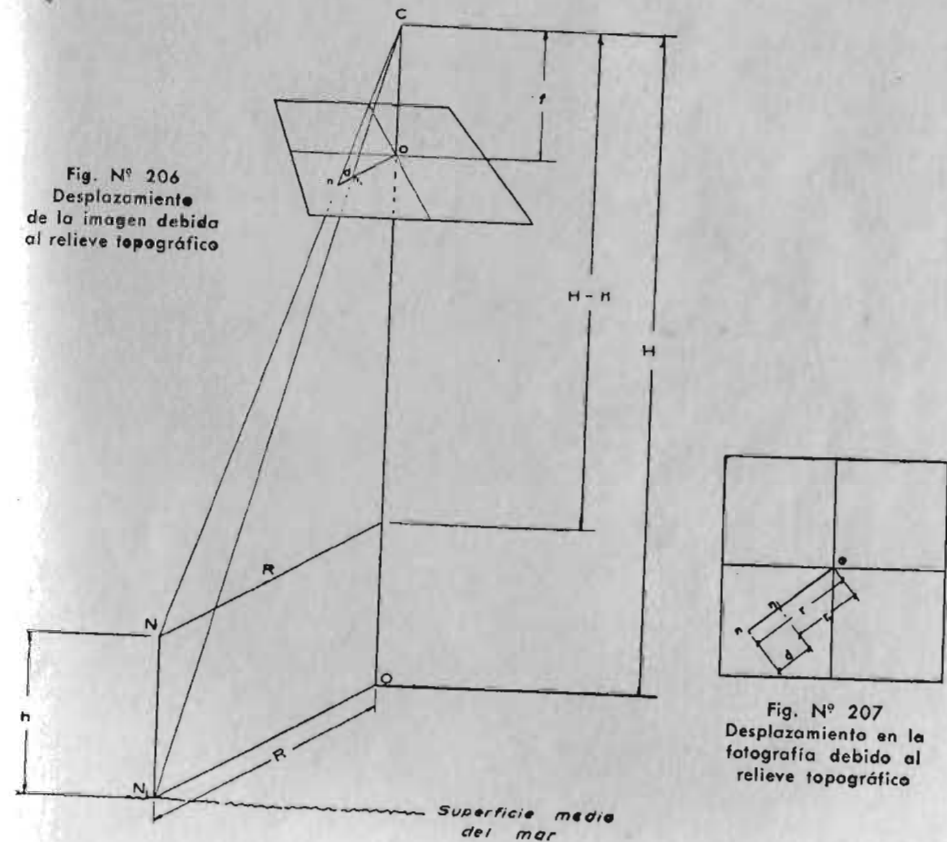
$h$  = altura del punto observado sobre el nivel del mar, en mts.

$f$  = distancia focal de la cámara, en mm.

Para medir el paralaje es necesario establecer la intersección de los ejes geométricos de las fotografías y efectuar directamente, por medio de una escala graduada, la medición de la coordenada  $x$  para un punto en ambas fotografías. El signo de la  $x$  es el convencional de + a la derecha y - a la izquierda.

### Medición del Desplazamiento de la imagen debido al Relieve Topográfico.

Se denomina desplazamiento de la imagen ( $d$ ), debido al relieve topográfico, a la distancia medida sobre una fotografía vertical, desde la imagen de un punto ( $n$ ) sobre la superficie terrestre a la imagen ficticia del mismo punto ( $n_1$ ) proyectado sobre un plano al nivel del mar. Esta distancia se mide siempre radialmente a partir del punto principal ( $o$ ), Fig. 207;  $d = r - r_1$ .



De la Fig. 206 se puede escribir:

$$\frac{r}{R} = \frac{f}{H-h} \quad (17)$$



$$\text{de donde: } r = \frac{R \cdot f}{H - h} \quad (18)$$

$$\text{Igualmente: } \frac{r_1}{R} = \frac{f}{H} \quad (19), \text{ de donde: } r_1 = \frac{R \cdot f}{H} \quad (20)$$

De (18) y (20) se obtiene:

$$d = \frac{R \cdot f \cdot h}{H(H - h)} \quad (21)$$

Teniendo en cuenta las igualdades (17) y (19) se obtienen las siguientes expresiones para  $d$ , a partir de la ecuación (21).

$$d = \frac{r h}{H} \quad (22)$$

$$d = \frac{r_1 h}{H - h} \quad (23)$$

Estas fórmulas son aplicables para determinar alturas de objetos, cuando en una fotografía vertical son visibles el techo y la base, sin necesidad de emplear aparatos estereoscópicos de medición, (ver pág. 254).

## CAPITULO

# 32

### DESARROLLO DEL PROCESO FOTOGRAFICO

#### Toma de Fotografías.

Para emprender el trabajo de tomar las fotografías, es necesario planear la manera de ejecutar esta operación, lo cual puede hacerse a través de los siguientes pasos:

- Estudio sobre los planos disponibles de la región, para determinar el método más económico de efectuar los vuelos desde la base de operaciones.
- Se confecciona un plano de vuelo en el cual se determinan las líneas de vuelo en función de los siguientes datos: distancia focal, escala de las fotos, superposición (long. y transv.), tamaño de los negativos y altura de vuelo.
- El plano de vuelo se entrega al piloto para que éste, mediante una inspección, pueda confrontar detalles sobre el terreno, comparando con el plano.
- Antes de tomar las fotografías, es necesario recorrer completamente la faja de terreno a fotografiar, con el fin de determinar el ángulo existente entre el eje de vuelo y el eje del avión, para hacer la corrección por este concepto. Igualmente es necesario comprobar por medio del altímetro que se cumpla la condición especificada sobre la altura de vuelo.

Enseguida se da un ejemplo de los cálculos necesarios para efectuar una misión de vuelo cuando se trata de fotografiar una zona de 10 Kms. de ancho por 20 Kms. de largo, sabiendo que la velocidad del avión es de 160 K.p.h., la distancia focal de la cámara  $f = 210$  mm., la escala promedio  $S_p = 1 : 10.000$ , la altura promedio de la zona  $h_p = 500$  mts., el tamaño de las fotografías de  $9'' \times 9''$ , la superposición en el sentido longitudinal 60% y en el sentido transversal del 30%.

- Cálculo de la altura de vuelo:

$$H - h_p = \frac{f}{S_p} \quad \therefore H = 500 + \frac{210/1.000}{1/10.000}$$

$$H = 2.600 \text{ mts.}$$

2. Cálculo del área cubierta por cada fotografía:

a) Cubrimiento lateral:

$$\frac{9 \times 2.54}{100} \times 10.000 = 2.286 \text{ mts.}$$

b) Cubrimiento longitudinal efectivo:

$$2.286 \times (1.00 - 0.60) = 914.40 \text{ mts.}$$

c) Cubrimiento transversal efectivo:

$$2.286 \times (1.00 - 0.30) = 1.600.20 \text{ mts.}$$

Área cubierta por cada fotografía:

$$914.40 \times 1.600.20 = 1'463.222.88 \text{ m}^2.$$

$$1,463 \text{ Km}^2$$

3. Cálculo del intervalo de tiempo entre exposiciones:

$$\frac{\text{Cubrimiento longitudinal efectivo (mts.)}}{\text{Velocidad del avión (mts./seg.)}} = \frac{914.40}{\frac{160 \times 1.000}{3.600}} = 20.6 \text{ segs.}$$

4. Cálculo del número de fajas de vuelo (asumiendo las fajas de vuelo en el sentido longitudinal de la zona que se va a fotografiar):

Para garantizar el cubrimiento total de la zona, se debe aumentar a lado y lado del ancho real del terreno una cuarta parte del cubrimiento lateral total de una fotografía:

$$\frac{10.000 + \frac{1}{2} \times 2.286}{1.600.20} = 6.9, \text{ que se aproxima a } 7.$$

5. Cálculo del número de fotografías por faja:

$$\frac{20.000}{914.40} = 21.8, \text{ que se aproxima a } 22.$$

Se estima que para garantizar el cubrimiento completo de cada faja es necesario aumentar dos fotografías al comienzo y dos al final, quedando por tanto 26 fotografías por faja.

6. Cálculo del número total de fotografías para cubrir la zona:

$$26 \times 7 = 182.$$

## Planos Fotogramétricos

Una vez tomadas las fotografías, se llevan los rollos al laboratorio fotográfico, se desarrollan y luego se clasifican y numeran según el orden en que fueron tomadas. De su compilación se pueden obtener las siguientes clases de planos o mapas:

a) *Mosaicos*: Consiste en una serie de fotografías arregladas de tal manera que representen completamente el área deseada. Estas fotografías se recortan cuidadosamente y se pegan en una base de cartón, que generalmente se fotografía para obtener en una sola fotografía el conjunto total. Los mosaicos pueden ser: 1o.) No controlados: los que se hacen sin tener en cuenta puntos de control ni escala. 2o.) Controlados: cuando para arreglar las fotografías se tienen en cuenta los puntos de control, y se ajustan las escalas para obtener una escala común.

b) *Planos*: Son los obtenidos por algún sistema de restitución fotogramétrica. Pueden ser: 1o.) Plano de contornos, también llamado levantamiento planimétrico, o sea, en el que no aparecen curvas de nivel. 2o.) Plano topográfico: resulta de complementar el levantamiento planimétrico con procedimientos de campo efectuados generalmente con la plancheta. 3o.) Plano estereoscópico: es el confeccionado en base a fotografías aéreas y tanto las curvas de nivel como la planimetría se obtienen por métodos estereoscópicos.

## Control Terrestre

Se efectúa para obtener la información necesaria para lograr la correcta orientación y localización de los puntos sobre las fotografías. Hay diferentes criterios sobre el número necesario de puntos de control; en la actualidad se trata de perfeccionar los métodos para reducir el número de puntos, considerándose que por lo menos un punto de control terrestre debe aparecer en cada fotografía. La determinación de los puntos de control es bastante costosa, pues se siguen métodos de precisión tanto de Topografía como de Geodesia.

Los puntos de control se refieren a:

*Control Horizontal*: que se efectúa por métodos convencionales de Geodesia y Topografía (triangulaciones, poligonales, determinación de posiciones astronómicas). Generalmente los puntos de control se escogen después de tomadas las fotografías, obteniéndose así puntos mejor definidos en ellas.

La mayor importancia de los puntos de control horizontal, es su aplicación en los procesos de orientación y ajuste de la escala.

*Control Vertical*: Se obtiene por nivelaciones de precisión, trigonométricas o barométricas, según el caso. El control vertical tiene gran importancia en la determinación de curvas de nivel. Se determinan las cotas de puntos destacados en la fotografía y luego se utilizan estas cotas para control vertical al hacer la restitución.

**Aparatos de Restitución**

Hay gran variedad de aparatos de restitución fotogramétrica tales como los Kelsh, Múltiplex, Estereoplanógrafo, Balplex, Wild A 7, Kern PG-2, etc. De todos los mencionados tal vez el Múltiplex es el que mejor se presta para exponer su principio de funcionamiento.

**Múltiplex.** (Ver Fig. 208). Es un instrumento para producir por medio de proyección óptica directa una imagen, o modelo, en tres dimensiones a partir de un par de dispositivos de fotografías consecutivas proyectados empleando el principio anáglifo (proyección estereoscópica en que una de las fotografías se proyecta a través de un filtro rojo y la otra a través de un filtro azul-verde; si se observa la proyección a través de lentes rojas para un ojo y azul-verde para el otro, se obtiene una visión del relieve). Consiste en dos o más proyectores de características similares a la cámara fotográfica utilizada en el avión. Los proyectores van montados sobre una barra horizontal; cada proyector está asegurado de manera que se puede mover a lo largo de la barra horizontal, subir o bajar en sentido vertical, moverse horizontalmente hacia adelante o atrás de la barra, girar sobre su eje principal e inclinar el eje vertical según la dirección de los ejes x o y de la fotografía.

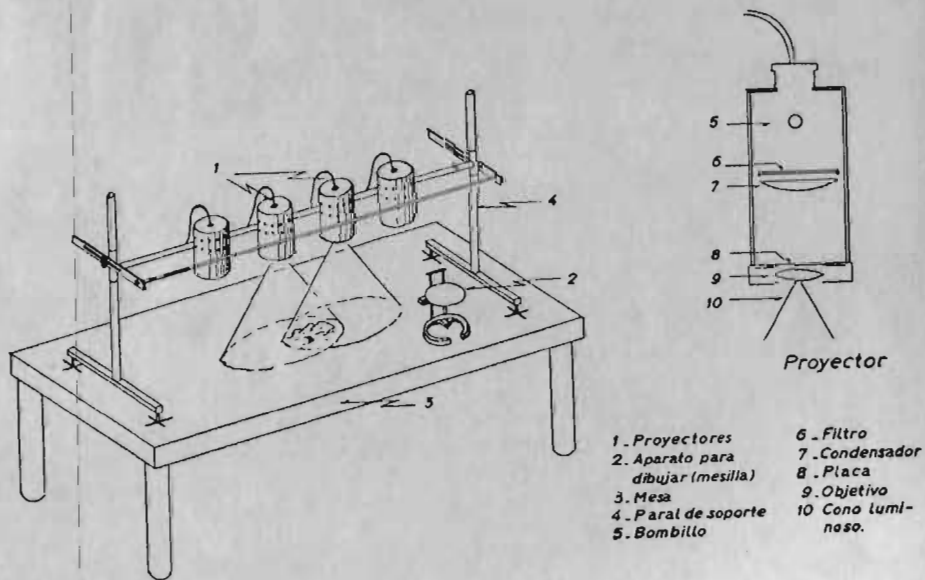


Fig. N° 208 - El Múltiplex

Mediante los anteriores movimientos, efectuados con tornillos micrométricos, se puede ajustar cada proyector de manera que represente la posición de la cámara fotográfica cuando se efectuó la exposición. Las placas que

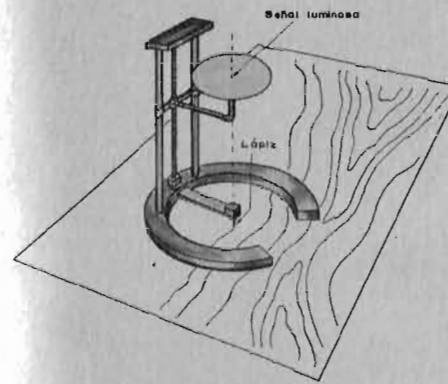


Fig. N° 209 - Mesilla dibujante del Múltiplex

cualquier movimiento horizontal de la mesilla. Mediante el movimiento en sentido vertical que puede imprimirse al punto luminoso, éste se hace coincidir,

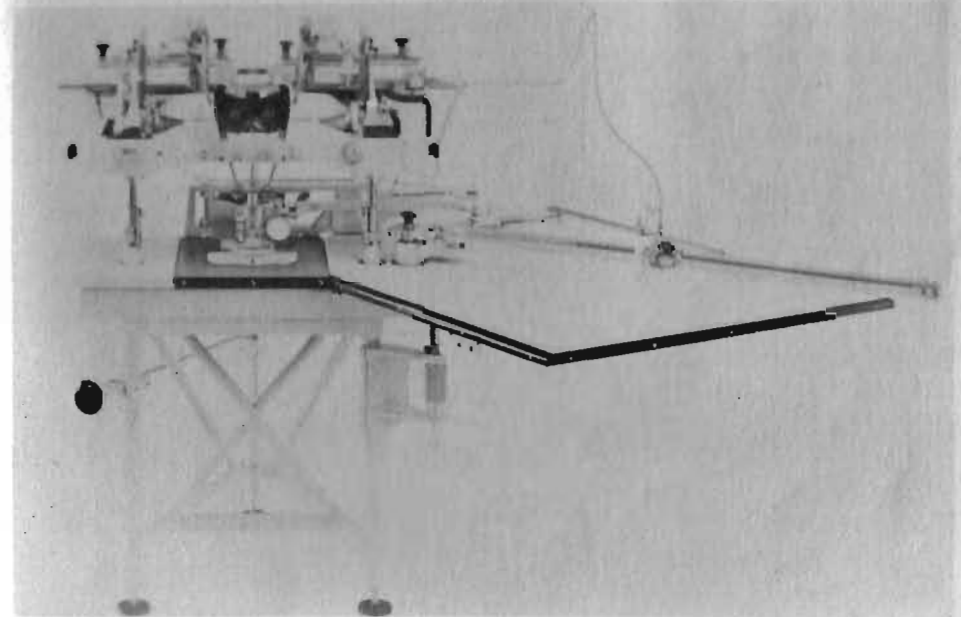


Fig. N° 210 - Aparato Estereoscópico de Restitución modelo Kern PG-2

(o tocar) la superficie terrestre en el modelo tridimensional formado; de esta manera, manteniendo siempre el punto luminoso en contacto con la superficie terrestre, y siguiendo el contorno de los accidentes se pueden dibujar éstos con

se emplean en la proyección se denominan diapositivas y son de un tamaño igual a la cuarta parte del tamaño original de las fotografías; un proyector trae filtro rojo y el otro azul-verde. El operador usa gafas con vidrios de iguales colores, respectivamente, para poder observar independientemente las dos proyecciones y apreciar así las tres dimensiones.

Para efectuar el dibujo se dispone de una "mesilla dibujante" (Fig. 209) que consiste en una placa que puede ponerse en cualquier posición en el espacio y que tiene en el centro un punto luminoso, debajo del cual está un lápiz que sirve para registrar sobre el papel



plenitud de detalles. Para dibujar las curvas de nivel basta con fijar el punto luminoso a la altura de la cota correspondiente y desplazar la mesilla manteniendo el punto luminoso en contacto con la superficie terrestre; el lápiz va trazando la curva de nivel.

*Kern PG2 - Aparato Estereoscópico de restitución (Ver Fig. 210)*

Este es un instrumento de restitución con reproducción mecánica de los haces de rayos provenientes de las fotografías. Es, como puede apreciarse, de características muy compactas y todos los elementos de operación están fácilmente al alcance de la mano del operario, incluyendo el tablero para dibujo que aparece al lado derecho. El Kern PG-2 es especialmente apropiado para trabajar a escalas pequeñas y medianas, pero puede llegar fácilmente hasta escalas de 1:10.000 y mayores.

Puede además utilizar fotografías tomadas con cámaras de distancia focal entre 85 y 172 milímetros y de un tamaño de hasta 23 × 23 centímetros. La influencia de la curvatura terrestre sobre las elevaciones se puede compensar para todas las alturas de vuelo y para todas las distancias focales aceptables.

### Aplicaciones Principales de la Fotogrametría

Los planos y mosaicos obtenidos de las fotografías aéreas se emplean como base para ejecutar una gran cantidad de trabajos y proyectos en Ingeniería, tales como diseño y localización de carreteras, ferrocarriles, aeropuertos, canales, acueductos y alcantarillados, líneas de transmisión eléctrica, irrigaciones, puertos marítimos y fluviales, urbanismo, estudios de tráfico, catastro, conservación del suelo, geología, estimativo de bosques, medición de áreas, fines militares, etc.

Hay casos en que no se justifica, debido al costo, la ejecución de planos fotogramétricos detallados, pero un buen empleo de mosaicos o el estudio estereoscópico de las fotografías proporcionan invaluable datos para un proyecto.

## CAPITULO

# 33

### DETERMINACION DE AZIMUT POR ALTURA ABSOLUTA DEL SOL \*

#### Introducción

Se pretende en este capítulo hacer una breve presentación de la Astronomía como auxiliar del ingeniero cuando quiera que se trata de determinar el azimut de una dirección con mayor exactitud de la que puede obtenerse con la brújula.

Teniendo entendido que los lectores están ya familiarizados con la Trigonometría esférica y aun con los principios básicos de Astronomía de campo, solamente haremos un brevísimo resumen de tales principios para presentar el método de determinación del azimut de una dirección por medio de una observación solar.

#### La Esfera Celeste

En la antigüedad se pensaba que el universo era un gran globo en cuyo centro se hallaba la tierra, y en cuya superficie se encontraba una serie de puntos luminosos que eran las estrellas; pues bien, para el estudio de la Astronomía de posición, ese gran globo se denomina la *esfera celeste*; y ya que se trata de poder determinar la posición de las estrellas y demás astros, debemos introducir una serie de puntos y círculos de referencia, para establecer uno o varios sistemas de coordenadas.

En la Fig. 211 hemos representado tanto la tierra como la esfera celeste, y se ha colocado un individuo en una posición cualquiera sobre la tierra. De tal manera, podemos localizar los siguientes puntos sobre la esfera celeste:

- $P_n$  y  $P_s$ : Polos norte y sur celestes: puntos de penetración en la esfera celeste de la prolongación del eje de la tierra.
- $E - E'$ : Ecuador celeste; sección determinada en la esfera celeste por el plano del ecuador terrestre.
- $Z$  y  $Z'$ : Zenit y Nadir: puntos de penetración en la esfera celeste de la vertical ascendente y descendente del observador que hemos colocado sobre la tierra.
- $N - S$ : Horizonte del observador.

(\*) Colaboración del Ingeniero Luis Guillermo Aycardi, profesor de la facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Colombia.

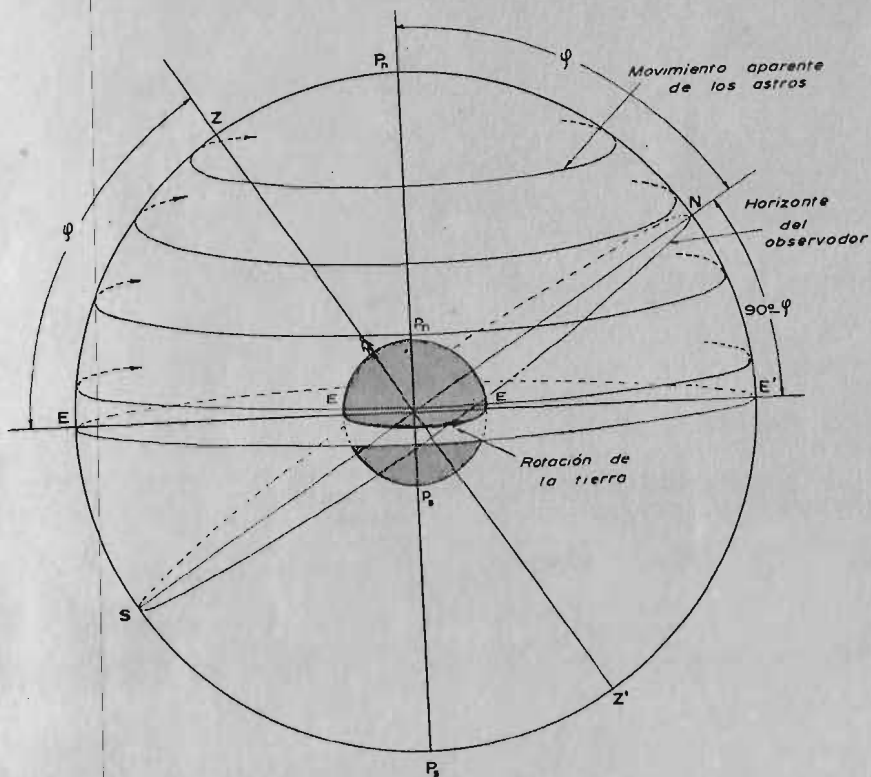


Fig. N° 211 - Tierra y Esfera Celeste

### Movimiento Aparente

A pesar de que las estrellas tienen movimientos propios, éstos, debido a la gran distancia que las separa de la tierra, son prácticamente despreciables, de tal suerte que podemos considerar a las estrellas como puntos fijos sobre la esfera celeste. La tierra, por otra parte, y como es bien sabido, gira de oeste a este; pero, para facilidad del estudio, consideraremos a la tierra como un cuerpo fijo, y en cambio, asignamos a la esfera celeste una rotación alrededor del eje polar en sentido contrario al movimiento de la tierra. A causa de esta rotación de la esfera celeste, las estrellas, que podíamos considerar puntos colocados en su superficie, describirán circunferencias que denominamos recorridos de movimiento aparente de las estrellas.

### Sistemas de Coordenadas Celestes

El establecimiento de los diferentes sistemas de coordenadas es más cómodo si colocamos la Fig. 211 en la posición que indica la Fig. 212, que es el resultado de girar la esfera celeste un ángulo de  $90^\circ - \varphi$ .

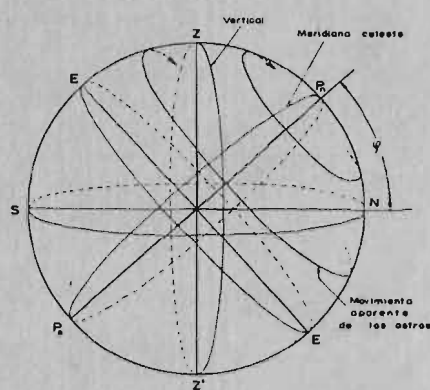


Fig. N° 212 - Esfera Celeste y Círculos Principales

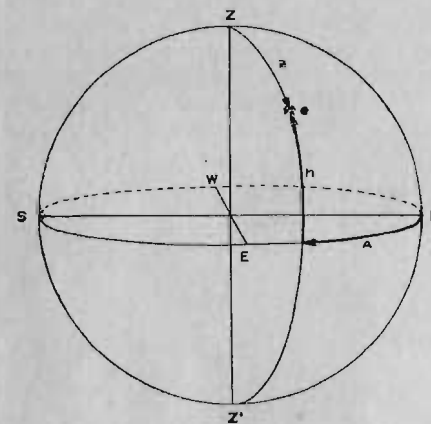


Fig. N° 213 - Coordenadas Horizontales

**Verticales:** Así se denomina a los círculos que pasan por el cenit y el nadir, llamándose *primer vertical* al que pasa por la dirección Este-Oeste.

**Meridianos Celestes:** Son los círculos que pasan por los polos norte y sur celestes.

**Meridiano del Observador:** Será el meridiano celeste que pasa por el cenit y el nadir.

### Coordenadas Horizontales

En este sistema de coordenadas se determina la posición de un astro (e), por su azimut (A) y su altura (h), o por su azimut (A) y su distancia cenital (Z), (Figura 213).

El azimut (A) es el ángulo medido a partir del norte, en el sentido NE, hasta encontrar el vertical correspondiente al astro. (Sus límites son 0 y 360°). La altura (h) es el ángulo medido a partir del horizonte, sobre el vertical correspondiente al astro y hasta encontrarlo a él. (Sus límites son 0 y 90°). La distancia cenital (Z) es el ángulo medido a partir del cenit sobre el vertical correspondiente al astro, (en la práctica sus límites son 0 y 90°). Por tener como referencia el horizonte del observador, el azimut y la altura de un astro varían según la posición del observador sobre la tierra.

Por otra parte, teniendo en cuenta que el recorrido aparente de los astros es paralelo al ecuador, en general y salvo el caso de lo que sucede para los individuos situados exactamente en los polos, el azimut y la altura son función del tiempo.

### Coordenadas Ecuatoriales Horarias

Si trazamos el meridiano celeste para el astro que hemos colocado en una posición cualquiera e, podemos localizar el astro definiendo el ángulo horario (AH) y la declinación ( $\delta$ ). El ángulo horario (AH) es el ángulo que

forma el meridiano celeste del astro con el meridiano del observador. Se mide de 0 a 180°, y se considera negativo para los astros colocados al este y positivo para los colocados al oeste del meridiano del observador. Y la declinación ( $\delta$ ) es el ángulo medido a partir del ecuador sobre el meridiano celeste del astro y hasta encontrarlo a él. Sus límites son 0 y 90°, y se considera positiva hacia el norte y negativa hacia el sur del ecuador celeste, (ver figura 214).

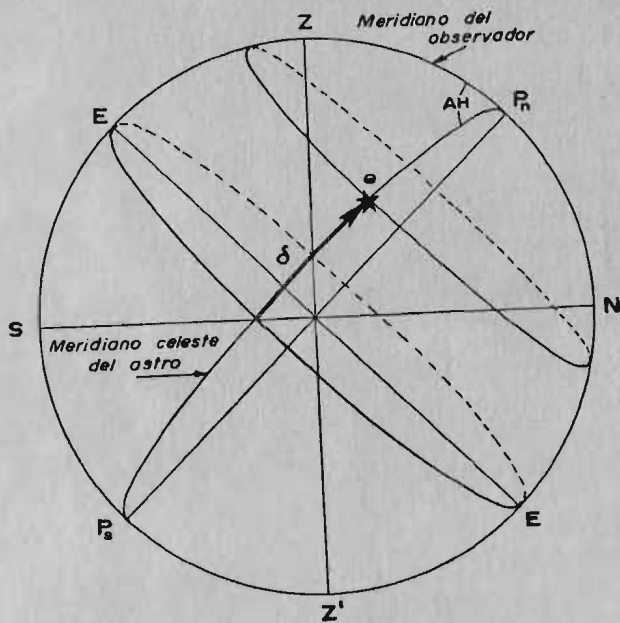


Fig. N° 214 - Coordenadas Ecuatoriales Horarias

El ángulo horario depende tanto de la posición del observador como del tiempo, en tanto que la declinación, si nos referimos a las estrellas no varía, ya que hemos dicho que se pueden considerar como fijas sobre la esfera celeste y por lo tanto con recorridos paralelos al ecuador.

### Coordenadas Ecuatoriales Absolutas

En este sistema de coordenadas interviene la declinación ( $\delta$ ) del astro, ya definida anteriormente, y la Ascensión Recta (AR), que es el ángulo medido a partir del punto vernal ( $\gamma$ ), en sentido contrario al movimiento aparente de los astros y de 0 a 360°, (Fig. 215).

### El Punto Vernal

El plano de la órbita de la tierra alrededor del sol, no coincide con el plano del ecuador, sino que hace un determinado ángulo con éste, (23° 27' aprox.). A la sección que determina el plano del ecuador terrestre en la esfera

celeste, la hemos denominado ecuador celeste; a la sección que el plano de la órbita de la tierra hace a la esfera celeste, la denominaremos *eclíptica*. Siendo la eclíptica y el ecuador, dos circunferencias máximas trazadas sobre la esfera celeste, se intersectan en dos puntos, uno de los cuales se ha llamado el *punto vernal* ( $\gamma$ ).

Ahora bien, ya que en la figura que hemos adoptado, se ha considerado la tierra como fija, la eclíptica corresponderá en esta figura, al recorrido aparente del sol en un año; con lo cual el sol tiene, además del movimiento diurno (paralelamente al ecuador), un movimiento anual sobre la eclíptica, que se realiza en sentido contrario al movimiento aparente de las estrellas.

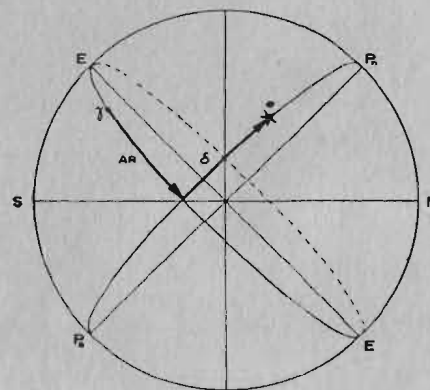


Fig. N° 215 - Coordenadas Ecuatoriales Absolutas

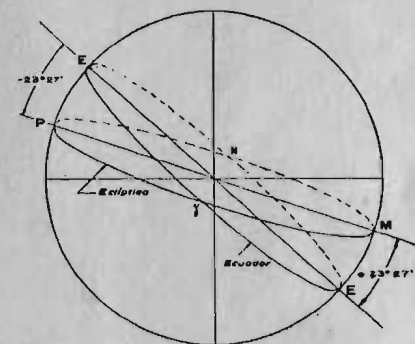


Fig. N° 216 - Ecuador celeste, Eclíptica y Punto Vernal

Con este concepto previo, podemos decir que el punto vernal, llamado también *equinoccio de primavera*, corresponde a la posición que tiene el sol el 21 de Marzo, fecha en la cual, además, tendrá declinación de 0°, ya que se encuentra también sobre el ecuador; tres meses después (22 de Junio) el sol se encontrará en el punto M (*solsticio de verano*) con una inclinación de +23°27'; y ocupará sucesivamente las posiciones N y P (*equinoccio de otoño* y *solsticio de invierno*), con declinaciones de 0° y -23° 27' respectivamente, (ver figura 216).

En consecuencia, el sol adopta declinaciones entre -23°27' y +23°27' y AR variables entre 0 y 360° a través del año; en tanto que las estrellas tienen declinaciones y ascensiones rectas prácticamente constantes, puesto que el punto vernal es, como ellas, un punto fijo colocado sobre la esfera celeste.

(Las pequeñas variaciones de AR y  $\delta$  de las estrellas se deben a fenómenos que no trataremos acá, y sus valores, tanto para las estrellas como para el sol, se encuentran en las Efemérides Solares, o el Almanaque Náutico, libros de los cuales hacen publicaciones anuales diferentes países).



### El Triángulo Astronómico

Analizando una posición arbitraria  $e$ , de un astro, se denomina triángulo astronómico al triángulo esférico que forman el astro, el cenit y el polo norte. Por lo tanto, los lados del triángulo astronómico valen,  $90-\varphi$ ,  $90-\delta$ , y  $Z$ , y los ángulos en  $Z$  y  $P_n$  son medidas del azimut y del ángulo horario respectivamente, (ver figura 217).

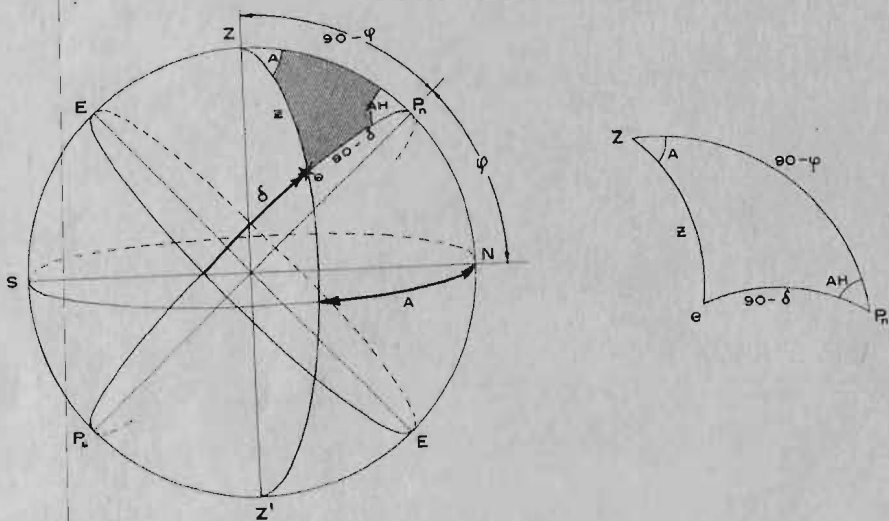


Fig. N° 217 - Triángulo astronómico

Se comprende así claramente cómo, si se tienen: un valor aproximado de la latitud en la cual se encuentra el observador, el correspondiente valor de la declinación del astro (sol o estrella) en el instante de la observación, y se mide por medio del teodolito su distancia cenital, se puede determinar con auxilio de las fórmulas de la Trigonometría Esférica el azimut del astro que servirá a su vez para determinar el azimut de una dirección, tal como aparece en la Fig. 218.

### Correcciones por Refracción y Paralaje

De los tres lados del triángulo astronómico que nos sirven para calcular el azimut del astro, solamente requiere medición en el terreno la distancia cenital, ya que la declinación es un dato que se obtiene en el Catálogo de Estrellas o en las Efemérides solares, y debe tenerse un dato lo más aproximado posible de la latitud del lugar.

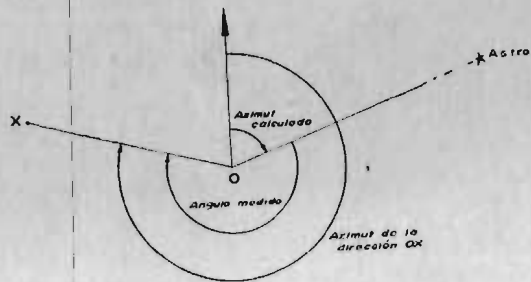


Fig. N° 218 - Esquema de los ángulos considerados

Sin embargo, a la distancia cenital de la observación deben hacerse correcciones por refracción y por paralaje, correcciones que entraremos a analizar muy someramente.

### Refracción

Por efecto de la refracción atmosférica, los astros se ven más altos de lo que realmente están, de tal modo que la distancia cenital que se mide a un astro es menor de la que realmente tiene, y así deberemos sumar un cierto valor a la distancia cenital medida para tener el valor de la distancia cenital verdadera. Esta corrección es un valor que varía con la temperatura, la presión barométrica y la distancia cenital misma, y sus valores se encuentran en función de tales variables, en diversas publicaciones.

Es bueno tener en cuenta, sin embargo, que la corrección para un astro en el cenit es 0, y alcanza su valor máximo, aproximadamente 32', para el astro en el horizonte; por ser menor para menores distancias cenitales, siempre se prefiere efectuar la observación cuando el astro tiene una distancia cenital inferior a 45°.

### Paralaje

Sería demasiado difícil tabular la posición del sol, para observadores situados en cualquier posición sobre la tierra, así que las observaciones deben corregirse de tal modo que sus valores sean los mismos que se hubieran obtenido desde el centro de la tierra. Es bien lógico con este concepto que esta corrección no se tendrá en cuenta si se trata de observaciones de estrellas debido a la gran distancia a que se encuentran.

La corrección por paralaje es de sentido contrario a la corrección por refracción, y su valor depende también de la distancia cenital misma; se puede demostrar fácilmente, llamando:

$p$  = corrección por paralaje;  $P$  = paralaje horizontal (para el astro en el horizonte), que se cumple la relación,  $p = P \text{ sen } Z$ .

Se puede tomar como valor promedio de  $P$ : 8.8"; pero también se acostumbra simplemente, cuando la distancia cenital es mayor de 20° tomar como valor de  $p$ : 6" y restar en consecuencia siempre 6" a las distancias cenitales medidas con el aparato.

En resumen, para calcular la distancia cenital verdadera se empleará la relación:

$$Z_v = Z_0 + R - 6''$$

$Z_v$  = distancia cenital verdadera.

$Z_0$  = distancia cenital de la observación.

$R$  = corrección por refracción.

### Determinación de Azimut

Recordando que se trata de determinar en el terreno solamente la distancia cenital del astro en un instante determinado, tomando a su vez las lecturas del círculo horizontal al astro y a una señal (punto X sobre la línea de la cual se desea conocer el azimut) que debe estar colocada siquiera a unos 300 metros del observador, es bueno tener en cuenta que se obtendrán resultados más exactos cuando el astro varía lentamente de azimut y rápidamente de altura, lo cual sucede precisamente cuando éste se encuentra lo más cerca posible al primer vertical.

#### Procedimiento

Puesto que se deben tomar los ángulos horizontal y vertical al astro en un instante determinado, surge una dificultad en el caso de la observación solar por la imposibilidad de determinar el centro del sol; por tal motivo la práctica corriente consiste en efectuar, como mínimo, dos observaciones al sol para cada determinación del azimut, siendo la primera de ellas en posición directa del anteojo y localizando al sol como se indica en el esquema A de la Fig. 219, para realizar luego la segunda en posición inversa y según el esquema B de la misma figura. El promedio de los resultados obtenidos en esas condiciones, equivale a una observación del centro del sol.

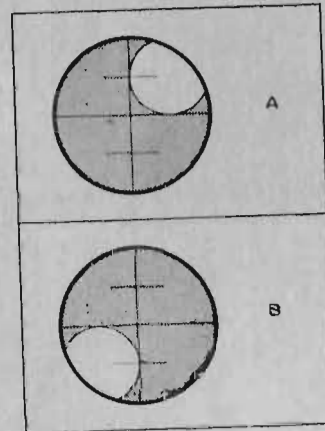


Fig. N° 219 - Esquema de las dos observaciones al sol

Al efectuar las dos observaciones en la forma que se acaba de indicar, se eliminan, si existen, el error de colimación (no coincidencia de la línea de vista con el eje del anteojo) y el error índice (el círculo vertical no lee 0° 00' 00" cuando la visual está horizontal). La segunda observación debe hacerse inmediatamente después de efectuada la primera, procurando que sea lo menor posible el tiempo transcurrido entre una y otra observación.

Para cada una de tales observaciones, el procedimiento consiste en dejar el hilo horizontal en espera del sol, e ir manteniendo en contacto el borde del sol con el hilo vertical (por medio del tornillo de movimiento lento) hasta el instante de tangencia simultánea con ambos hilos del retículo. Debe aclararse que no importa cuáles cuadrantes se utilicen, siempre y cuando que las dos observaciones se realicen en cuadrantes opuestos.

Generalmente, para cada determinación se acostumbra realizar la práctica en el siguiente orden:

- a) Dirigir la visual a la señal y tomar la lectura del círculo horizontal en posición directa del anteojo.

- b) Todavía en posición directa del anteojo, tomar las lecturas horizontal y vertical del sol, según la figura 219-A y registrar el tiempo cronométrico de la observación, siendo suficiente la aproximación de un minuto. El tiempo anotado es aquél que marque el cronómetro del observador en el momento de la observación.

Como es necesario anotar el tiempo correcto, se debe averiguar el "estado del cronómetro", o sea los minutos que éste está adelantado o atrasado respecto a la hora oficial, para lo cual se debe sintonizar la señal horaria que por transmisión desde la WWV se puede escuchar en las bandas de 15, 30 y 60 mts.

- c) Transitar el aparato, y tomando al sol en la posición B, realizar de nuevo las lecturas de los círculos horizontal y vertical, tomando de nuevo la lectura del cronómetro.
- d) También en posición inversa, dirigir de nuevo la visual a la señal y tomar la lectura del círculo horizontal.

La figura 220 nos proporciona un modelo de formato para la observación; con base a los datos allí consignados se calcula el azimut de la dirección A-X según el modelo de cuadro de cálculos (Fig. 221) en donde A es la posición del aparato y X el sitio en el cual se ha colocado la señal.

OBSERVACION PARA AZIMUT POR ALTURA ABSOLUTA				Presión barométrica <u>56 cm</u>		
				Temperatura <u>18°C</u>		
				Estado del cronómetro <u>Ad 9m</u>		
Lugar <u>BOGOTA</u>				Estrella <u>Sol</u>		
Fecha <u>Mayo 24 - 1964</u>				Instrumento <u>WILD T2</u>		
OBJETO	Posición	Círculo Horizontal	PROMEDIO	Círculo Vertical	PROMEDIO (2a)	Hora Cronométrica
Señal X	D	65° 20' 10"	24° 33' 04"	31° 48' 40"	32° 19' 50"	10 <sup>h</sup> 12 <sup>m</sup>
Sol D	D	24° 32' 42"				10 <sup>h</sup> 16 <sup>m</sup>
Sol D	I	204° 33' 26"	65° 20' 10"	147° 09' 00"	Promedio	10 <sup>h</sup> 14 <sup>m</sup>
Señal X	I	245° 20' 10"				
Angulo Sol - A - X : <u>40° 47' 06"</u>						
Observó <u>L. G. A</u>						

Fig. N° 220 - Modelo de formato para la observación de azimut

<b>AZIMUT POR ALTURA ABSOLUTA</b>		Estrella <u>Sol</u>
Cuadro de Cálculo		Declinación _____
Fecha <u>Mayo 24 - 1964</u>	Presión barométrica <u>56 cm.</u>	
Lugar <u>BOGOTÁ</u>	Temperatura <u>18°C</u>	
Latitud <u>4° 38' N</u>		
FORMULA EMPLEADA $\text{Tag } \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{\text{Sen}(p-b) \cdot \text{Sen}(p-c)}{\text{Sen } p \cdot \text{Sen}(p-a)}}$		$a = 90^\circ - \delta$ $b = 90^\circ - \varphi$ $c = Z_v$ $2p = a + b + c$
<b>CALCULO DE LA DECLINACION</b> (Sol únicamente)	<b>CALCULO DE LA DISTANCIA CENTAL</b>	
Hora cronométrica <u>10h 14m</u>	Z <sub>o</sub> (observación) <u>32° 19' 50"</u>	
Estado cronómetro <u>Ad. 9min.</u>	Corrección por Refracción (+) <u>26"</u>	
Hora de observación <u>10h 05m</u>	Corrección por Paraleje (-) <u>06"</u>	
Longitud del lugar <u>5h W</u>	Z <sub>v</sub> = <u>32° 20' 10"</u>	
Tiempo del Meridiano de Greenwich <u>15h 05m</u>	a = <u>69° 08' 47"</u>	
Declinación o Oh. <u>+ 20° 43' 58"</u>	b = <u>85° 22'</u>	
Variación <u>+ 7' 15"</u>	c = <u>32° 20' 10"</u>	
Declinación Sol (D) <u>20° 51' 13"</u>	Suma = 2p = <u>186° 50' 57"</u>	
90-D = a <u>69° 08' 47"</u>		
p : <u>93° 25' 29"</u> log. sen p : <u>7,9992237</u>	Suma (1) <u>7,6132447</u>	
p-a : <u>24° 16' 42"</u> log. sen(p-a) : <u>7,6140210</u>		
p-b : <u>8° 03' 29"</u> log. sen(p-b) : <u>7,1466750</u>	Suma (2) <u>7,0888659</u>	
p-c : <u>61° 05' 13"</u> log. sen(p-c) : <u>7,9421909</u>		
(2)-(1) = <u>7,4756212</u>		
log tag $\frac{A}{2}$ = <u>7,7378106</u>		
$\frac{A}{2}$ = <u>28° 40' 08"</u>		
(Azimut Sol) A = <u>57° 20' 16"</u>		
Azimut dirección = <u>98° 07' 22"</u>		
Calculó <u>L. G A</u>	Revisó <u>A. T. N</u>	

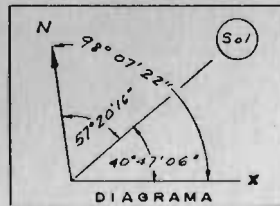


Fig. N° 221 - Modelo del cuadro de cálculos para la determinación de azimut

# CAPITULO

# 34

## PRINCIPALES CARACTERISTICAS DE LOS APARATOS MODERNOS EMPLEADOS EN TOPOGRAFIA

### I - Introducción

En este Capítulo se tratará de dar al estudiante de Topografía una idea de las innovaciones que, a través de años de experiencia en la fabricación y en el empleo de los aparatos de Topografía, se han ido introduciendo en el diseño y construcción de éstos, para obtener así resultados más exactos con aparatos cada vez más sencillos, livianos y de fácil operación. Con el propósito de hacer clara y elemental la explicación de estas innovaciones se han omitido todos los cálculos que trae consigo la solución de los problemas optomecánicos que han sido aplicados en la nueva técnica de fabricación de aparatos topográficos.

El teodolito clásico (el cual se estudió en capítulo VII), o sea el aparato tradicional, utiliza un sistema puramente mecánico para la medición y lectura de ángulos, en tanto que en los aparatos modernos se aplica la óptica para este propósito, con lo cual se pretende eliminar los errores de construcción y disminuir los personales.

Además, en todas las partes móviles del instrumento se ha suprimido el sistema de bujes metálicos (que ofrecía desgaste y, por consiguiente, desajuste) y se ha reemplazado por el sistema de rodamiento (que presenta mejores condiciones por su funcionamiento, poco desgaste y, por consiguiente, gran ajuste).

El anteojo de los teodolitos y niveles modernos, por ser de enfoque interno e imagen invertida, tiene las ventajas de ser más corto, de longitud constante y herméticamente cerrado (con lo cual se evita la entrada de mugre que ocasiona obstrucciones y desgaste). Además de estas ventajas, que hacen que el aparato sea de dimensiones menores que las del aparato tradicional y de menor peso, la construcción misma del anteojo hace que las constantes taquimétricas sean 100 y 0 (100 la de multiplicación y 0 la de adición) con lo cual se simplifican los cálculos taquimétricos.

Se observa una marcada tendencia de los fabricantes de aparatos de Topografía a perfeccionar y simplificar los sistemas taquimétricos autoreductores, es decir, aquellos sistemas en los cuales, gracias a un retículo de trazos



móviles y a una mira graduada especialmente, se pueden obtener distancias horizontales y verticales, con gran precisión, sin necesidad de medir directamente, o hacer operaciones aritméticas, (véase el Autoreductor, Cap. XXIII).

Aparte de estas mejoras generales en la construcción de los aparatos modernos, se pueden citar las siguientes innovaciones como las principales: "el doble círculo", "la plomada óptica", "el micrómetro óptico" y las introducidas en el diseño y construcción de los trípodes. En las secciones siguientes se estudiarán en detalle estas innovaciones, las cuales han contribuido a perfeccionar el funcionamiento y simplificar la operación de los clásicos aparatos empleados en los levantamientos topográficos.

## II - Principales Innovaciones Introducidas

**A - La Plomada Óptica.** Este dispositivo óptico hace las veces de plomada en la operación de centraje del aparato y de ahí deriva su nombre. Consta de un colimador, provisto de un ocular con retículo y de un objetivo, y de un prisma interior por medio del cual, desde el ocular del colimador, el observador puede ver el punto sobre el cual se va a centrar el aparato.

El observador puede así deslizar el aparato sobre la cabeza del trípode hasta que el punto sobre el cual se va a centrar aparezca dentro del retículo circular que tiene el colimador; es lógico que el aparato debe estar nivelado para que la línea de vista de la plomada óptica sea vertical.

**B - El Doble Círculo:** Esta propiedad del "doble círculo" no significa que realmente el aparato posea doble sistema de círculos, sino que, gracias a un complejo sistema de prismas que interiormente trae el aparato, la lectura que en determinado momento se toma es la media aritmética de las dos regiones opues-

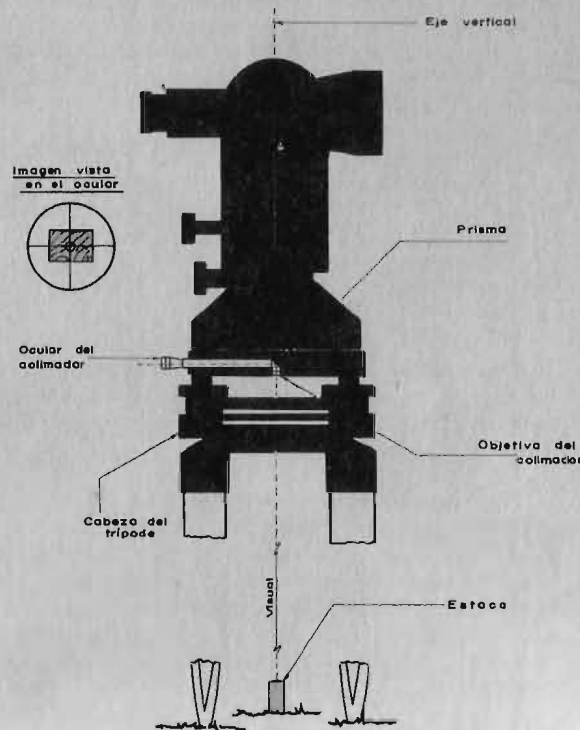


Fig. N° 222 - Esquema de la Plomada Óptica

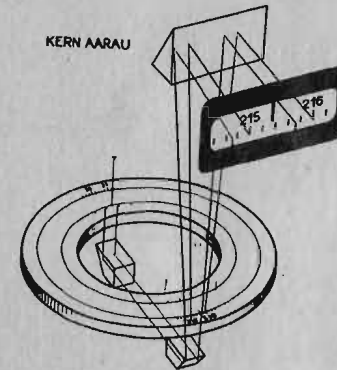


Fig. N° 223 - Esquema del sistema Doble Círculo

tas del círculo (180° de diferencia), con lo cual se evitan los errores que podrían ocasionar la excentricidad del círculo y el error natural en la graduación de los círculos.

Para hacer posible este sistema del "doble círculo" se han construido los círculos, tanto el vertical como el horizontal, de cristal y el rayo de luz que los atraviesa es llevado luego (por el sistema de prismas) a un microscopio situado a un lado del ocular del antejo, así que el observador no necesita cambiar de posición alrededor del aparato para hacer la lectura correspondiente.

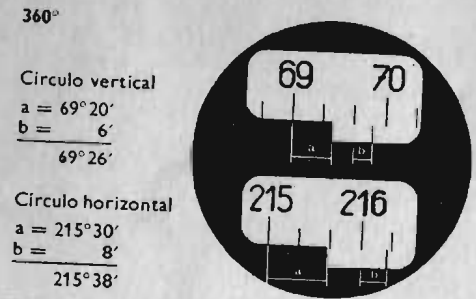


Fig. N° 224 - Lectura del microscopio con Doble Círculo

En la Fig. 223 se puede apreciar un esquema del funcionamiento de este sistema (para el círculo horizontal únicamente). Se observa que los círculos tienen dos escalas grabadas: una cifrada, con intervalos cada 20' (la externa) y otra con divisiones de grado en grado, sin cifrar (la interna).

La lectura, tanto del círculo vertical como del horizontal, se hace por el ocular del microscopio el cual en algunos aparatos es sencillo y en otros trae micrómetro óptico. Cuando el microscopio es sencillo, la lectura se lleva a cabo así: (Se toma como ejemplo el caso de la Fig. 224).

En el campo del microscopio se ven dos escalas, tanto del círculo vertical (superior) como del horizontal (inferior): una escala con números, que indican los grados, y con intervalos de 20 minutos y otra con divisiones cada grado y sin numeración, viéndose solamente un trazo de esta escala, el cual sirve de índice para la lectura complementaria, como se verá más adelante.

Cada imagen aparece recortada en tal forma que sólo se ve un trazo de la escala no cifrada y el borde del recorte sirve de índice para la lectura aproximada. Cada lectura se compone de: (1) lectura aproximada (grados + decenas de minuto =  $a$ ) y (2) lectura complementaria (No. de minutos =  $b$ ). Como las dos escalas se desarrollan en sentido inverso y se desea la media de las dos regiones opuestas del círculo, es necesario, al tomar la lectura complementaria, contar el intervalo de 20 minutos de la escala cifrada como valiendo 10 minutos; como ejemplo obsérvese la Fig. 224. Cuando el microscopio de lectura está provisto de micrómetro óptico la lectura se hace de una manera algo diferente, como se verá después de que se explique el micrómetro óptico.

C - El Micrómetro Óptico. Este dispositivo permite leer con exactitud la fracción por exceso o por defecto señalada por el trazo fijo (guía de lectura) entre dos divisiones del círculo principal.

El principio de su funcionamiento es el siguiente: la luz que ha pasado a través de los círculos se hace pasar por un prisma de caras paralelas; este prisma está accionado por un brazo que encaja en un tornillo sin fin, accionado por el botón del micrómetro y que a su vez, se mueve en relación con el tambor graduado del micrómetro. Cuando la luz entra perpendicular al prisma de caras paralelas no sufre ninguna desviación pero, tan pronto como se acciona el botón del micrómetro, el prisma gira empujado por el brazo y la luz sufre una desviación proporcional a dicho giro, al índice de refracción del prisma y a su espesor. Se gradúa, al construirlo, en forma tal que cuando el tambor del micrómetro (que está graduado en fracciones de la división menor del círculo principal) haya dado vuelta por el valor total de la división menor del círculo principal, la luz que viene de los círculos se desvíe de un trazo al otro de la misma división.

De acuerdo con la anterior descripción, cuando se mueve el micrómetro para medir la fracción, por exceso o por defecto del círculo principal, tanto la línea de vista como el círculo vertical y el horizontal permanecen quietos; el movimiento que se observa en el desplazamiento de la imagen de los círculos cuando se gira el prisma de caras paralelas.

De los aparatos que traen micrómetro, unos emplean el sistema de "doble círculo" y otros no. El ejemplo de la lectura del micrómetro en cada uno de estos casos se puede ver más adelante, en el aparte en el cual se describen dos aparatos de los tipos más comunes y prácticos en los trabajos de Topografía que ejecuta el ingeniero: el KERN DKM - 1 y el WILD T - 16.

#### D - Innovaciones Introducidas a los niveles:

1. Al igual que en los teodolitos, los anteojos son de mayor potencia y luminosidad y, por ser de enfoque interno e imagen invertida, son de longitud constante y mucho menor que la de los anteojos de los viejos niveles.
2. El nivel que garantiza la horizontalidad de la visual viene ahora provisto de un dispositivo (un prisma, en esencia) por medio del cual el observador puede ver por una ventanilla, situada a un lado del ocular del anteojo, los dos extremos de la burbuja (tal como se ve en la Fig. 225-A); al hacerlos coincidir (Fig. 225-B), moviendo el tornillo de calado de la burbuja, el observador sitúa la burbuja dentro de sus reparos, o sea que hace que la visual sea horizontal.

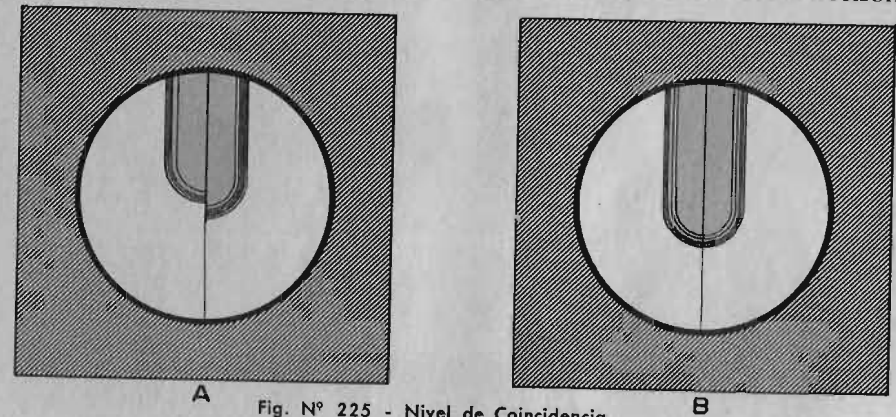


Fig. Nº 225 - Nivel de Coincidencia

Este sistema se denomina "nivel de coincidencia" y tiene la ventaja de que evita al observador el tener que cambiar de posición para observar y calar la burbuja; así se ahorra tiempo y a la vez se evita que el trípode sufra asentamientos o golpes debidos al constante movimiento del observador a su alrededor.

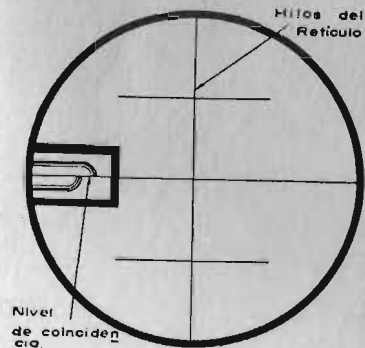


Fig. Nº 226 - Nivel de Coincidencia dentro del campo del anteojo

Algunos niveles modernos traen el nivel de coincidencia visible en el campo del anteojo, con lo cual en una sola operación el observador cala la burbuja y da vista para tomar la lectura correspondiente, (Fig. 226.)

3. Como en los niveles modernos es fácil calar la burbuja, o sea hacer horizontal la línea de vista, cada vez que se da vista, entonces no viene a ser tan importante la exacta nivelación del aparato en todo momento. Así, sólo se requiere una horizontalidad aproximada del aparato y luego, con ayuda del nivel de coincidencia, se hará exactamente horizontal la visual correspondiente.

4. Existen niveles de precisión que no necesitan que el operador cale la burbuja para lograr que la línea de vista sea

horizontal, ya que *automáticamente*, por medio de un sistema óptico-mecánico de compensación, la visual se mantiene a todo momento horizontal, sólo requiriéndose que el aparato esté aproximadamente nivelado.

5. Algunos niveles modernos vienen montados sobre un trípode de cabeza con articulación de rótula, que no necesita tornillos de nivelar, pues, aprovechando el basculamiento en todos los sentidos que proporciona la articulación de rótula, y con ayuda del nivel esférico ("ojo de pollo") que trae el aparato, éste se horizontaliza rápidamente en forma aproximada; luego, cada visual es nivelada por medio del tornillo de movimiento lento vertical, de acuerdo con el nivel de coincidencia.

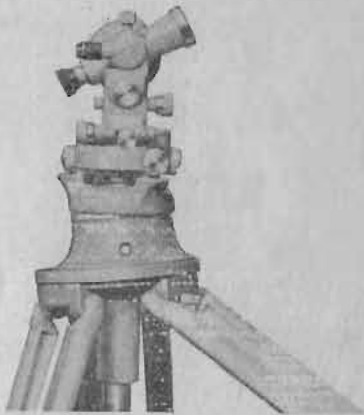


Fig. N° 227 - Cabeza de trípode con articulación de rótula

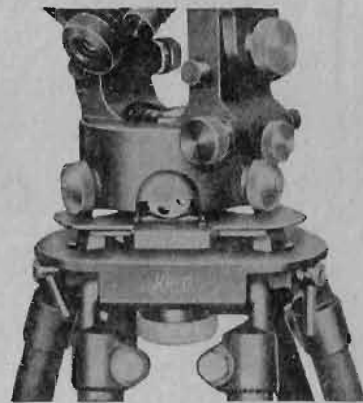


Fig. N° 228 - Cabeza de trípode con mesilla nivelante

#### E - Mejoras Introducidas a los Trípodes.

Los trípodes de diseño moderno tienden a proporcionar una instalación rápida, con el máximo de estabilidad a pesar de su poco peso. Las principales innovaciones han sido: *la mesilla* o cabeza basculante, que se caracteriza porque el aparato va situado sobre una mesilla suspendida por una cardán en el interior de la cabeza del trípode; se la puede bascular en todos los sentidos y fijarla en cualquier posición por medio de tres tornillos de presión. Dos niveles en cruz, montados sobre la mesilla, sirven para ponerla horizontal rápidamente. Esto hace que cuando el aparato se coloque sobre ella le falte muy poco para estar exactamente nivelado y entonces se puede desplazar sobre la mesilla para su centrado y luego, con pequeños movimientos de los tornillos de nivelar, se nivela definitivamente, (Fig. 228).

Una reciente innovación ha sido el diseñar la cabeza del trípode con articulación de rótula. Así, la plataforma (parte superior de la cabeza del trípode) en donde se va a montar el aparato, se puede bascular en todos los sentidos y fijar en cualquier posición por medio de un tornillo de presión situado por debajo de la cabeza del trípode. Se monta el aparato sobre la platafor-

ma de la cabeza del trípode y, con ayuda del nivel esférico ("ojo de pollo") que trae el aparato, se horizontaliza y luego se fija en esa posición ajustando el tornillo de fijación.

Esta clase de trípodes se usa para montar sobre ellos los niveles, los cuales no requieren la operación de centraje.

Para aplicar esta clase de trípodes (de cabeza con articulación de rótula) a los teodolitos, se han ideado los trípodes centrantes, (o de bastón), los cuales llevan, solidario con la articulación de rótula, un bastón metálico que sirve para el centraje. El bastón lleva un nivel esférico ("ojo de pollo") por medio del cual, a la vez que se centra el aparato, se nivela aproximadamente. Así, pues, por medio de estos dispositivos se logra, en una sola operación, una horizontalización aproximada y un centraje bastante aceptable (con aproximación menor de 1 mm.). Luego se monta el aparato sobre la plataforma de la cabeza del trípode y con un pequeño movimiento de los tornillos de nivelar se logra la nivelación exacta del aparato.

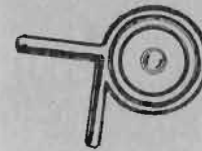


Fig. N° 229 - Tripode centrante o de bastón



Fig. N° 230 - Nivel esférico ("ojo de pollo")

### III. Teodolitos KERN DKM - 1, KERN K 1 - A Y WILD T - 16. Nivel GK - 1 - A

Con el propósito de ilustrar un poco más al estudiante respecto a las nuevas características de los aparatos modernos, se han escogido como modelo tres de los teodolitos de uso más frecuente en los trabajos de ingeniería.

Estos aparatos son el DKM - 1, el K 1 - A y el T - 16, construidos por las firmas europeas KERN y WILD, las cuales han estado a la cabeza en el diseño y construcción de los aparatos modernos de Topografía. Además, se ha escogido para ilustración el nivel GK - 1 - A como ejemplo de los niveles, por tener este aparato todas las características de los niveles modernos.



## EL TEODOLITO "KERN DKM - 1"

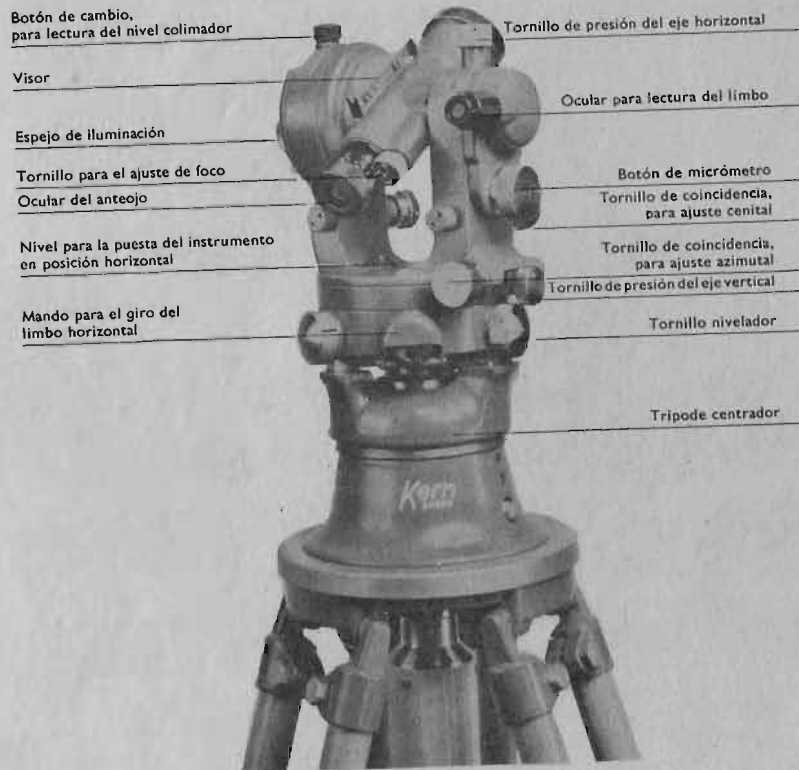


Fig. N° 231 - Teodolito KERN DKM-1

## Características Principales:

1. Es un teodolito reiterador o sea que se pueden medir ángulos por el sistema de reiteración. (Ver: Medición de ángulos por un sistema de precisión).
2. Trípode con mesilla basculante, como el que muestra la Fig. 231 o trípode centrante (de cabeza basculante y bastón) en los modelos más recientes, (ver Fig. 229).
3. Posee el sistema llamado "doble círculo" (ver descripción del sistema de "doble círculo") el cual elimina los errores de graduación y/o excentricidad del círculo.
4. Posee "Micrómetro óptico". En el campo del microscopio aparecen tres imágenes: la superior es la del círculo vertical; la del medio es la del círculo horizontal y la inferior es la del tambor del micrómetro óptico, (Fig. 232).

Sobre cada limbo van grabadas dos escalas, una de ellas cifrada; un dispositivo óptico hace aparecer la imagen de ambas divisiones de modo que los trazos de una y otra, diametralmente opuestos, quedan muy próximos y paralelos, viéndose en el campo del microscopio como si fueran trazos dobles.

Para hacer la lectura del círculo horizontal se procede así: moviendo el botón de mando del micrómetro se desplazan los trazos dobles de la imagen del círculo horizontal hasta colocar una pareja de ellos simétricamente respecto del trazo del índice fijo. En esta posición se hace la lectura, leyéndose en la escala del círculo horizontal los grados y las veintenas de minuto; las unidades de minuto y las decenas de segundo se leen sobre el tambor del micrómetro de acuerdo con el índice fijo. A estima se puede apreciar la unidad de segundo. El círculo vertical se lee en igual forma, pero es necesario calar la burbuja del nivel del círculo vertical antes de cada lectura. (Esto ha sido mejorado ya en el modelo K1-A como puede verse más adelante).

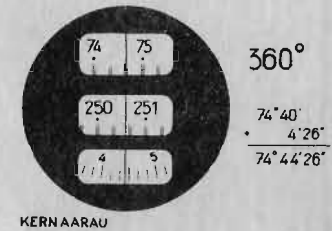


Fig. N° 232 - Lectura del micrómetro óptico

Como instrumento reiterador que es, hay necesidad de dar primero vista al punto sobre el cual se va a orientar el aparato y luego poner en el microscopio la lectura deseada comenzando por la imagen del tambor del micrómetro en donde se marcan los minutos y segundos.

## El Teodolito Kern K1-A:

Este instrumento es una versión simplificada (sin dispositivo autoreductor) del Kern K1-RA descrito en el Capítulo 23. Para la ilustración de la lectura de los círculos horizontal y vertical ver la Fig. No. 133-C en la página 172.

## Características principales de este aparato:

1. Los círculos horizontal y vertical se observan en un solo sitio, lo cual se traduce en una considerable reducción de la óptica de lectura y en imágenes de lectura sencillas y claras. Además reduce el tiempo de lectura para el observador.
2. La precisión de la lectura de los limbos horizontal y vertical es de 20" directa y de 5" a estima. El limbo horizontal tiene además de la numeración dextrorsum, otra en sentido sinistrorsum la cual permite leer ángulos hacia la izquierda directamente sin necesidad de cálculos para transformación, lo cual elimina una posible fuente de error.
3. El nivel de la colimación del círculo vertical ha sido remplazado por un péndulo, el cual compensa directa y automáticamente el error que produciría el eje no rigurosamente vertical en la lectura de ángulos verticales.
4. Los tornillos de presión de los ejes han sido sustituidos por acoplamientos de fricción, lo cual permite trabajar más rápidamente.

### EL TEODOLITO WILD T - 16

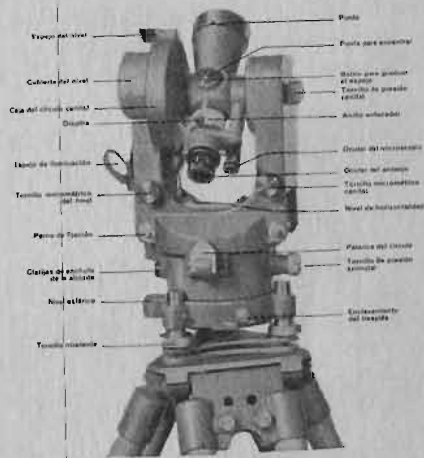


Fig. N° 233 - Teodolito WILD T-16

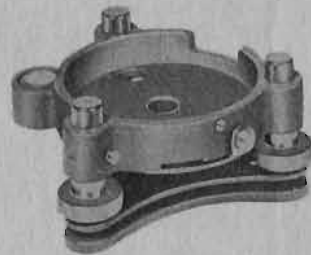


Fig. N° 234 - Base nivelante del T-16

#### Características Principales:

Este modelo vino a reemplazar con éxito al teodolito WILD T - 1, aparato que gozaba de tanta popularidad como el DKM - 1 de la casa KERN. Sus principales características son:

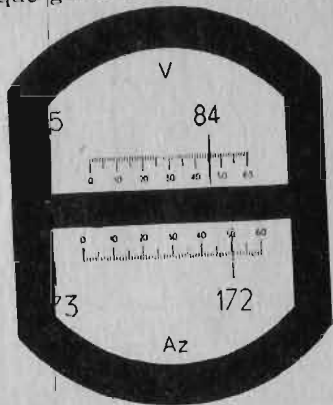


Fig. N° 235 - Lectura del microscopio del T-16

1. El aparato trae plomada óptica para el centrado; también puede usarse con la plomada corriente.
2. Los tres tornillos de nivelar van montados sobre una base nivelante, (Fig. 234), de la cual se puede desmontar el aparato; las ventajas de poder separar el aparato de la base nivelante consisten en que se puede nivelar y centrar el aparato más fácil y rápidamente y, además, que sobre la misma base se puede montar una estadia de invar para observaciones desde otra estación.
3. No posee micrómetro óptico para la lectura de ángulos; en cambio tiene lectura por medio de los microscopios de escala a través de los cuales se obtiene directamente, sin necesidad de ningún calado, el valor del ángulo en grados y minutos, pudiéndose estimar la décima de minuto muy claramente, (ver Fig. 235).

4. A pesar de no tener el doble sistema de ejes que poseen los aparatos repetidores, (ver: Medición de un ángulo por un sistema de precisión), el círculo horizontal se puede hacer solidario con el anteojo y soportes, mediante la palanca del círculo, lo cual hace que siga siendo repetidor pero de más fácil operación.

### NIVEL GK - 1 - A

Este liviano y compacto aparato (dimensiones aproximadas 20 × 12 × 15 cms.; peso: 1½ Kilogr.), tiene además como principal característica la simplicidad de operación. Efectivamente, basta sólo con armar el trípode, montar el aparato sobre la cabeza con articulación de rótula, nivelarlo aproximadamente (aflojando el tornillo de sujeción, centrando el nivel esférico y volviendo a ajustar tal tornillo) y ya queda listo para trabajar.

La visual se horizontaliza automáticamente por medio de un sistema opto-mecánico de compensación, Fig. 237, lo cual hace que el observador no tenga que preocuparse por el calado de la burbuja al lanzar la visual.

El anteojo es de imagen derecha, con lectura máxima permitida de 300 mts., para la apreciación al centímetro y de 125 mts., para la apreciación al milímetro, lo cual hace que se pueda usar exitosamente en toda clase de nivelaciones.



Fig. N° 236 - Nivel autonivelante GK 1-A

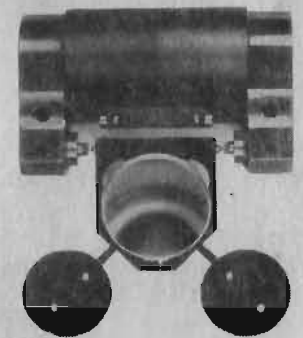


Fig. N° 237 - Compensador automático para la autonivelación

Si el aparato tiene círculo horizontal (tal como lo tiene el nivel de la figura 236), se denomina GK - 1 - AC y, entonces, tiene la ventaja adicional que se puede usar para levantamientos taquimétricos sencillos en terrenos más o menos planos. Por medio de una lupa se pueden leer los ángulos con precisión de 0,1°.

## COMPUTADORES DIGITALES Y SU UTILIZACION EN LA TOPOGRAFIA

### INTRODUCCION:

El computador digital es hoy en día uno de los más importantes instrumentos de trabajo en la Ingeniería. El desarrollo de las aplicaciones del computador a los diferentes campos de la Ingeniería, si bien tiene una corta historia, ha sido espectacular y, en particular, su impacto en el campo de la Topografía tiene amplias perspectivas.

El material que se incluye en este capítulo tiene por objeto proporcionar al estudiante de Topografía una corta introducción a la utilización de los computadores digitales. Debido al carácter mismo de este texto, como al hecho de los constantes cambios en la tecnología y en las aplicaciones de los computadores, no se suministrarán detalles específicos ni descripciones detalladas de los equipos; a este respecto, el estudiante interesado puede encontrar en las librerías y bibliotecas especializadas amplia literatura en donde obtener toda la información detallada.

### EL PROCESO DE CALCULO

Para entender más claramente cómo opera un computador digital, es conveniente hacer un recuento de cómo es un sistema de cálculo manual.

Es característico de los trabajos de topografía la cantidad de operaciones de cálculo que es necesario ejecutar, operaciones que por el hecho de ser rutinarias generalmente se confían a calculistas que las ejecutan en base a instrucciones y formatos suministrados por el Ingeniero.

Cuando el volumen de trabajo es grande y se emplean varios calculistas, las instrucciones se compendian en un manual para así poder sistematizar el trabajo. Así, pues, cada calculista ejecuta la operación o grupo de operaciones de acuerdo con las instrucciones dadas y se establece un proceso de cálculo en base a lo programado por el Ingeniero, quien es el responsable por la exactitud y precisión de los resultados.

Los calculistas se limitan a leer instrucciones y ejecutar operaciones con la ayuda de una máquina calculadora de mesa (que puede ser manual o eléctrica), tomar un número limitado de decisiones simples, siempre siguiendo las instrucciones y finalmente escribir las respuestas en un formato.

No es pues necesario ningún conocimiento especial para efectuar la anterior labor puramente "mecánica" del calculista. Obviamente el mayor problema de este sistema tiene que ver con la eficiencia en la comunicación entre el Ingeniero y el calculista.

### MECANIZACION DEL CALCULISTA

Un calculista tal como el descrito anteriormente, sería poco útil a menos de que poseyese gran rapidez para efectuar su trabajo.

Es perfectamente posible construir una máquina con características de eficiencia altísima que replaze al calculista. Esto es lo que en síntesis es un computador digital, el cual puede efectuar operaciones aritméticas y tomar decisiones simples a una gran velocidad, con la ventaja adicional de memorizar completamente el manual de instrucciones. El problema de comunicación se obvia por medio de un lenguaje que la máquina pueda entender y que el Ingeniero aprenda fácilmente (ver más adelante: "lenguaje para la programación").

### DESCRIPCION DEL COMPUTADOR DIGITAL

Básicamente las habilidades de un computador digital pueden resumirse en los siguientes puntos:

1. Poder, de manera automática, obedecer una serie de instrucciones "almacenadas" en su memoria.
2. Poder efectuar decisiones lógicas simples y alterar si es el caso, la secuencia de ejecución de las operaciones.
3. Poder ejecutar operaciones aritméticas (sumar, restar, multiplicar y dividir) a una gran velocidad y sin disminuir su eficiencia por fatiga.



## CONCEPTO DE INSTRUCCIONES ALMACENADAS

El hecho de que el computador pueda automáticamente obedecer una serie de instrucciones almacenadas hace posible efectuar cálculos bastante largos, que requieran muchas etapas, sin intervención humana alguna. Lo anterior es posible gracias a la *memoria* o unidad de almacenamiento del computador dentro de la cual se almacenan tanto las instrucciones como los datos del problema.

El computador sigue de una manera explícita las instrucciones o "*programa*". De manera que es necesario que el programa sea perfecto en su lógica y en sus detalles, para lo cual el programador debe haber tenido en cuenta con anterioridad todas las posibilidades de error y las variables que el problema pueda presentar.

Por lo tanto, la elaboración de un programa puede llegar a ser un poco demorada y costosa, pero una vez perfeccionado, éste puede ser utilizado repetidamente un número infinito de oportunidades, siendo esta su principal justificación en soluciones de problemas rutinarios que se deben resolver frecuentemente.

## HABILIDAD DE DECISION LOGICA

Esto significa la posibilidad de alterar la ejecución de una secuencia de operaciones. La habilidad lógica del computador está limitada a una respuesta *positiva* o *negativa* a preguntas simples del tipo: —¿es un número mayor que otro?; —¿es una cantidad igual a cero?; —¿una cantidad es positiva o negativa?, y de acuerdo con la respuesta el computador continuará con la instrucción siguiente en secuencia, o proseguirá con otra parte del programa, según lo haya previsto el programador.

## OPERACIONES ARITMETICAS

El computador sólo puede efectuar operaciones aritméticas simples, lo cual quiere decir por ejemplo que no puede directamente resolver integrales, determinar funciones trigonométricas o extraer raíces cuadradas. Para efectuar operaciones tales como las anteriores, éstas deben ser reducidas a una serie de operaciones aritméticas simples, lo cual siempre es posible en base a técnicas del cálculo numérico. La ventaja del computador radica simplemente en la capacidad de efectuar miles y centenares de miles de operaciones aritméticas simples por segundo.

## UNIDADES FUNDAMENTALES DE UN COMPUTADOR

*Unidad de Entrada.* Sirve para introducir órdenes (programa) e información al computador. Puede ser, según el caso, por medio de lectora de tarjetas perforadas, cinta magnética, discos magnéticos, máquina de escribir, consola, etc.

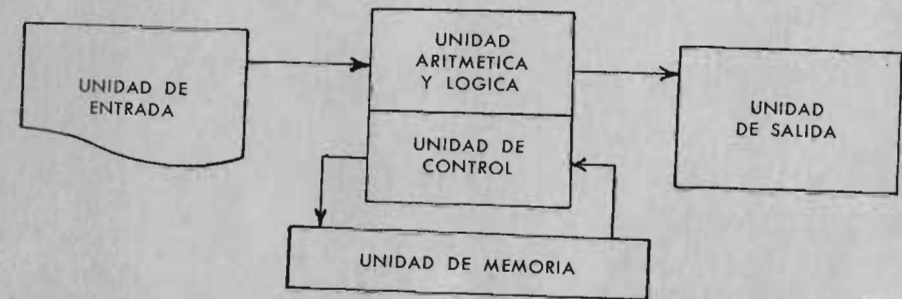


Fig. N° 238 Esquema de las unidades fundamentales de un computador digital.

*Unidad de Control:* Sirve para controlar la operación del computador. Es la que controla la secuencia e interpreta las instrucciones para su ordenada ejecución.

*Unidad de Memoria:* Sirve para almacenar las instrucciones ("*programa*") y los datos del problema. De allí son tomados por la unidad de control durante la ejecución.

*Unidad Aritmética y Lógica:* Ejecuta, por medio de circuitos electrónicos, las operaciones aritméticas y lógicas.

*Unidad de Salida:* Permite conocer resultados parciales o finales. Puede ser a través de una impresora, una perforadora de tarjetas, máquina de escribir, etc.

## PROCEDIMIENTO PARA LA SOLUCION DE UN PROBLEMA UTILIZANDO EL COMPUTADOR

### a) *Formulación del Problema:*

Esta fase, aun cuando parece la más obvia es en muchos casos la que presenta mayores dificultades:

1. El primer paso consiste en preparar por escrito el enunciado, los esquemas necesarios, la lista de las variables existentes y la definición de los términos, lo mismo que de los símbolos que se utilizarán en la solución.
2. Luego se determinan los datos de entrada y salida, o sea la información que se le suministrará al computador y los datos que se esperan en la respuesta, los formatos en que esta aparecerá, etc.
3. En seguida se determina el grado de precisión deseado, o sea el número de dígitos asociados con los datos de entrada y salida.
4. Finalmente, se establecen las especificaciones del problema o sea las condiciones bajo las cuales el computador debe operar. Se definen métodos, hipótesis y demás condiciones especiales que se deben tener en cuenta en la ejecución del problema.

## b) Análisis Matemático:

El propósito de esta fase es el de suministrar las ecuaciones necesarias y las técnicas numéricas para la solución del problema.

## c) Diagrama del Flujo:

Consiste en una descripción gráfica de la lógica del programa y está constituido por signos de operación y de decisión. Algunos de los símbolos utilizados son:

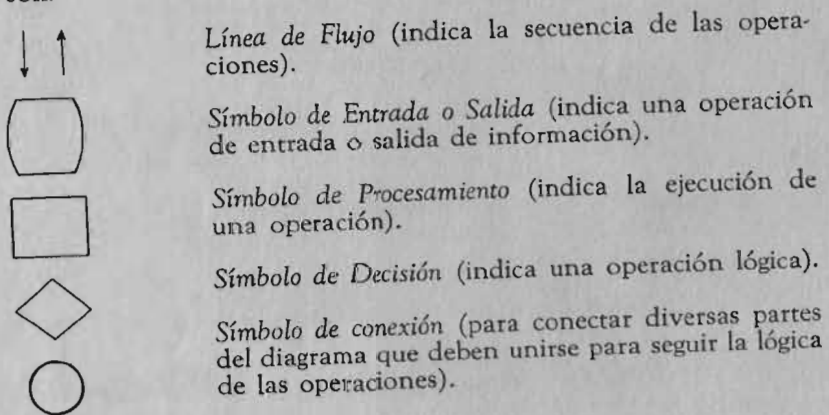


Fig. N° 239

A manera de ejemplo se ilustra a continuación como se expresaría en un diagrama de flujo simplificado el cálculo de la distancia A-B a partir de las coordenadas de los puntos A y B.

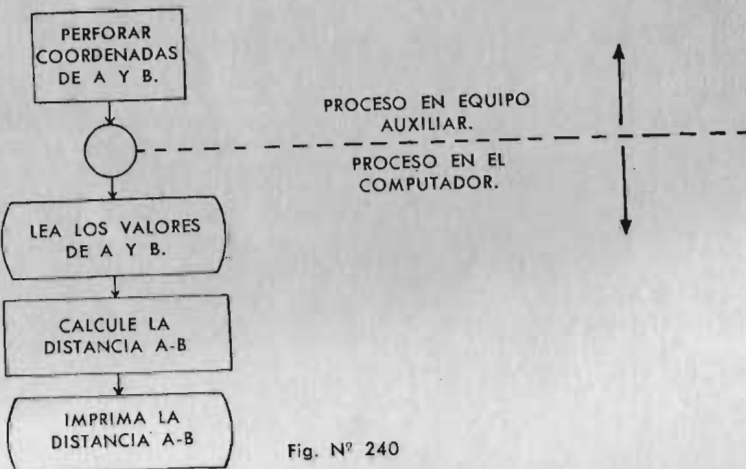


Fig. N° 240

## d) Codificación:

Consiste en la traducción del diagrama de flujo en una serie de instrucciones detalladas expresadas en un "lenguaje" que pueda entender la máquina(1). Ver más adelante "Lenguajes para la programación".

## e) Comprobación:

Puesto que la codificación requiere un gran número de pasos detallados, es en esta fase en la cual existe una mayor probabilidad de error humano. Debe por lo tanto comprobarse cada paso y seguir la secuencia de las instrucciones que componen el programa, preferiblemente para los datos o casos extremos e intermedios así como para los casos especiales que se puedan presentar. A esta prueba preliminar se le llama "prueba de escritorio".

En seguida, y para completar la verificación, es necesario pasar el programa por el computador ("prueba de máquina") con base en unos datos y respuestas conocidos para comprobar su correcto funcionamiento. Después de esta última prueba se puede decir que el programa está listo para su utilización.

## LENGUAJES PARA LA PROGRAMACION

Al computador es necesario darle las instrucciones para la solución de un problema. La secuencia de pasos que es necesario ejecutar debe ser suministrada en instrucciones detalladas escritas en un código que el computador pueda "entender".

Conforme a lo explicado en párrafos anteriores, la serie de instrucciones conforman lo que se llama un "programa". El conjunto de códigos que permiten la comunicación con el computador se denomina "lenguaje". El lenguaje que la máquina puede entender se denomina *lenguaje de máquina*. Existen además una serie de lenguajes llamados *orientados a problemas específicos*, los cuales utilizan palabras y símbolos similares al lenguaje técnico o algebraico, de manera que una persona versada en la solución de cierto tipo de problemas puede programarla utilizando términos y símbolos que le son relativamente familiares.

El computador no entiende este último tipo de lenguaje y por lo tanto es necesario disponer de programas especiales denominados procesadores o *compiladores*, los cuales permiten que el mismo computador pueda traducir los "lenguajes orientados a problemas" a "lenguaje de máquina". Existen actualmente varios lenguajes orientados para aplicaciones comerciales contables y para aplicaciones científicas y de Ingeniería, los cuales son asimilables rápidamente (cursos de 20 horas de duración, para el lenguaje Fortran, por ejemplo) que han permitido y facilitado la utilización más amplia de los computadores.

(1) Existen varios lenguajes de acuerdo con el tipo de computador y del fabricante.

Los dos lenguajes generales más populares en el campo científico son los llamados ALGOL(1) y FORTRAN(2). De estos el FORTRAN, es el más popular entre técnicos e ingenieros. En este lenguaje el técnico puede formular problemas al computador utilizando una codificación que se asemeja a la usada comúnmente en las matemáticas básicas.

Como ilustración, la instrucción que permite calcular la expresión:

$$X = 2a + \frac{b}{(4-a)^2}$$

se codifica en lenguaje FORTRAN así:

$$X = 2 * A + B / (4 - A) ** 2$$

Dadas las bases matemáticas del estudiante de topografía y considerando la simplicidad del lenguaje FORTRAN, es aconsejable dedicar unas 20 horas al aprendizaje de un curso básico de programación FORTRAN, para capacitarse así en la utilización de esta poderosa herramienta que representa el computador digital para los técnicos de la segunda mitad del siglo veinte.

En las aplicaciones comerciales y contables el lenguaje más utilizado es el COBOL(3).

### LENGUAJES ESPECIFICOS

La ciencia de los computadores ha avanzado tan rápidamente que ya ha sido posible diseñar lenguajes para la solución de problemas en campos específicos de la técnica, en que la "Programación" en el sentido estricto tal como se ha explicado brevemente en los párrafos anteriores no es necesaria, ya que el "lenguaje" utilizado es el mismo que el empleado por el técnico. Así pues, para mencionar algunos ejemplos solamente, existe el programa denominado STRESS, que permite solucionar problemas de ingeniería de estructuras utilizando "comandos" comunes con la terminología familiar al Ingeniero de estructuras.

En el campo de la Topografía y de la Ingeniería de carreteras se ha desarrollado el programa COGO(4) que utiliza comandos tales como "Distance 1 - 2" o sea "Distancia del punto 1 al punto 2", con el cual el computador calcula inmediatamente la distancia entre los puntos 1 y 2. Este lenguaje COGO ha sido el primero de una serie de programas orientados hacia problemas

1. Por ALGOriThmic Language.
2. Por FORmula TRANslation.
3. Por COmmon Business Oriented Language.
4. Por COordinate GeOmetry.

específicos. Actualmente en el Massachusetts Institute of Technology (M.I.T.) se está trabajando sobre toda una serie de programas que componen el ICES(1) para la solución integrada de problemas de Ingeniería Civil. Uno de tales programas es para el trazado de vías y se llama ROADS.

Como puede observarse, tanto el lenguaje STRESS como el COGO, tienen sus instrucciones en idioma inglés, puesto que han sido desarrollados en los Estados Unidos. Por lo tanto existe esta limitación para los usuarios de tales programas cuya lengua materna es el español. Para obviar la anterior limitación, a la vez que para contribuir al avance de la ciencia de los computadores, el Centro de Cálculo Electrónico de la UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA, está en la actualidad perfeccionando lenguajes orientados, para la solución de problemas específicos en varios campos de la Ingeniería, utilizando el vocabulario en español común a los especialistas. Es así como ya están disponibles el programa "SADE"(2) para la solución de problemas de análisis de estructuras y el programa "SIGEC" (sistema geométrico coordenado) para cálculos topográficos y diseño de carreteras.

### APLICACION DEL COMPUTADOR DIGITAL A LA TOPOGRAFIA

Sin exageración se puede afirmar que existen en la actualidad innumerables problemas relacionados con la Topografía resueltos mediante el uso de computadores. Para problemas tales como: cálculo de áreas, ajuste de poligonales, cálculo y ajuste de redes de triangulación, cálculos de volúmenes de movimiento de tierras, replanteo de curvas verticales y horizontales, partición de terrenos, etc., existen soluciones en casi todo computador de tipo científico. Los programas correspondientes se han desarrollado teniendo en cuenta la utilidad del computador para la solución de problemas rutinarios, de ocurrencia frecuente y que exigen a la vez un alto grado de precisión y exactitud.

A continuación nos referiremos específicamente a dos lenguajes orientados a la solución de problemas geométricos que tienen especial aplicación en el campo de la Topografía. Estos son el COGO y el SIGEC.

En la utilización de ambos lenguajes se emplean comandos idénticos a los utilizados habitualmente por ingenieros y topógrafos en la solución de problemas. Así pues que tan solo es necesario formular el enunciado del problema en los términos usuales y comunicarlo al computador junto con los datos para obtener de inmediato las respuestas deseadas, sin que haya necesidad de efectuar programación alguna, en el sentido exacto de este término.

1. Por Integrated Civil Engineering System.
2. Por Sistema Automático Diseño Estructuras.



Para apreciar la sencillez con que tanto el COGO como el SIGEC operan, se ilustra a continuación el caso sencillo que aparece en la Fig. 241 en el cual se trata de calcular las coordenadas del punto 2 a partir del punto 1, conocida la distancia  $1-2 = 85,27$  Mts., y el azimut  $43^{\circ} 21' 17''$ ; luego el cálculo de las coordenadas del punto 3 a partir de los azimutes de los alineamientos  $2-3$  y  $1-3$  y finalmente el cálculo del área del polígono  $1-2-3$ . Se toman las coordenadas del punto 1 como  $X = 100.000$ ,  $Y = 100.000$ .

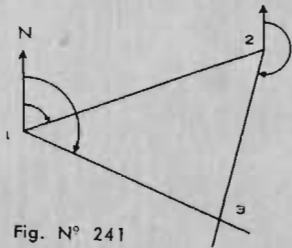


Fig. N° 241

Los comandos necesarios en el lenguaje COGO para efectuar las operaciones descritas serían:

```
STORE 1 100.000 100.000
LOCATE AZIMUT 1 2 85.27 43 21 17
AZ / INTERSECT 3 1 112 27 18 2 201 16 13
AREA 1 2 3
```

Los comandos necesarios en el lenguaje SIGEC para la solución del mismo programa serían:

```
ALMACENE COORDENADAS PUNTO, PUNTO 1 100.000 X 100.000 Y
LOCALICE * POR AZIMUT Y DISTANCIA * DESDE 1 LOC 2
AZIMUT 43 21 17.0 DIST 85.27
LOCALICE * INTERSECCION AZIMUTES * LOC 3 A 1 AZIMA
112 27 18.0 B2 AZIMB 201 16 13.0
AREA*POLIGONO* 1 2 3
```

Tanto el lenguaje COGO como el SIGEC producirían los resultados deseados en un tiempo extremadamente corto sin que medie utilización alguna de tablas de funciones trigonométricas y eliminando los errores y el trabajo dispendioso que habría que efectuar, aun para este sencillo ejemplo, por los métodos convencionales de cálculo.

Se exponen simultáneamente en este texto los dos lenguajes, el COGO y el SIGEC por las siguientes razones:

1) El COGO es ampliamente conocido gracias a la divulgación hecha de él a través de las publicaciones del Instituto Tecnológico de Massachusets, en donde fue desarrollado y a la distribución de la I.B.M. quien manufactura los computadores 1620 y 1130 en los cuales se procesa. El programa COGO es pues fácilmente obtenible en cualquier centro de cálculo Electrónico de América Latina.

Sin embargo, el COGO tiene algunas limitaciones para los usuarios de habla española, adicionales a las del idioma (inglés) en que está escrito.

Tales limitaciones tienen que ver entre otras por ejemplo en el hecho de que trabaja en sistema de unidades inglesas, produciendo resultados de áreas en pies cuadrados y en acres (cuando la unidad en que se expresan los datos es el metro, los resultados de área aparecen obviamente en metros cuadrados pero los valores correspondientes al equivalente en acres no tienen ningún significado).

2) El SIGEC, desarrollado recientemente, tiene amplias ventajas para los usuarios de habla española, adicionales al idioma en sí mismo, pues trabaja en unidades del sistema métrico y, por ejemplo, los resultados de áreas aparecen simultáneamente en metros cuadrados y en varas cuadradas, unidad utilizada en muchos países hispanoamericanos. Además, las bases con que efectúa los cálculos producen resultados más rápidos y exactos. Tal es el caso del cálculo de áreas, el cual hace a partir de las coordenadas de los vértices del polígono, por el sistema de multiplicación en diagonal (como se explicó en el Capítulo 10, página 89), mientras que el COGO lo hace por suma de áreas parciales de triángulos. Además, el SIGEC contempla un sistema de coordenadas en el espacio  $(X, Y, Z)$ , lo cual amplía sus posibilidades de aplicación.

3) Existen versiones del COGO para varias configuraciones del computador I.B.M. 1620 y del nuevo computador I.B.M. 1130. También está ya disponible el programa COGO dentro del sistema ICES para la serie de computadores I.B.M. / 360.

4) El SIGEC ha sido desarrollado para equipo I.B.M. 1620 con memoria de 60 K, impresora 1443, unidad de discos 1311 y lectora perforadora 1622. Las órdenes pueden ser suministradas por tarjetas o por máquina de escribir y los resultados pueden obtenerse por impresora (más rápido) o por máquina de escribir.

### EJEMPLO DE APLICACION

Para apreciar en una forma más completa la aplicación de los lenguajes citados en la Topografía, se ilustra a continuación la solución completa de un problema típico.

Se trata de un trazado de una nueva carretera, en que se toma parte de algunos terrenos de propiedad particular. El propietario del lote B que aparece en la figura No. 242 quiere conocer el área que tomarán de su lote, el área restante y la longitud del nuevo frente de su propiedad.

Los datos disponibles son los siguientes:

- 1) Coordenadas del punto 2:  
 N 4.050,35 Mts.  
 E 6.350,43 Mts.

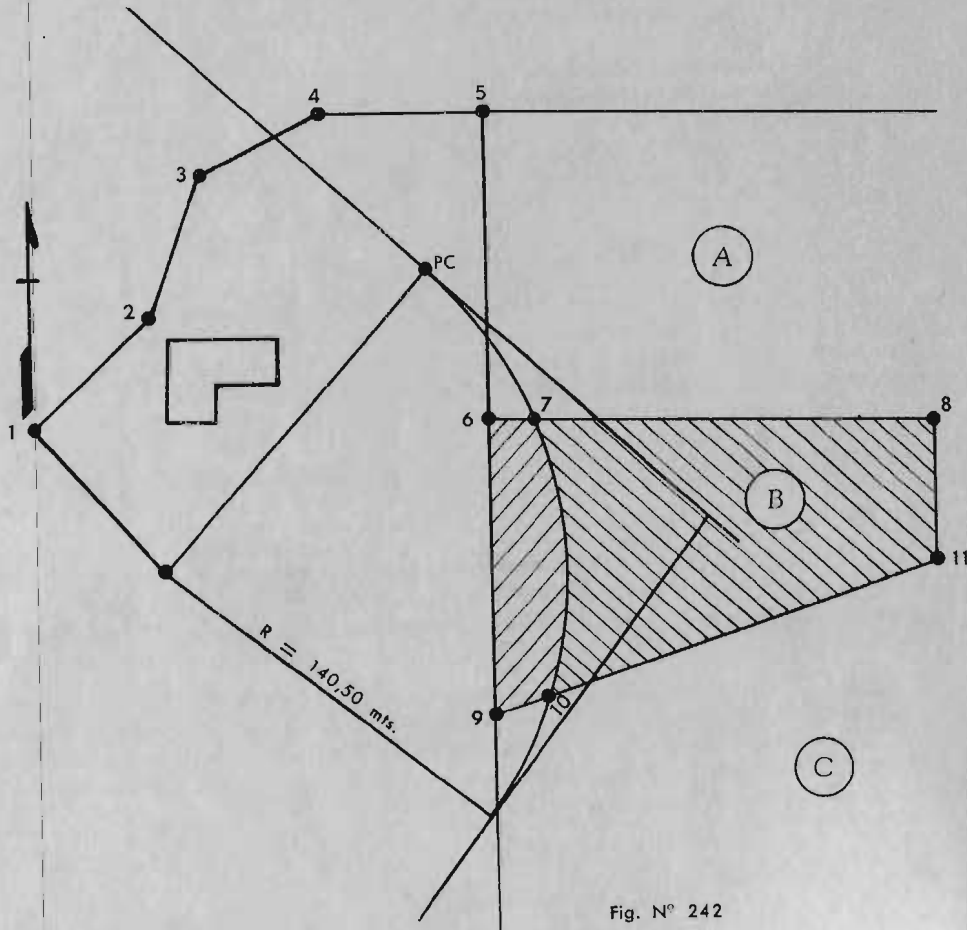


Fig. N° 242

- 2) Azimut PC - PI:  $313^{\circ} 40' 30''$
- 3) Curva:  $\Delta = 85^{\circ} 52' 25.0''$   
 $R = 140,50$  mts.

4) Cartera del levantamiento planimétrico que aparece indicado esquemáticamente en la Fig. N° 242

PUNTO	AZIMUT	DISTANCIA
1		
2	$43^{\circ} 25' 15''$	56,35 mts.
3	$13^{\circ} 15' 45''$	57,48
4	$85^{\circ} 18' 43''$	40,75
5	$90^{\circ} 00' 35''$	50,95
6	$182^{\circ} 35' 43''$	104,78
8	$90^{\circ} 00' 35''$	140,54
6	$182^{\circ} 35' 43''$	100,50
9	$75^{\circ} 43' 11''$	146,38
11		
1		
12	$135^{\circ} 40' 05''$	63,45

El problema anterior fue solucionado por los métodos tradicionales por cinco diferentes calculistas, los cuales gastaron en promedio 3 horas.

Utilizando el computador I.B.M. 1620 modelo 1 del Centro de Cálculo Electrónico de la Universidad Nacional de Colombia se obtuvieron los resultados que se incluyen a continuación, primero por el lenguaje COGO y en seguida por el lenguaje SIGEC.

1) PROBLEMA RESUELTO CON COGO:

Lista de Comandos:

CLEAR	1	99				
STORE	2	4050.35	6350.43			
STORE	100	4012.65	6571.80			
LOCATE / AZIMUTH	2	3	57.48	13	15	45.0
	3	4	40.75	85	18	43.0
	4	5	50.95	90	00	35.0
	5	6	104.78	182	35	43.0
	6	8	140.54	90	00	35.0
	6	9	100.50	182	35	43.0
	9	11	146.38	75	43	11.0
	2	1	56.35	223	25	15.0
	1	12	63.65	135	40	5.0
CALL						
ARC/LINE/POINTS	7	12	140.50	8	6	6
	10	12	140.50	11	9	9
CALL						
AREA	6	8		11	9	6
AREA	6	7		10	9	6
SEGMENT/PLUS	7	10	140.50			
AREA						
SEGMENT/MINUS	7	10	140.50			

Los resultados, tal como se obtuvieron del computador, con salida por máquina de escribir se incluyen a continuación:

\* PROBLEMA RESUELTO CON COGO

CLEAR	1	99				
STORE	2	4050.35	6350.43			
STORE	100	4012.65	6571.80			
LOCATE / AZIMUTH	2	3	57.48	13	15	45.0
	3	4	40.75	85	18	43.0
	4	5	50.95	90	00	35.0
	5	6	104.78	182	35	43.0
	6	8	140.54	90	00	35.0
	6	9	100.50	182	35	43.0
	9	11	146.38	75	43	11.0
	2	1	56.35	223	25	15.0
	1	12	63.65	135	40	5.0
CALL						
ARC/LINE/POINTS	7	12	140.50	8	6	6
	10	12	140.50	11	9	9
CALL						
AREA	6	8		11	9	6
AREA	6	7		10	9	6
SEGMENT/PLUS	7	10	140.50			
AREA						
SEGMENT/MINUS	7	10	140.50			

4106.2969  
6363.6166

4109.6274  
6404.2302

4109.6188  
6455.1801

4004.9463  
6450.4357

4004.9225  
6590.9757

9  
3904.5494  
6445.8851

11  
3940.6562  
6587.7420

1  
4009.4216  
6311.6978

12  
3964.0357  
6356.0375

9 11 146.38 75 43 11.

2 1 56.35 223 25 15.

1 12 63.45 135 40 5.

CALL  
ARC/LINE/POINTS 7 12 140.5 8 6 6

7  
4004.9395  
6490.4515  
10 12 140.5 11 9 9

10  
3915.2134  
6487.7820

CALL  
AREA 6 8 11 9 6  
11554.874  
.26526340

AREA 6 7 10 9 6  
3874.1355  
8.8937913E-02

SEGMENT/PLUS 7 10 140.5  
89.765803  
91.367268  
442.92156  
4317.0570  
9.9105992E-02

AREA 7 8 11 10 7  
7680.7374  
.17632546

SEGMENT/MINUS 7 10 140.5  
89.765803  
91.367268  
442.92156  
7237.8159  
.16615739



## 2) PROBLEMA RESUELTO CON SIGEC:

## Lista de Comandos

\*PROBLEMA RESUELTO CON EL SISTEMA SIGEC

BORRE\*TABLA DE COORDENADAS\*

ALMACENE COORDENADAS PUNTO,PUNTO 2 X 6350.43 Y 4050.35

ID, Y 4012.65 PUNTO 100 X 6571.80

LOCALICE\*POR AZIMUT Y DISTANCIA\*, DESDE 2 LOC 3 AZIMUT 13 15 45.0 DIST 57.48

ID\*POR AZIMUT Y DISTANCIA\*, DESDE 3 LOC 4 AZIMUT 85 18 43. DIST 40.75

ID\*POR AZIMUT Y DISTANCIA\*, LOC 5 DESDE 4 DIST 50.95 AZIMUT 90 00 35.

ID\*POR AZIMUT Y DISTAN\*, LOC 6 DESDE 5 DIST 104.78 AZIMUT 182 35 43.

ID\*POR AZIMUT Y DISTANCIA\*, LOC 8 DESDE 6 DIST 140.54 AZIMUT 90 00 35.

ID\*POR AZIMUT Y DISTANCIA\*, LOC 9 DESDE 6 DIST 100.50 AZIMUT 182 35 43.

ID\*POR AZIMUT Y DISTANCIA\*, LOC 11 DESDE 9 DIST 146.38 AZIMUT 75 43 11.

ID\*POR AZIMUT Y DISTANCIA\*, LOC 1 DESDE 2 AZIMUT 223 25 15. DIST 56.35

ID\*POR AZIMUT Y DISTANCIA\*, LOC 12 DESDE 1 AZIMUT 135 40 5. DIST 63.45

INTERSECCION ARCO\*CON LINEA\*, LOC 7 CENTR 12 RADIO 140.5 PUNTA 8 PUNTB 6 PCERC 6

ID\*CON LINEA\*, LOC 10 CENTR 12 RADIO 140.5 PCERC 9 PUNTA 11 PUNTB 9

AREA\*POLIGONO\*

6

8

11

9

6

AREA\*POLIGONO\*

6

7

10

9

6

AREA\*SEGMENTO SUMADA\*, CUERDA 7 A 10 RADIO 140.50

AREA\*POLIGONO\*

7

8

11

10

7

AREA\*SEGMENTO RESTADA\*, CUERDA 7 A 10 RADIO 140.50

DE\*TABLA DE COORDENADAS\*

Los resultados, tal como se obtuvieron del computador, con salida por máquina de escribir, lo cual hizo que el tiempo de ejecución fuese mayor, se incluyen a continuación:

\*PROBLEMA RESUELTO CON EL SISTEMA SIGEC

BORRE\*TABLA DE COORDENADAS\*

ALMACENE COORDENADAS PUNTO, PUNTO 2 X 6350.43 Y 4050.35

ID, Y 4012.65 PUNTO 100 X 6571.80

LOCALICE\*POR AZIMUT Y DISTANCIA\*, DESDE 2 LOC 3 AZIMUT 13 15 45. DIST 57.48

PUNTO	X METROS	Y METROS	Z METROS
3	6363.616600	4106.296900	0.000000

ID\*POR AZIMUT Y DISTANCIA\*, DESDE 3 LOC 4 AZIMUT 85 18 43. DIST 40.75

PUNTO	X METROS	Y METROS	Z METROS
4	6404.230200	4109.627400	0.000000

ID\*POR AZIMUT Y DISTAN\*, LOC 5 DESDE 4 DIST 50.95 AZIMUT 90 00 35.

PUNTO	X METROS	Y METROS	Z METROS
5	6455.180100	4109.618800	0.000000

ID\*POR AZIMUT Y DISTAN\*, LOC 6 DESDE 5 DIST 104.78 AZIMUT 182 35 43.

PUNTO	X METROS	Y METROS	Z METROS
6	6450.435700	4004.946300	0.000000

ID\*POR AZIMUT Y DISTANCIA\*, LOC 8 DESDE 6 DIST 140.54 AZIMUT 90 00 35.

PUNTO	X METROS	Y METROS	Z METROS
8	6590.975600	4004.922500	0.000000

ID\*POR AZIMUT Y DISTANCIA\*, LOC 9 DESDE 6 DIST 100.50 AZIMUT 182 35 43.

PUNTO	X METROS	Y METROS	Z METROS
9	6445.885100	3904.549400	0.000000

ID\*POR AZIMUT Y DISTANCIA\*, LOC 11 DESDE 9 DIST 146.38 AZIMUT 75 43 11.

PUNTO	X METROS	Y METROS	Z METROS
11	6587.742000	3940.656200	0.000000

ID\*POR AZIMUT Y DISTANCIA\*, LOC 1 DESDE 2 AZIMUT 223 25 15. DIST 56.35

PUNTO	X METROS	Y METROS	Z METROS
1	6311.697800	4009.421600	0.000000

ID\*POR AZIMUT Y DISTANCIA\*, LOC 12 DESDE 1 AZIMUT 135 40 5. DIST 63.45

PUNTO	X METROS	Y METROS	Z METROS
12	6356.037500	3964.035700	0.000000

INTERSECCION ARCO\*CON LINEA\*, LOC 7 CENTR 12 RADIO 140.5 PUNTA 8 PUNTB 6 PCERC

PUNTO	X METROS	Y METROS	Z METROS
7	6490.451500	4004.939500	0.000000

ID\*CON LINEA\*, LOC 10 CENTR 12 RADIO 140.5 PCERC 9 PUNTA 11 PUNTB 9

PUNTO	X METROS	Y METROS	Z METROS
10	6487.782000	3915.213400	0.000000

AREA\*POLIGONO\*

AREA = 11555.000000 MTS.CUAD. 18054.687000 VS.CUAD.  
 AREA\*POLIGONO\*

AREA = 3874.000000 MTS.CUAD. 6053.125000 VS.CUAD.

AREA\*SEGMENTO SUMADA\*, CUERDA 7 A 10 RADIO 140.50  
 CUERDA = 89.765794 MTS. ARCO = 91.367237 MTS.  
 SEGM. = 442.921160 MTS.CUAD. 692.064310 VS.CUAD.

AREA = 4316.921100 MTS.CUAD. 6745.189300 VS.CUAD.  
 AREA\*POLIGONO\*

AREA = 7681.000000 MTS.CUAD. 12001.562000 VS.CUAD.  
 AREA\*SEGMENTO RESTADA\*, CUERDA 7 A 10 RADIO 140.50  
 CUERDA = 89.765794 MTS. ARCO = 91.367237 MTS.  
 SEGM. = 442.921160 MTS.CUAD. 692.064310 VS.CUAD.

AREA = 7238.078900 MTS.CUAD. 11309.498000 VS.CUAD.  
 \*PROGRAMACION 20 MINUTOS  
 \*PERFORACION 10 MINUTOS

## DE TABLA DE COORDENADAS\*

PUNTO	X METROS	Y METROS	Z METROS
1	6311.697800	4009.421600	0.000000
2	6350.430000	4050.350000	0.000000
3	6363.616600	4106.296900	0.000000
4	6404.230200	4109.627400	0.000000
5	6455.180100	4109.618800	0.000000
6	6450.435700	4004.946300	0.000000
7	6490.451500	4004.939500	0.000000
8	6590.975600	4004.922500	0.000000
9	6445.885100	3904.549400	0.000000
10	6487.782000	3915.213400	0.000000
11	6587.742000	3940.656200	0.000000
12	6356.037500	3964.035700	0.000000
100	6571.800000	4012.650000	0.000000

\*EJECUCION 15 MINUTOS.SALIDA POR MAQUINA DE ESCRIBIR.QS

## CONCLUSIONES DE ESTE CAPITULO

El lenguaje COGO fue solamente el primero de una serie de programas orientados hacia problemas específicos. El lenguaje SIGEC se tal vez el primero de este tipo en idioma español y además lleva en sí características más avanzadas en la tecnología misma de la computación y en su mayor capacidad.

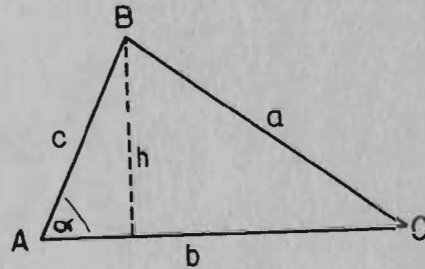
Otro aspecto, no mencionado hasta ahora, es el desarrollo del nuevo criterio de "proceso compartido" (o Time Sharing) que por medio de "terminales" remotas de entrada/salida permite que varias personas tengan simultáneamente acceso al mismo computador. Esto hará posible que compañías de Ingeniería pequeñas, que no pueden costearse su propio computador, o que no tienen suficiente volumen de trabajo para alimentar un computador aun de poca capacidad, pueden tener acceso al procesamiento automático de datos.

Los compiladores como el FORTRAN y los nuevos lenguajes orientados hacia problemas específicos facilitan cada día más la comunicación entre el técnico y el computador. Además, el rápido desarrollo de la tecnología del diseño, construcción y aplicación de los computadores hace que su utilización se generalice llegando a límites difíciles de predecir. El entender su funcionamiento básico y conocer sus capacidades le da al técnico la herramienta de trabajo más poderosa que jamás haya imaginado.

FORMULAS Y TABLAS

I. ALGUNAS FORMULAS UTILES

Geometría

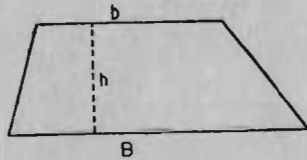


1) AREA DEL TRIANGULO

$$Area = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{b \cdot c}{2} \text{ seno } \alpha = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

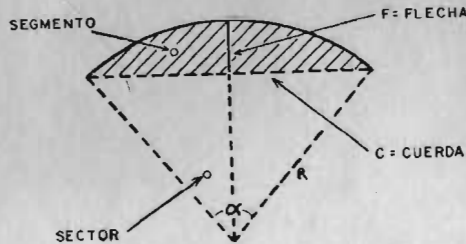
2) AREA DEL TRAPECIO

$$Area = \frac{b+B}{2} h$$



3) AREA DEL CIRCULO

$$Area = \pi R^2 = \frac{\pi D^2}{4}$$



4) AREA DEL SEGMENTO DE CIRCULO

$$Area = Area \text{ del sector} - \frac{R^2 \text{ seno } \alpha}{2} = Area \text{ del sector} - \frac{(R-f) \cdot C}{2}$$

5) AREA DEL SECTOR

$$Area = \frac{\pi R^2 \cdot \alpha}{360^\circ}$$



6) LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA:  $2\pi R = \pi D$

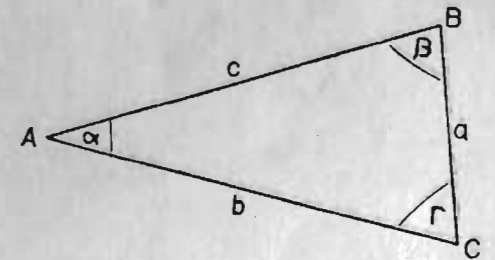
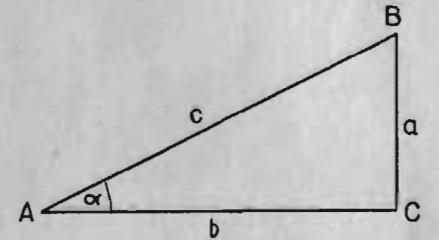
7) AREA DEL SEGMENTO DE PARABOLA:  $\frac{2}{3} C \cdot F$

Trigonometría

$$\text{Sen } \alpha = \frac{a}{c}; \text{ Cosen } \alpha = \frac{b}{c}; \text{ Sec } \alpha = \frac{1}{\text{Cos } \alpha}$$

$$\text{Tag } \alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{sen } \alpha}{\text{cos } \alpha} = \frac{1}{\text{cotg } \alpha}$$

$$\text{Sen}^2 \alpha + \text{Cosen}^2 \alpha = 1$$



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \text{cos } \alpha$$

$$\text{Sen}(\alpha \pm \beta) = \text{sen } \alpha \text{ cos } \beta \pm \text{sen } \beta \text{ cos } \alpha$$

$$\frac{a}{\text{sen } \alpha} = \frac{b}{\text{sen } \beta} = \frac{c}{\text{sen } \gamma}$$

$$\text{Cos}(\alpha \pm \beta) = \text{cos } \alpha \text{ cos } \beta \pm \text{sen } \alpha \text{ sen } \beta$$



II. CORRECCIONES A LA CINTA

1. Corrección por Temperatura

Cuando la temperatura a la cual se hace la medición es mayor o menor que la temperatura para la cual viene patronada la cinta, se aplica la siguiente corrección:

$$C_t = 0.0000117 L (t - t_0)$$

t = Temperatura a la cual se hace la medición (°C).

t<sub>0</sub> = Temperatura de patronamiento (°C).

L = Longitud medida (mts.).

C<sub>t</sub> = Corrección en metros.

2. Corrección por Tensión

La longitud patronada de la cinta es para una determinada tensión, llamada "tensión normal". Si se aplica una tensión diferente debemos aplicarle una corrección cuyo valor es:

$$C_T = \frac{(T - T_0) \cdot L}{S \cdot E} \text{ en centímetros.}$$

T = Tensión aplicada en Kgrs.

T<sub>0</sub> = "Tensión normal", en Kgrs.

E = Módulo de elasticidad del material de la cinta, en Kgrs./cm<sup>2</sup>.

S = Area de la sección transversal de la cinta, en cm<sup>2</sup>.

L = Longitud a la cual se aplica la corrección C<sub>T</sub>.

III. TABLAS TAQUIMÉTRICAS Ver Capítulo XXII

Min.	0°		1°		2°		3°		4°		Min.
	H	V	H	V	H	V	H	V	H	V	
0	100.00	0.00	99.97	1.74	99.88	3.49	99.73	5.23	99.51	6.96	0
1	100.00	0.03	99.97	1.77	99.88	3.52	99.72	5.26	99.51	6.99	1
2	100.00	0.06	99.97	1.80	99.87	3.55	99.72	5.28	99.51	7.02	2
3	100.00	0.09	99.97	1.83	99.87	3.57	99.72	5.31	99.50	7.05	3
4	100.00	0.12	99.97	1.86	99.87	3.60	99.71	5.34	99.50	7.07	4
5	100.00	0.15	99.96	1.89	99.87	3.63	99.71	5.37	99.49	7.10	5
6	100.00	0.17	99.96	1.92	99.87	3.66	99.71	5.40	99.49	7.13	6
7	100.00	0.20	99.96	1.95	99.86	3.69	99.70	5.43	99.48	7.16	7
8	100.00	0.23	99.96	1.98	99.86	3.72	99.70	5.46	99.48	7.19	8
9	100.00	0.26	99.96	2.01	99.86	3.75	99.70	5.49	99.48	7.22	9
10	100.00	0.29	99.96	2.04	99.86	3.78	99.69	5.52	99.47	7.25	10
11	100.00	0.32	99.96	2.06	99.85	3.81	99.69	5.54	99.47	7.28	11
12	100.00	0.35	99.96	2.09	99.85	3.84	99.69	5.57	99.46	7.30	12
13	100.00	0.38	99.95	2.12	99.85	3.86	99.69	5.60	99.46	7.33	13
14	100.00	0.41	99.95	2.15	99.85	3.89	99.68	5.63	99.46	7.36	14
15	100.00	0.44	99.95	2.18	99.85	3.92	99.68	5.66	99.45	7.39	15
16	100.00	0.47	99.95	2.21	99.84	3.95	99.68	5.69	99.45	7.42	16
17	100.00	0.49	99.95	2.24	99.84	3.98	99.67	5.72	99.44	7.45	17
18	100.00	0.52	99.95	2.27	99.84	4.01	99.67	5.75	99.44	7.48	18
19	100.00	0.55	99.95	2.30	99.84	4.04	99.67	5.78	99.43	7.51	19
20	100.00	0.58	99.95	2.33	99.83	4.07	99.66	5.80	99.43	7.53	20
21	100.00	0.61	99.94	2.36	99.83	4.10	99.66	5.83	99.42	7.56	21
22	100.00	0.64	99.94	2.38	99.83	4.13	99.66	5.86	99.42	7.59	22
23	100.00	0.67	99.94	2.41	99.83	4.15	99.65	5.89	99.42	7.62	23
24	100.00	0.70	99.94	2.44	99.82	4.18	99.65	5.92	99.41	7.65	24
25	99.99	0.73	99.94	2.47	99.82	4.21	99.64	5.95	99.41	7.68	25
26	99.99	0.76	99.94	2.50	99.82	4.24	99.64	5.98	99.40	7.71	26
27	99.99	0.79	99.94	2.53	99.82	4.27	99.64	6.01	99.40	7.74	27
28	99.99	0.81	99.93	2.56	99.81	4.30	99.63	6.04	99.39	7.76	28
29	99.99	0.84	99.93	2.59	99.81	4.33	99.63	6.06	99.39	7.79	29
30	99.99	0.87	99.93	2.62	99.81	4.36	99.63	6.09	99.38	7.82	30
31	99.99	0.90	99.93	2.65	99.81	4.39	99.62	6.12	99.38	7.85	31
32	99.99	0.93	99.93	2.67	99.80	4.42	99.62	6.15	99.38	7.88	32
33	99.99	0.96	99.93	2.70	99.80	4.44	99.62	6.18	99.37	7.91	33
34	99.99	0.99	99.93	2.73	99.80	4.47	99.61	6.21	99.37	7.94	34
35	99.99	1.02	99.92	2.76	99.80	4.50	99.61	6.24	99.36	7.97	35
36	99.99	1.05	99.92	2.79	99.79	4.53	99.61	6.27	99.36	7.99	36
37	99.99	1.08	99.92	2.82	99.79	4.56	99.60	6.30	99.35	8.02	37
38	99.99	1.11	99.92	2.85	99.79	4.59	99.60	6.32	99.35	8.05	38
39	99.99	1.13	99.92	2.88	99.79	4.62	99.59	6.35	99.34	8.08	39
40	99.99	1.16	99.92	2.91	99.78	4.65	99.59	6.38	99.34	8.11	40
41	99.99	1.19	99.91	2.94	99.78	4.68	99.59	6.41	99.33	8.14	41
42	99.99	1.22	99.91	2.97	99.78	4.71	99.58	6.44	99.33	8.17	42
43	99.98	1.25	99.91	2.99	99.78	4.73	99.58	6.47	99.32	8.19	43
44	99.98	1.28	99.91	3.02	99.77	4.76	99.58	6.50	99.32	8.22	44
45	99.98	1.31	99.91	3.05	99.77	4.79	99.57	6.53	99.31	8.25	45
46	99.98	1.34	99.90	3.08	99.77	4.82	99.57	6.56	99.31	8.28	46
47	99.98	1.37	99.90	3.11	99.76	4.85	99.56	6.58	99.30	8.31	47
48	99.98	1.40	99.90	3.14	99.76	4.88	99.56	6.61	99.30	8.34	48
49	99.98	1.43	99.90	3.17	99.76	4.91	99.56	6.64	99.29	8.37	49
50	99.98	1.45	99.90	3.20	99.76	4.94	99.55	6.67	99.29	8.40	50
51	99.98	1.48	99.90	3.23	99.75	4.97	99.55	6.70	99.29	8.42	51
52	99.98	1.51	99.89	3.26	99.75	4.99	99.55	6.73	99.28	8.45	52
53	99.98	1.54	99.89	3.28	99.75	5.02	99.54	6.76	99.28	8.48	53
54	99.98	1.57	99.89	3.31	99.74	5.05	99.54	6.79	99.27	8.51	54
55	99.97	1.60	99.89	3.34	99.74	5.08	99.53	6.81	99.27	8.54	55
56	99.97	1.63	99.89	3.37	99.74	5.11	99.53	6.84	99.26	8.57	56
57	99.97	1.66	99.88	3.40	99.74	5.14	99.53	6.87	99.26	8.60	57
58	99.97	1.69	99.88	3.43	99.73	5.17	99.52	6.90	99.25	8.63	58
59	99.97	1.72	99.88	3.46	99.73	5.20	99.52	6.93	99.25	8.65	59

TABLAS TAQUIMETRICAS

Min.	5°		6°		7°		8°		9°		Min.
	H	V	H	V	H	V	H	V	H	V	
0	99.24	8.68	98.91	10.40	98.51	12.10	98.06	13.78	97.55	15.45	0
1	99.24	8.71	98.90	10.42	98.51	12.12	98.06	13.81	97.54	15.48	1
2	99.23	8.74	98.90	10.45	98.50	12.15	98.05	13.84	97.53	15.51	2
3	99.23	8.77	98.89	10.48	98.49	12.18	98.04	13.87	97.53	15.53	3
4	99.22	8.80	98.88	10.51	98.49	12.21	98.03	13.89	97.52	15.56	4
5	99.21	8.83	98.88	10.54	98.48	12.24	98.02	13.92	97.51	15.59	5
6	99.21	8.85	98.87	10.57	98.47	12.27	98.01	13.95	97.50	15.62	6
7	99.20	8.88	98.86	10.59	98.47	12.29	98.01	13.98	97.49	15.64	7
8	99.20	8.91	98.86	10.62	98.46	12.32	98.00	14.01	97.48	15.67	8
9	99.19	8.94	98.85	10.65	98.45	12.35	97.99	14.03	97.47	15.70	9
10	99.19	8.97	98.85	10.68	98.44	12.38	97.98	14.06	97.46	15.73	10
11	99.18	9.00	98.84	10.71	98.44	12.41	97.97	14.09	97.45	15.75	11
12	99.18	9.03	98.83	10.74	98.43	12.43	97.97	14.12	97.44	15.78	12
13	99.17	9.05	98.83	10.77	98.42	12.46	97.96	14.14	97.43	15.81	13
14	99.17	9.08	98.82	10.79	98.41	12.49	97.95	14.17	97.43	15.84	14
15	99.16	9.11	98.81	10.82	98.41	12.52	97.94	14.20	97.42	15.87	15
16	99.16	9.14	98.81	10.85	98.40	12.55	97.93	14.23	97.41	15.89	16
17	99.15	9.17	98.80	10.88	98.39	12.58	97.92	14.26	97.40	15.92	17
18	99.15	9.20	98.80	10.91	98.39	12.60	97.92	14.28	97.39	15.95	18
19	99.14	9.23	98.79	10.94	98.38	12.63	97.91	14.31	97.38	15.98	19
20	99.14	9.25	98.78	10.96	98.37	12.66	97.90	14.34	97.37	16.00	20
21	99.13	9.28	98.78	10.99	98.36	12.69	97.89	14.37	97.36	16.03	21
22	99.13	9.31	98.77	11.02	98.36	12.72	97.88	14.40	97.35	16.06	22
23	99.12	9.34	98.76	11.05	98.35	12.74	97.87	14.42	97.34	16.09	23
24	99.11	9.37	98.76	11.08	98.34	12.77	97.87	14.45	97.33	16.11	24
25	99.11	9.40	98.75	11.11	98.33	12.80	97.86	14.48	97.32	16.14	25
26	99.10	9.43	98.74	11.13	98.33	12.83	97.85	14.51	97.31	16.17	26
27	99.10	9.45	98.74	11.16	98.32	12.86	97.84	14.54	97.30	16.20	27
28	99.09	9.48	98.73	11.19	98.31	12.88	97.83	14.56	97.29	16.22	28
29	99.09	9.51	98.73	11.22	98.30	12.91	97.82	14.59	97.29	16.25	29
30	99.08	9.54	98.72	11.25	98.30	12.94	97.82	14.62	97.28	16.28	30
31	99.08	9.57	98.71	11.28	98.29	12.97	97.81	14.65	97.27	16.31	31
32	99.07	9.60	98.71	11.30	98.28	13.00	97.80	14.67	97.26	16.33	32
33	99.06	9.63	98.70	11.33	98.27	13.03	97.79	14.70	97.25	16.36	33
34	99.06	9.65	98.69	11.36	98.27	13.05	97.78	14.73	97.24	16.39	34
35	99.05	9.68	98.69	11.39	98.26	13.08	97.77	14.76	97.23	16.42	35
36	99.05	9.71	98.68	11.42	98.25	13.11	97.76	14.79	97.22	16.44	36
37	99.04	9.74	98.67	11.45	98.24	13.14	97.76	14.81	97.21	16.47	37
38	99.04	9.77	98.67	11.47	98.24	13.17	97.75	14.84	97.20	16.50	38
39	99.03	9.80	98.66	11.50	98.23	13.19	97.74	14.87	97.19	16.53	39
40	99.03	9.83	98.65	11.53	98.22	13.22	97.73	14.90	97.18	16.55	40
41	99.02	9.85	98.65	11.56	98.21	13.25	97.72	14.92	97.17	16.58	41
42	99.01	9.88	98.64	11.59	98.20	13.28	97.71	14.95	97.16	16.61	42
43	99.01	9.91	98.63	11.62	98.20	13.31	97.70	14.98	97.15	16.64	43
44	99.00	9.94	98.63	11.64	98.19	13.33	97.69	15.01	97.14	16.66	44
45	99.00	9.97	98.62	11.67	98.18	13.36	97.69	15.04	97.13	16.69	45
46	98.99	10.00	98.61	11.70	98.17	13.39	97.68	15.06	97.12	16.72	46
47	98.98	10.03	98.60	11.73	98.17	13.42	97.67	15.09	97.11	16.75	47
48	98.98	10.05	98.60	11.76	98.16	13.45	97.66	15.12	97.10	16.77	48
49	98.97	10.08	98.59	11.79	98.15	13.47	97.65	15.15	97.09	16.80	49
50	98.97	10.11	98.58	11.81	98.14	13.50	97.64	15.17	97.08	16.83	50
51	98.96	10.14	98.58	11.84	98.13	13.53	97.63	15.20	97.07	16.85	51
52	98.96	10.17	98.57	11.87	98.13	13.56	97.62	15.23	97.06	16.88	52
53	98.95	10.20	98.56	11.90	98.12	13.59	97.62	15.26	97.05	16.91	53
54	98.94	10.22	98.56	11.93	98.11	13.61	97.61	15.28	97.04	16.94	54
55	98.94	10.25	98.55	11.95	98.10	13.64	97.60	15.31	97.03	16.96	55
56	98.93	10.28	98.54	11.98	98.10	13.67	97.59	15.34	97.02	16.99	56
57	98.93	10.31	98.54	12.01	98.09	13.70	97.58	15.37	97.01	17.02	57
58	98.92	10.34	98.53	12.04	98.08	13.73	97.57	15.40	97.00	17.05	58
59	98.91	10.37	98.52	12.07	98.07	13.75	97.56	15.42	96.99	17.07	59

TABLAS TAQUIMETRICAS

Min.	10°		11°		12°		13°		14°		Min.
	H	V	H	V	H	V	H	V	H	V	
0	96.98	17.10	96.36	18.73	95.68	20.34	94.94	21.92	94.15	23.47	0
1	96.97	17.13	96.35	18.76	95.67	20.36	94.93	21.94	94.13	23.50	1
2	96.96	17.16	96.34	18.78	95.65	20.39	94.91	21.97	94.12	23.52	2
3	96.95	17.18	96.33	18.81	95.64	20.42	94.90	22.00	94.11	23.55	3
4	96.94	17.21	96.32	18.84	95.63	20.44	94.89	22.02	94.09	23.58	4
5	96.93	17.24	96.30	18.87	95.62	20.47	94.88	22.05	94.08	23.60	5
6	96.92	17.26	96.29	18.89	95.61	20.50	94.86	22.08	94.07	23.63	6
7	96.91	17.29	96.28	18.92	95.59	20.52	94.85	22.10	94.05	23.65	7
8	96.90	17.32	96.27	18.95	95.58	20.55	94.84	22.13	94.04	23.68	8
9	96.89	17.35	96.26	18.97	95.57	20.58	94.82	22.15	94.02	23.70	9
10	96.88	17.37	96.25	19.00	95.56	20.60	94.81	22.18	94.01	23.73	10
11	96.87	17.40	96.24	19.03	95.55	20.63	94.80	22.21	94.00	23.76	11
12	96.86	17.43	96.23	19.05	95.53	20.66	94.79	22.23	93.98	23.78	12
13	96.85	17.46	96.22	19.08	95.52	20.68	94.77	22.26	93.97	23.81	13
14	96.84	17.48	96.21	19.11	95.51	20.71	94.76	22.28	93.95	23.83	14
15	96.83	17.51	96.19	19.13	95.50	20.73	94.75	22.31	93.94	23.86	15
16	96.82	17.54	96.18	19.16	95.49	20.76	94.73	22.34	93.93	23.88	16
17	96.81	17.56	96.17	19.19	95.47	20.79	94.72	22.36	93.91	23.91	17
18	96.80	17.59	96.16	19.21	95.46	20.81	94.71	22.39	93.90	23.93	18
19	96.79	17.62	96.15	19.24	95.45	20.84	94.69	22.41	93.89	23.96	19
20	96.78	17.65	96.14	19.27	95.44	20.87	94.68	22.44	93.87	23.99	20
21	96.77	17.67	96.13	19.30	95.43	20.89	94.67	22.47	93.86	24.01	21
22	96.76	17.70	96.12	19.32	95.41	20.92	94.66	22.49	93.84	24.04	22
23	96.75	17.73	96.10	19.35	95.40	20.95	94.64	22.52	93.83	24.06	23
24	96.74	17.76	96.09	19.38	95.39	20.97	94.63	22.54	93.82	24.09	24
25	96.73	17.78	96.08	19.40	95.38	21.00	94.62	22.57	93.80	24.11	25
26	96.72	17.81	96.07	19.43	95.36	21.03	94.60	22.60	93.79	24.14	26
27	96.71	17.84	96.06	19.46	95.35	21.05	94.59	22.62	93.77	24.16	27
28	96.70	17.86	96.05	19.48	95.34	21.08	94.58	22.65	93.76	24.19	28
29	96.69	17.89	96.04	19.51	95.33	21.10	94.56	22.67	93.75	24.22	29
30	96.68	17.92	96.03	19.54	95.32	21.13	94.55	22.70	93.73	24.24	30
31	96.67	17.95	96.01	19.56	95.30	21.16	94.54	22.73	93.72	24.27	31
32	96.66	17.97	96.00	19.59	95.29	21.18	94.52	22.75	93.70	24.29	32
33	96.65	18.00	95.99	19.62	95.28	21.21	94.51	22.78	93.69	24.32	33
34	96.64	18.03	95.98	19.64	95.27	21.24	94.50	22.80	93.67	24.34	34
35	96.63	18.05	95.97	19.67	95.25	21.26	94.48	22.83	93.66	24.37	35
36	96.62	18.08	95.96	19.70	95.24	21.29	94.47	22.85	93.65	24.39	36
37	96.61	18.11	95.95	19.72	95.23	21.32	94.46	22.88	93.63	24.42	37
38	96.60	18.14	95.93	19.75	95.22	21.34	94.44	22.91	93.62	24.44	38
39	96.58	18.16	95.92	19.78	95.20	21.37	94.43	22.93	93.60	24.47	39
40	96.57	18.19	95.91	19.80	95.19	21.39	94.42	22			



TABLAS TAQUIMETRICAS

Min.	15°		16°		17°		18°		19°		Min.
	H	V	H	V	H	V	H	V	H	V	
0	93.30	25.00	92.40	26.50	91.45	27.96	90.45	29.39	89.40	30.78	0
1	93.29	25.03	92.39	26.52	91.44	27.98	90.43	29.41	89.38	30.81	1
2	93.27	25.05	92.37	26.55	91.42	28.01	90.42	29.44	89.36	30.83	2
3	93.26	25.08	92.36	26.57	91.40	28.03	90.40	29.46	89.35	30.85	3
4	93.24	25.10	92.34	26.59	91.39	28.06	90.38	29.48	89.33	30.87	4
5	93.23	25.13	92.33	26.62	91.37	28.08	90.37	29.51	89.31	30.90	5
6	93.21	25.15	92.31	26.64	91.35	28.10	90.35	29.53	89.29	30.92	6
7	93.20	25.18	92.29	26.67	91.34	28.13	90.33	29.55	89.27	30.94	7
8	93.18	25.20	92.28	26.69	91.32	28.15	90.31	29.58	89.26	30.97	8
9	93.17	25.23	92.26	26.72	91.30	28.18	90.30	29.60	89.24	30.99	9
10	93.16	25.25	92.25	26.74	91.29	28.20	90.28	29.62	89.22	31.01	10
11	93.14	25.28	92.23	26.77	91.27	28.22	90.26	29.65	89.20	31.03	11
12	93.13	25.30	92.22	26.79	91.26	28.25	90.24	29.67	89.18	31.06	12
13	93.11	25.33	92.20	26.82	91.24	28.27	90.23	29.69	89.17	31.08	13
14	93.10	25.35	92.19	26.84	91.22	28.30	90.21	29.72	89.15	31.10	14
15	93.08	25.38	92.17	26.86	91.21	28.32	90.19	29.74	89.13	31.13	15
16	93.07	25.40	92.15	26.89	91.19	28.34	90.18	29.76	89.11	31.15	16
17	93.05	25.43	92.14	26.91	91.17	28.37	90.16	29.79	89.09	31.17	17
18	93.04	25.45	92.12	26.94	91.16	28.39	90.14	29.81	89.08	31.19	18
19	93.02	25.48	92.11	26.96	91.14	28.42	90.12	29.83	89.06	31.22	19
20	93.01	25.50	92.09	26.99	91.12	28.44	90.11	29.86	89.04	31.24	20
21	92.99	25.53	92.08	27.01	91.11	28.46	90.09	29.88	89.02	31.26	21
22	92.98	25.55	92.06	27.04	91.09	28.49	90.07	29.90	89.00	31.28	22
23	92.96	25.58	92.04	27.06	91.07	28.51	90.05	29.93	88.99	31.31	23
24	92.95	25.60	92.03	27.09	91.06	28.54	90.04	29.95	88.97	31.33	24
25	92.93	25.63	92.01	27.11	91.04	28.56	90.02	29.97	88.95	31.35	25
26	92.92	25.65	92.00	27.13	91.02	28.58	90.00	30.00	88.93	31.38	26
27	92.90	25.68	91.98	27.16	91.01	28.61	89.98	30.02	88.91	31.40	27
28	92.89	25.70	91.97	27.18	90.99	28.63	89.97	30.04	88.89	31.42	28
29	92.87	25.73	91.95	27.21	90.97	28.65	89.95	30.07	88.88	31.44	29
30	92.86	25.75	91.93	27.23	90.96	28.68	89.93	30.09	88.86	31.47	30
31	92.84	25.78	91.92	27.26	90.94	28.70	89.91	30.11	88.84	31.49	31
32	92.83	25.80	91.90	27.28	90.92	28.73	89.90	30.14	88.82	31.51	32
33	92.81	25.83	91.89	27.31	90.91	28.75	89.88	30.16	88.80	31.53	33
34	92.80	25.85	91.87	27.33	90.89	28.77	89.86	30.18	88.78	31.56	34
35	92.78	25.88	91.85	27.35	90.87	28.80	89.84	30.21	88.77	31.58	35
36	92.77	25.90	91.84	27.38	90.86	28.82	89.83	30.23	88.75	31.60	36
37	92.75	25.93	91.82	27.40	90.84	28.85	89.81	30.25	88.73	31.62	37
38	92.74	25.95	91.81	27.43	90.82	28.87	89.79	30.28	88.71	31.65	38
39	92.72	25.98	91.79	27.45	90.81	28.89	89.77	30.30	88.69	31.67	39
40	92.71	26.00	91.77	27.48	90.79	28.92	89.76	30.32	88.67	31.69	40
41	92.69	26.03	91.76	27.50	90.77	28.94	89.74	30.35	88.66	31.71	41
42	92.68	26.05	91.74	27.52	90.76	28.96	89.72	30.37	88.64	31.74	42
43	92.66	26.08	91.73	27.55	90.74	28.99	89.70	30.39	88.62	31.76	43
44	92.65	26.10	91.71	27.57	90.72	29.01	89.69	30.41	88.60	31.78	44
45	92.63	26.12	91.69	27.60	90.71	29.04	89.67	30.44	88.58	31.80	45
46	92.62	26.15	91.68	27.62	90.69	29.06	89.65	30.46	88.56	31.83	46
47	92.60	26.17	91.66	27.65	90.67	29.08	89.63	30.48	88.54	31.85	47
48	92.59	26.20	91.65	27.67	90.66	29.11	89.61	30.51	88.53	31.87	48
49	92.57	26.22	91.63	27.69	90.64	29.13	89.60	30.53	88.51	31.89	49
50	92.56	26.25	91.61	27.72	90.62	29.15	89.58	30.55	88.49	31.92	50
51	92.54	26.27	91.60	27.74	90.60	29.18	89.56	30.58	88.47	31.94	51
52	92.53	26.30	91.58	27.77	90.59	29.20	89.54	30.60	88.45	31.96	52
53	92.51	26.32	91.57	27.79	90.57	29.22	89.53	30.62	88.43	31.98	53
54	92.49	26.35	91.55	27.81	90.55	29.25	89.51	30.65	88.41	32.01	54
55	92.48	26.37	91.53	27.84	90.54	29.27	89.49	30.67	88.40	32.03	55
56	92.46	26.40	91.52	27.86	90.52	29.30	89.47	30.69	88.38	32.05	56
57	92.45	26.42	91.50	27.89	90.50	29.32	89.45	30.71	88.36	32.07	57
58	92.43	26.45	91.48	27.91	90.49	29.34	89.44	30.74	88.34	32.09	58
59	92.42	26.47	91.47	27.94	90.47	29.37	89.42	30.76	88.32	32.12	59

TABLAS TAQUIMETRICAS

Min.	20°		21°		22°		23°		24°		Min.
	H	V	H	V	H	V	H	V	H	V	
0	88.30	32.14	87.16	33.46	85.97	34.73	84.73	35.97	83.46	37.16	0
1	88.28	32.16	87.14	33.48	85.95	34.75	84.71	35.99	83.43	37.18	1
2	88.26	32.18	87.12	33.50	85.93	34.77	84.69	36.01	83.41	37.20	2
3	88.25	32.21	87.10	33.52	85.91	34.80	84.67	36.03	83.39	37.22	3
4	88.23	32.23	87.08	33.54	85.89	34.82	84.65	36.05	83.37	37.23	4
5	88.21	32.25	87.06	33.56	85.87	34.84	84.63	36.07	83.35	37.25	5
6	88.19	32.27	87.04	33.59	85.85	34.86	84.61	36.09	83.33	37.27	6
7	88.17	32.30	87.02	33.61	85.83	34.88	84.59	36.11	83.30	37.29	7
8	88.15	32.32	87.00	33.63	85.80	34.90	84.57	36.13	83.28	37.31	8
9	88.13	32.34	86.98	33.65	85.78	34.92	84.54	36.15	83.26	37.33	9
10	88.11	32.36	86.96	33.67	85.76	34.94	84.52	36.17	83.24	37.35	10
11	88.10	32.38	86.94	33.69	85.74	34.96	84.50	36.19	83.22	37.37	11
12	88.08	32.41	86.92	33.72	85.72	34.98	84.48	36.21	83.20	37.39	12
13	88.06	32.43	86.90	33.74	85.70	35.00	84.46	36.23	83.17	37.41	13
14	88.04	32.45	86.88	33.76	85.68	35.02	84.44	36.25	83.15	37.43	14
15	88.02	32.47	86.86	33.78	85.66	35.05	84.42	36.27	83.13	37.45	15
16	88.00	32.49	86.84	33.80	85.64	35.07	84.40	36.29	83.11	37.47	16
17	87.98	32.52	86.82	33.82	85.62	35.09	84.38	36.31	83.09	37.49	17
18	87.96	32.54	86.80	33.84	85.60	35.11	84.35	36.33	83.07	37.51	18
19	87.94	32.56	86.79	33.87	85.58	35.13	84.33	36.35	83.04	37.52	19
20	87.93	32.58	86.77	33.89	85.56	35.15	84.31	36.37	83.02	37.54	20
21	87.91	32.60	86.75	33.91	85.54	35.17	84.29	36.39	83.00	37.56	21
22	87.89	32.63	86.73	33.93	85.52	35.19	84.27	36.41	82.98	37.58	22
23	87.87	32.65	86.71	33.95	85.50	35.21	84.25	36.43	82.96	37.60	23
24	87.85	32.67	86.69	33.97	85.48	35.23	84.23	36.45	82.93	37.62	24
25	87.83	32.69	86.67	33.99	85.46	35.25	84.21	36.47	82.91	37.64	25
26	87.81	32.72	86.65	34.01	85.44	35.27	84.18	36.49	82.89	37.66	26
27	87.79	32.74	86.63	34.04	85.42	35.29	84.16	36.51	82.87	37.68	27
28	87.77	32.76	86.61	34.06	85.40	35.31	84.14	36.53	82.85	37.70	28
29	87.75	32.78	86.59	34.08	85.38	35.33	84.12	36.55	82.82	37.72	29
30	87.74	32.80	86.57	34.10	85.36	35.36	84.10	36.57	82.80	37.74	30
31	87.72	32.82	86.55	34.12	85.33	35.38	84.08	36.59	82.78	37.75	31
32	87.70	32.85	86.53	34.14	85.31	35.40	84.06	36.61	82.76	37.77	32
33	87.68	32.87	86.51	34.16	85.29	35.42	84.04	36.63	82.74	37.79	33
34	87.66	32.89	86.49	34.18	85.27	35.44	84.01	36.65	82.72	37.81	34
35	87.64	32.91	86.47	34.21	85.25	35.46	83.99	36.67	82.69	37.83	35
36	87.62	32.93	86.45	34.23	85.23	35.48	83.97	36.69	82.67	37.85	36
37	87.60	32.96	86.43	34.25	85.21	35.50	83.95	36.71	82.65	37.87	37
38	87.58	32.98	86.41	34.27	85.19	35.52	83.93	36.73	82.63	37.89	38
39	87.56	33.00	86.39	34.29	85.17	35.54	83.91	36.75	82.60	37.91	39
40	87.54	33.02									



**TABLAS TAQUIMETRICAS**

Min.	25°		26°		27°		28°		29°		Min.
	H	V	H	V	H	V	H	V	H	V	
0	82.14	38.30	80.78	39.40	79.39	40.45	77.96	41.45	76.50	42.40	0
1	82.12	38.32	80.76	39.42	79.37	40.47	77.94	41.47	76.47	42.42	1
2	82.09	38.34	80.74	39.44	79.34	40.49	77.91	41.48	76.45	42.43	2
3	82.07	38.36	80.71	39.45	79.32	40.50	77.89	41.50	76.42	42.45	3
4	82.05	38.38	80.69	39.47	79.30	40.52	77.86	41.52	76.40	42.46	4
5	82.03	38.40	80.67	39.49	79.27	40.54	77.84	41.53	76.37	42.48	5
6	82.01	38.41	80.65	39.51	79.25	40.55	77.81	41.55	76.35	42.49	6
7	81.98	38.43	80.62	39.53	79.22	40.57	77.79	41.57	76.32	42.51	7
8	81.96	38.45	80.60	39.54	79.20	40.59	77.77	41.58	76.30	42.53	8
9	81.94	38.47	80.58	39.56	79.18	40.60	77.74	41.60	76.27	42.54	9
10	81.92	38.49	80.55	39.58	79.15	40.62	77.72	41.61	76.25	42.56	10
11	81.89	38.51	80.53	39.60	79.13	40.64	77.69	41.63	76.22	42.57	11
12	81.87	38.53	80.51	39.61	79.11	40.66	77.67	41.65	76.20	42.59	12
13	81.85	38.54	80.48	39.63	79.08	40.67	77.65	41.66	76.17	42.60	13
14	81.83	38.56	80.46	39.65	79.06	40.69	77.62	41.68	76.15	42.62	14
15	81.80	38.58	80.44	39.67	79.04	40.71	77.60	41.69	76.12	42.63	15
16	81.78	38.60	80.41	39.69	79.01	40.72	77.57	41.71	76.10	42.65	16
17	81.76	38.62	80.39	39.70	78.99	40.74	77.55	41.73	76.08	42.66	17
18	81.74	38.64	80.37	39.72	78.96	40.76	77.52	41.74	76.05	42.68	18
19	81.71	38.66	80.35	39.74	78.94	40.77	77.50	41.76	76.03	42.69	19
20	81.69	38.67	80.32	39.76	78.92	40.79	77.48	41.77	76.00	42.71	20
21	81.67	38.69	80.30	39.77	78.89	40.81	77.45	41.79	75.98	42.72	21
22	81.65	38.71	80.28	39.79	78.87	40.82	77.43	41.81	75.95	42.74	22
23	81.62	38.73	80.25	39.81	78.85	40.84	77.40	41.82	75.93	42.75	23
24	81.60	38.75	80.23	39.83	78.82	40.86	77.38	41.84	75.90	42.77	24
25	81.58	38.77	80.21	39.84	78.80	40.87	77.35	41.85	75.88	42.78	25
26	81.56	38.78	80.18	39.86	78.77	40.89	77.33	41.87	75.85	42.80	26
27	81.53	38.80	80.16	39.88	78.75	40.91	77.31	41.89	75.83	42.81	27
28	81.51	38.82	80.14	39.90	78.73	40.92	77.28	41.90	75.80	42.83	28
29	81.49	38.84	80.11	39.91	78.70	40.94	77.26	41.92	75.78	42.84	29
30	81.47	38.86	80.09	39.93	78.68	40.96	77.23	41.93	75.75	42.86	30
31	81.44	38.88	80.07	39.95	78.65	40.97	77.21	41.95	75.73	42.87	31
32	81.42	38.89	80.04	39.97	78.63	40.99	77.18	41.97	75.70	42.89	32
33	81.40	38.91	80.02	39.98	78.61	41.01	77.16	41.98	75.68	42.90	33
34	81.38	38.93	80.00	40.00	78.58	41.02	77.13	42.00	75.65	42.92	34
35	81.35	38.95	79.97	40.02	78.56	41.04	77.11	42.01	75.63	42.93	35
36	81.33	38.97	79.95	40.04	78.54	41.06	77.09	42.03	75.60	42.95	36
37	81.31	38.99	79.93	40.05	78.51	41.07	77.06	42.04	75.58	42.96	37
38	81.28	39.00	79.90	40.07	78.49	41.09	77.04	42.06	75.55	42.98	38
39	81.26	39.02	79.88	40.09	78.46	41.11	77.01	42.08	75.53	42.99	39
40	81.24	39.04	79.86	40.11	78.44	41.12	76.99	42.09	75.50	43.01	40
41	81.22	39.06	79.83	40.12	78.42	41.14	76.96	42.11	75.48	43.02	41
42	81.19	39.08	79.81	40.14	78.39	41.16	76.94	42.12	75.45	43.04	42
43	81.17	39.09	79.79	40.16	78.37	41.17	76.91	42.14	75.43	43.05	43
44	81.15	39.11	79.76	40.18	78.34	41.19	76.89	42.15	75.40	43.07	44
45	81.13	39.13	79.74	40.19	78.32	41.21	76.86	42.17	75.38	43.08	45
46	81.10	39.15	79.72	40.21	78.30	41.22	76.84	42.19	75.35	43.10	46
47	81.08	39.17	79.69	40.23	78.27	41.24	76.82	42.20	75.33	43.11	47
48	81.06	39.18	79.67	40.24	78.25	41.26	76.79	42.22	75.30	43.13	48
49	81.03	39.20	79.65	40.26	78.22	41.27	76.77	42.23	75.28	43.14	49
50	81.01	39.22	79.62	40.28	78.20	41.29	76.74	42.25	75.25	43.16	50
51	80.99	39.24	79.60	40.30	78.18	41.30	76.72	42.26	75.23	43.17	51
52	80.97	39.26	79.58	40.31	78.15	41.32	76.69	42.28	75.20	43.18	52
53	80.94	39.27	79.55	40.33	78.13	41.34	76.67	42.29	75.18	43.20	53
54	80.92	39.29	79.53	40.35	78.10	41.35	76.64	42.31	75.15	43.21	54
55	80.90	39.31	79.51	40.37	78.08	41.37	76.62	42.33	75.13	43.23	55
56	80.87	39.33	79.48	40.38	78.06	41.39	76.59	42.34	75.10	43.24	56
57	80.85	39.35	79.46	40.40	78.03	41.40	76.57	42.36	75.08	43.26	57
58	80.83	39.36	79.44	40.42	78.01	41.42	76.55	42.37	75.05	43.27	58
59	80.81	39.38	79.41	40.43	77.98	41.44	76.52	42.39	75.03	43.29	59

**IV. TABLA DEL SENO**

Por medio de la tabla\* que aparece en la página siguiente se puede calcular el seno de un ángulo, de minuto en minuto, con ocho cifras decimales, mediante la ejecución de una sencilla operación aritmética.

*Empleo de la Tabla:* En la primera columna aparece el valor del ángulo ( $\alpha$ ), de grado en grado; el valor del seno  $\alpha$  correspondiente aparece en la segunda columna (Seno  $\alpha$ ).

Para valores intermedios, se reduce el número de minutos a fracción decimal de grado (utilizando la tabla de la página 289). El valor del seno para este número de grados ( $\alpha$ ) y fracción ( $f$ ) se encuentra así:

Al valor del seno correspondiente a ese número entero de grados, se le suma: 1o. la cantidad que aparece en la columna A multiplicada por la fracción ( $f \cdot A$ ); 2o. la cantidad de la columna B multiplicada por el cuadrado de la fracción ( $f^2 \cdot B$ ) y 3o. la cantidad de la columna C multiplicada por el cubo de la fracción ( $f^3 \cdot C$ ).

$$\text{Sen } (\alpha + f) = \text{sen } \alpha + fA + f^2B + f^3C$$

*Ejemplo:*

Calcular el seno de:  $15^\circ 18' = 15.30^\circ$

$$\text{Sen } (15^\circ 18') = \text{sen } 15^\circ + .30 \times A + (.30)^2 \times B + (.30)^3 \times C$$

$$\begin{aligned} \text{Sen } 15^\circ &= .25881905 \\ 0.3 \times 1685859 &= .00505758 \\ 0.09 \times (-3942) &= -.00000355 \\ 0.027 \times (-86) &= -.00000002 \\ &= \underline{.26387306} \end{aligned}$$

*Advertencia:* Cuando la fracción  $f$  es mayor de 0.5 (es decir, el número de minutos es superior a 30) se debe tomar el número redondo de grados inmediatamente superior y considerar la fracción negativa, teniendo en cuenta su signo en las operaciones a ejecutar.

*Ejemplo:* Calcular el seno de  $20^\circ 36'$

Se puede tomar  $20^\circ 36' = 21^\circ (-24')$ , de donde  $f = -.40$

$$\text{Seno } (20^\circ 36') = \text{sen } 21^\circ + (-.40)A + (-.40)^2B + (-.40)^3C.$$

$$\begin{aligned} \text{Sen } 21^\circ &= .35836795 \\ (-.40) \times (1629405) &= -.00651762 \\ (0.16) \times (-5458) &= -.00000873 \\ (-0.064) \times (-83) &= .00000005 \\ &= \underline{.35184165} \end{aligned}$$

**NOTA:** Obsérvese que las cantidades que aparecen en la tabla están en unidades de la 8a. cifra decimal. Cuando se requiera el seno  $\alpha$  con sólo 6 cifras decimales, se puede ignorar la columna C y, así, simplificar la operación. En general, en Topografía se utilizan las funciones trigonométricas con sólo 6 cifras decimales.

\*Tomada de un artículo por el ingeniero JORGE ARIAS DE GREIFF, publicado en la revista INGENIERIA Y ARQUITECTURA, Vol. XV No. 170.

TABLA DEL SENO  $\alpha$

Sen $\alpha$	A	B	C	$\alpha$	Sen $\alpha$	A	B	C
0000000	1745329	000	- 89	45	70710678	1234134	- 10770	- 63
01745241	1745063	- 266	- 89	46	71933980	1212408	- 10956	- 62
03489950	1744266	- 532	- 89	47	73135370	1190312	- 11139	- 60
05233596	1742937	- 797	- 88	48	74314483	1167853	- 11319	- 59
06975647	1741078	- 1062	- 88	49	75470958	1145039	- 11495	- 58
08715574	1738688	- 1327	- 88	50	76604444	1121876	- 11668	- 57
10452846	1735768	- 1592	- 88	51	77714596	1098371	- 11837	- 56
12186934	1732320	- 1856	- 88	52	78801075	1074532	- 12002	- 55
13917310	1728344	- 2120	- 88	53	79863551	1050365	- 12164	- 53
15643446	1723841	- 2383	- 88	54	80901699	1025879	- 12322	- 52
17364818	1718814	- 2645	- 87	55	81915204	1001080	- 12476	- 51
19080900	1713263	- 2906	- 87	56	82903757	975976	- 12627	- 50
20791169	1707190	- 3167	- 87	57	83867057	950574	- 12774	- 48
22495105	1700597	- 3426	- 86	58	84804810	924884	- 12917	- 47
24192190	1693486	- 3685	- 86	59	85716730	898911	- 13055	- 46
25881905	1685859	- 3942	- 86	60	86602540	872665	- 13190	- 44
27563736	1677718	- 4198	- 85	61	87461970	846152	- 13321	- 43
29237170	1669067	- 4453	- 85	62	88294759	819382	- 13448	- 42
30901699	1659907	- 4707	- 84	63	89100652	792363	- 13571	- 40
32556815	1650241	- 4959	- 84	64	89879405	765102	- 13689	- 39
34202014	1640073	- 5209	- 83	65	90630779	737608	- 13804	- 37
35836795	1629405	- 5458	- 83	66	91354546	709889	- 13914	- 36
37460659	1618241	- 5706	- 82	67	92050485	681954	- 14020	- 35
39073113	1606584	- 5951	- 82	68	92718385	653812	- 14122	- 33
40673664	1594438	- 6195	- 81	69	93358043	625470	- 14219	- 32
42261826	1581805	- 6437	- 80	70	93969262	596938	- 14312	- 30
43837115	1568692	- 6677	- 80	71	94551858	568224	- 14401	- 29
45399050	1555100	- 6915	- 79	72	95105652	539336	- 14485	- 27
46947156	1541034	- 7150	- 78	73	95630476	510285	- 14565	- 26
48480962	1526499	- 7384	- 78	74	96126170	481078	- 14641	- 24
50000000	1511499	- 7615	- 77	75	96592583	451724	- 14712	- 23
51503807	1496039	- 7844	- 76	76	97029573	422233	- 14778	- 21
52991926	1480123	- 8071	- 75	77	97437006	392614	- 14840	- 20
54463904	1463756	- 8295	- 74	78	97814760	362874	- 14898	- 18
55919290	1446944	- 8517	- 73	79	98162718	333025	- 14951	- 17
57357644	1429690	- 8736	- 73	80	98480775	303073	- 14999	- 15
58778525	1412001	- 8952	- 72	81	98768834	273030	- 15043	- 14
60181502	1393882	- 9166	- 71	82	99026807	242902	- 15082	- 12
61566148	1375338	- 9377	- 70	83	99254615	212702	- 15117	- 11
62932039	1356376	- 9585	- 69	84	99452190	182437	- 15147	- 9
64278761	1337000	- 9790	- 68	85	99619470	152115	- 15173	- 8
65605903	1317217	- 9992	- 67	86	99756405	121748	- 15194	- 6
66913061	1297032	- 10191	- 66	87	99862953	91343	- 15210	- 5
68199836	1276453	- 10387	- 65	88	99939083	60911	- 15222	- 3
69465837	1255485	- 10580	- 64	89	99984770	30460	- 15229	- 2
70710678	1234134	- 10770	- 63	90	10000000	0	- 15231	0

A: Las cifras que aparecen en la tabla se refieren a unidades de la octava cifra decimal.

CONVERSION DE MINUTOS EN FRACCION DECIMAL DE GRADO

	Fracción de Grado		Fracción de Grado		Fracción de Grado
1	0.0167	21	0.3500	41	0.6833
2	0.0333	22	0.3667	42	0.7000
3	0.0500	23	0.3833	43	0.7167
4	0.0667	24	0.4000	44	0.7333
5	0.0833	25	0.4167	45	0.7500
6	0.1000	26	0.4333	46	0.7667
7	0.1167	27	0.4500	47	0.7833
8	0.1333	28	0.4667	48	0.8000
9	0.1500	29	0.4833	49	0.8167
10	0.1667	30	0.5000	50	0.8333
11	0.1833	31	0.5167	51	0.8500
12	0.2000	32	0.5333	52	0.8667
13	0.2167	33	0.5500	53	0.8833
14	0.2333	34	0.5667	54	0.9000
15	0.2500	35	0.5833	55	0.9167
16	0.2667	36	0.6000	56	0.9333
17	0.2833	37	0.6167	57	0.9500
18	0.3000	38	0.6333	58	0.9667
19	0.3167	39	0.6500	59	0.9833
20	0.3333	40	0.6667	60	1.0000

CONVERSION DE DECENAS DE SEGUNDO EN FRACCION DECIMAL DE GRADO

	Fracción Decimal de Grado
10	0.0028
20	0.0056
30	0.0083
40	0.0111
50	0.0139